This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford-Messer
Bequest

Q
56
.B9

ד

Q
56
.B9

BRUXELLES, POLLEUNIS ET CEUTERICK, IMPRIMEURS, RUE DES URSULINES, 37.

MÊME MAISON A LOUVAIN, RUE DES ORPHELINS, 30.

SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE

DE BRUXELLES

adressée au Président, qui la soumet au Conseil. L'admission n'est prononcée qu'à la majorité des deux tiers des voix.

L'exclusion d'un membre ne pourra être prononcée que pour des motifs graves et à la majorité des deux tiers des membres du Conseil.

Art. 7. — Les membres qui souscrivent, à une époque quelconque, une ou plusieurs parts du capital social, sont *membres fondateurs*. Ces parts sont de 500 francs. Les *membres ordinaires* versent une cotisation annuelle de 15 francs, qui peut toujours être rachetée par une somme de 150 francs, versée une fois pour toutes.

Le Conseil peut nommer des *membres honoraires* parmi les savants étrangers à la Belgique.

Les noms des membres fondateurs figurent en tête des listes par ordre d'inscription, et ces membres reçoivent autant d'exemplaires des publications annuelles qu'ils ont souscrit de parts du capital social. Les membres ordinaires et les membres honoraires reçoivent un exemplaire de ces publications.

Tous les membres ont le même droit de vote dans les assemblées générales.

Art. 8. — Chaque année il y a trois sessions. La principale se tiendra dans la quinzaine qui suit la fête de Pâques, et pourra durer quatre jours. Le public y sera admis sur la présentation de cartes. On y lit les rapports annuels, et l'on y nomme le Bureau et le Conseil pour l'année suivante.

Les deux autres sessions se tiendront en octobre et en janvier. Elles pourront durer deux jours, et auront pour objet principal de préparer la session de Pâques.

Art. 9. — Lorsqu'une résolution, prise par l'assemblée générale, n'aura pas été délibérée en présence du tiers des membres de la Société, le Conseil aura la faculté d'ajourner la décision jusqu'à la prochaine session de Pâques. La décision sera alors définitive, quel que soit le nombre des membres présents.

Art. 10. — La Société ne permettra jamais qu'il se produise dans son sein aucune attaque, même courtoise, à la religion catholique ou à la philosophie spiritualiste et religieuse.

Art. 11. — Dans les sessions, la Société se répartit en cinq sections : I. *Sciences mathématiques*. II. *Sciences physiques*. III. *Sciences naturelles*. IV. *Sciences médicales*. V. *Sciences économiques*.

Tout membre de l'Association choisit chaque année la section à laquelle il désire appartenir. Il a le droit de prendre part aux travaux des autres sections avec voix consultative.

Art. 12. — La session comprend des séances générales et des séances de section.

Art. 13. — Le Conseil représente l'Association. Il a tout pouvoir pour gérer et administrer les affaires sociales. Il place en rentes sur l'État ou en valeurs garanties par l'État les fonds qui constituent le capital social.

Il fait tous les règlements d'ordre intérieur que peut nécessiter l'exécution des statuts, sauf le droit de contrôle de l'assemblée générale.

Il délibère, sauf les cas prévus à l'article 6, à la majorité des membres présents. Néanmoins, aucune résolution ne sera valable qu'autant qu'elle aura été délibérée en présence du tiers au moins des membres du Conseil dûment convoqué.

Art. 14. — Tous les actes, reçus et décharges sont signés par le Trésorier et un membre du Conseil, délégué à cet effet.

Art. 15. — Le Conseil dresse annuellement le budget des dépenses de l'Association et présente dans la session de Pâques le compte détaillé des recettes et dépenses de l'exercice écoulé. L'approbation de ces comptes, après examen de l'assemblée, lui donne décharge.

Art. 16. — Les statuts ne pourront être modifiés que sur la proposition du Conseil, à la majorité des deux tiers des membres votants, et dans l'Assemblée générale de la session de Pâques.

Les modifications ne pourront être soumises au vote qu'après avoir été proposées dans une des sessions précédentes. Elles devront figurer à l'ordre du jour dans les convocations adressées à tous les membres de la Société.

Art. 17. — La devise et l'article 10 ne pourront jamais être modifiés.

En cas de dissolution, l'Assemblée générale, convoquée extraordinairement, statuera sur la destination des biens appartenant à l'Association. Cette destination devra être conforme au but indiqué dans l'article 2.

RÈGLEMENT

ARRÊTÉ PAR LE CONSEIL POUR L'ENCOURAGEMENT DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES

1. — Le Conseil de la Société scientifique de Bruxelles a résolu d'instituer des concours et d'accorder des subsides pour encourager les recherches scientifiques.

2. — A cet objet seront consacrés :

1° Le revenu du bénéfice acquis à la Société jusqu'à la session de Pâques 1879;

2° La moitié du bénéfice acquis pendant l'exercice qui précède l'exercice courant.

3. — Chaque année, l'une des sections désignera une question à mettre au concours. L'ordre dans lequel les sections feront cette désignation sera déterminé par le sort. Toute question, pour être posée, devra être approuvée par le Conseil, qui donnera aux questions la publicité convenable.

4. — Les questions auxquelles il n'aura pas été répondu d'une manière satisfaisante resteront au concours. Le Conseil pourra cependant inviter les sections compétentes à les remplacer par d'autres.

5. — Aucun prix ne pourra être inférieur à 500 francs. Une médaille sera en outre remise à l'auteur du mémoire couronné.

6. — Ces concours ne seront ouverts qu'aux membres de la Société.

7. — Ne sont admis que les ouvrages et les planches manuscrits.

8. — Le choix de la langue dans laquelle seront rédigés les mémoires est libre. Ils seront, s'il y a lieu, traduits aux frais de la Société; la publication n'aura lieu qu'en français.

9. — Les auteurs ne mettront pas leur nom à ces mémoires, mais seulement une devise qu'ils répéteront dans un billet cacheté renfermant leur nom et leur adresse.

10. — Les jurys des concours seront composés de trois membres présentés par la section compétente et nommés par le Conseil.

11. — Les prix seront décernés par le Conseil sur le rapport des jurys.

12. — Toute décision du Conseil ou des sections relative aux prix sera prise au scrutin secret et à la majorité absolue des suffrages.

13. — La Société n'a l'obligation de publier aucun travail couronné; les manuscrits de tous les travaux présentés au concours restent la propriété de la Société. En cas de publication, cent exemplaires seront remis gratuitement aux auteurs.

14. — Les résultats des concours seront proclamés et les médailles remises dans l'une des assemblées générales de la session de Pâques. Les rapports des jurys devront être remis au Conseil six semaines avant cette session. Le 1er octobre de l'année qui suit celle où a été proposée la question est la date de rigueur pour l'envoi des mémoires au secrétariat.

15. — Pour être admis à demander un subside, il faut être membre de la Société depuis un an au moins.

16. — Le membre qui demandera un subside devra faire connaître par écrit le but précis de ses travaux, au moins d'une manière générale ; il sera tenu, dans les six mois de l'allocation du subside, de présenter au Conseil un rapport écrit sur les résultats de ses recherches, quel qu'en ait été le succès.

17. — Le Conseil, après avoir pris connaissance des diverses demandes de subsides, à l'effet d'en apprécier l'importance relative, statuera au scrutin secret.

18. — Les résultats des recherches favorisées par les subsides de la Société devront lui être présentés, pour être publiés dans ses Annales s'il y a lieu.

QUESTIONS DE CONCOURS

1° *Rendre rigoureuse et étendre au cas où le module est imaginaire la théorie des fonctions elliptiques et des fonctions thêta exposée dans les* Fundamenta *de Jacobi, en recourant le moins possible à la théorie générale des fonctions d'une variable imaginaire.*

2° *Recherches nouvelles, théoriques ou expérimentales, sur les radioconducteurs et leurs applications.*

3° *Préciser par de nouvelles recherches l'influence des variations du milieu sur le polymorphisme des champignons inférieurs.*

4° *Faire l'histoire économique de la Belgique indépendante en ce qui concerne l'agriculture et les industries agricoles.*

LETTRE

DE

S. S. LE PAPE LÉON XIII

AU PRÉSIDENT ET AUX MEMBRES
DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

Dilectis Filiis Praesidi ac Membris Societatis Scientificae Bruxellis constitutae

LEO PP. XIII.

DILECTI FILII, SALUTEM ET APOSTOLICAM BENEDICTIONEM.

Gratae Nobis advenerunt litterae vestrae una cum Annalibus et Quaestionibus a vobis editis, quas in obsequentissimum erga Nos et Apostolicam Sedem pietatis testimonium obtulistis. Libenter sane agnovimus Societatem vestram quae a scientiis sibi nomen fecit, et quae tribus tantum abhinc annis laetis auspiciis ac Iesu Christi Vicarii benedictione Bruxellis constituta est, magnum iam incrementum cepisse, et uberes fructus polliceri. Profecto cum infensissimi relligionis ac veritatis hostes nunquam desistant, imo magis magisque studeant dissidium rationem inter ac fidem propugnare, opportunum est ut praestantes scientia ac pietate viri ubique exurgant, qui Ecclesiae doctrinis ac documentis ex animo obsequentes, in id contendant, ut demonstrent *nullam unquam inter fidem et rationem veram dissensionem esse posse;* quemadmodum Sacrosancta Vaticana Synodus, constantem Ecclesiae et Sanctorum Patrum doctrinam affirmans, declaravit Constitutione IVª de fide catholica. Quapropter gratulamur quod Societas vestra hunc primo finem sibi proposuerit, itemque in statutis legem dederit, ne quid a sociis contra sanam christianae

philosophiae doctrinam committatur ; simulque omnes hortamur ut nunquam de egregio eiusmodi laudis tramite deflectant, atque ut toto animi nisu praestitutum Societatis finem praeclaris exemplis ac scriptis editis continuo assequi adnitantur. Deum autem Optimum Maximum precamur, ut vos omnes coelestibus praesidiis confirmet ac muniat : quorum auspicem et Nostrae in vos benevolentiae pignus, Apostolicam benedictionem vobis, dilecti filii, et Societati vestrae ex animo impertimur.

Datum Romae apud S. Petrum die 15 Ianuarii 1879, Pontificatus Nostri Anno Primo.

Leo PP. XIII.

A nos chers fils le Président et les Membres de la Société scientifique de Bruxelles

LÉON XIII, PAPE.

Chers fils, salut et bénédiction apostolique.

Votre lettre Nous a été agréable, ainsi que les Annales et les Questions publiées par vous et offertes en témoignage de votre piété respectueuse envers Nous et le Siège apostolique. Nous avons vu réellement avec plaisir que votre Société, qui a adopté le nom de Société scientifique, et s'est constituée à Bruxelles, depuis trois ans seulement, sous d'heureux auspices avec la bénédiction du Vicaire de Jésus-Christ, a déjà pris un grand développement et promet des fruits abondants. Certes, puisque les ennemis acharnés de la religion et de la vérité ne se lassent point et s'obstinent même de plus en plus à proclamer l'opposition entre la raison et la foi, il est opportun que partout surgissent des hommes distingués par la science et la piété, qui, attachés de cœur aux doctrines et aux enseignements de l'Église, s'appliquent à démontrer *qu'il ne peut jamais exister de désaccord réel entre la foi et la raison*, comme l'a déclaré, dans la Constitution IV *de fide catholica*, le saint concile du Vatican affirmant la doctrine constante de l'Église et des saints Pères. C'est pourquoi

Nous félicitons votre Société de ce qu'elle s'est d'abord proposé cette fin, et aussi de ce qu'elle a mis dans les statuts un article défendant à ses membres toute attaque aux saines doctrines de la philosophie chrétienne ; et en même temps Nous les exhortons tous à ne jamais s'écarter de la voie excellente qui leur vaut un tel éloge, et à poursuivre continuellement de tout l'effort de leur esprit l'objet assigné à la Société, par d'éclatants exemples et par leurs publications. Nous prions Dieu très bon et très grand, qu'il vous soutienne tous et vous fortifie du céleste secours : en présage duquel, et comme gage de Notre bienveillance envers vous, Nous accordons du fond du cœur à vous, chers fils, et à votre Société la bénédiction apostolique.

Donné à Rome, à Saint-Pierre, le 15 janvier 1879, l'an 1 de notre Pontificat.

LÉON XIII, PAPE.

LISTES

DES

MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

ANNÉE 1900

—

Liste des membres fondateurs

—

S. É. le cardinal DECHAMPS (1), archevêque de. . Malines.
François DE CANNART D'HAMALE (1) . . . . . Malines.
Charles DESSAIN . . . . . Malines.
Jules VAN HAVRE (1) . . . . . Anvers.
Le chanoine MAES (1) . . . . . Bruges.
Le chanoine DE LEYN . . . . . Bruges.
LEIRENS-ELIAERT . . . . . Alost.
Frank GILLIS (1) . . . . . Bruxelles.
Joseph SAEY . . . . . Bruxelles.
Le Ch^er DE SCHOUTHEETE DE TERVARENT . . . . Saint-Nicolas.
Le Collège SAINT-MICHEL . . . . . Bruxelles.
Le Collège NOTRE-DAME DE LA PAIX . . . . . Namur.
Le Duc D'URSEL, sénateur (1) . . . . . Bruxelles.
Le P^ce Gustave DE CROY (1). . . . . Le Rœulx.
Le Cte DE T'SERCLAES (1). . . . . Gand.
Auguste DUMONT DE CHASSART (1) . . . . . Mellet (Hainaut).
Charles HERMITE, membre de l'Institut. . . . Paris.
L'École libre de l'IMMACULÉE-CONCEPTION . . . Vaugirard-Paris.
L'École libre SAINTE-GENEVIÈVE . . . . . Paris.
Le Collège SAINT-SERVAIS . . . . . Liége.
Le Cte DE BERGEYCK . . . . . Beveren-Waes.
L'Institut SAINT-IGNACE. . . . . Anvers.

---

(1) Décédé.

Philippe GILBERT (1), correspondant de l'Institut. Louvain.
Le R. P. PROVINCIAL de la Compagnie de Jésus en Belgique . . . . . Bruxelles.
Le Collège de la COMPAGNIE DE JÉSUS . . . . Louvain.
Le Collège SAINT-JOSEPH . . . . . Alost.
Le chanoine DE WOUTERS . . . . . Braine-le-Comte.
Antoine D'ABBADIE (1), membre de l'Institut . . Paris.
S. É. le cardinal HAYNALD (1), archevêque de Kalocsa et Bàcs . . . . . Kalocsa(Hongrie)
S. É. le cardinal Séraphin VANNUTELLI . . . . Rome.
S. G. Mgr DU ROUSSAUX (1), évêque de . . . . Tournai.
S. É. le cardinal GOOSSENS, archevêque de . . Malines.
R. BEDEL . . . . . Aix.
S. G. Mgr BELIN (1), évêque de . . . . . Namur.
Eugène PECHER . . . . . Bruxelles.
S. Exc. Mgr FERRATA, archevêque de Thessalonique, nonce apostolique . . . . . Paris.
S. É. le cardinal NAVA DI BONTIFÈ . . . . . Catane.
S. Exc. Mgr RINALDINI, nonce apostolique. . . Madrid.

Liste des membres honoraires

—

Antoine D'ABBADIE (1), membre de l'Institut . . Paris.
AMAGAT, correspondant de l'Institut, répétiteur à l'école polytechnique . . . . . Paris.
Mgr BAUNARD, recteur de l'Université catholique. Lille.
Joachim BARRANDE (1) . . . . . Prague.
A. BÉCHAMP . . . . . Lille.
BÉCHAUX, correspondant de l'Institut . . . . Lille.
Le Prince BONCOMPAGNI (1) de l'Académie des Nuovi Lincei . . . . . Rome.
BOUSSINESQ, membre de l'Institut . . . . . Paris.

---

(1) Décédé.

L. de Bussy, membre de l'Institut . . . . . Paris.
Desplats . . . . . Lille.
Fabre, J.-H. . . . . Sérignan.
Le docteur Foerster . . . . . Aix-la-Chapelle.
Haton de la Goupillière, membre de l'Institut . Paris.
V. Hautefeuille, membre de l'Institut. . . . Paris.
Dr Heis (1) . . . . . Münster.
Charles Hermite, membre de l'Institut. . . . Paris.
Le vice-amiral de Jonquières, membre de l'Institut Paris.
Camille Jordan, membre de l'Institut . . . . Paris.
A. de Lapparent, membre de l'Institut. . . . Paris.
G. Lemoine, membre de l'Institut. . . . . Paris.
F. Le Play (1). . . . . Paris.
Le général Newton . . . . . New-York.
Louis Pasteur (1), membre de l'Institut. . . . Paris.
R. P. Perry, S. J. (1) de la Société royale de Londres. . . . . Stonyhurst.
Victor Puiseux (1), membre de l'Institut. . . . Paris.
A. Barré de Saint-Venant (1), membre de l'Institut . . . . . Paris.
R. P. Secchi, S. J. (1) de l'Académie des Nuovi Lincei . . . . . Rome.
Paul Tannery. . . . . Pantin.
Aimé Witz . . . . . Lille.
Wolf, membre de l'Institut . . . . . Paris.

---

(1) Décédé.

Liste générale des membres de la Société scientifique de Bruxelles

---

Abbeloos (Mgr), docteur en théologie, recteur émérite de l'Université, 3, montagne du Collège. — Louvain.

d'Acy (E.), 40, boulevard Malesherbes. — Paris.

Adan de Yarza (Ramon), ingénieur des mines. — Lequeitio (Vizcaya — Espagne).

Alexis-M. G. (Frère), 27, rue Oudinot. — Paris.

Allard (François), industriel. — Chatelineau.

Amagat, correspondant de l'Institut, répétiteur à l'École polytechnique, 19, avenue d'Orléans. — Paris.

André (J.-B.), inspecteur général au ministère de l'agriculture. — Héverlé.

d'Annoux (Cte H.), 74, boulevard Alexandre Martin. — Orléans.

Arcelin (Adrien), secrétaire perpétuel de l'Académie de Mâcon. — Châlon-sur-Saône (Saône-et-Loire — France).

Arduin (abbé Alexis), à Aiguebelle, par Grignan (Drôme — France).

Baivy (Dr), place Saint-Aubin. — Namur.

Balbas (Thomas), ingénieur des mines. — San-Sébastian (Espagne).

Bardin (abbé Louis). — Petit séminaire de Saint-Louis de Carthage (Tunisie).

di Bartolo (Canonico Salvatore), Ruggiero Settimo, 71. — Palermo (Sicile).

Baunard (Mgr), recteur de l'université catholique, boulevard Vauban, 60. — Lille (Nord — France).

Bayet (Adrien), 33, nouveau Marché aux Grains. — Bruxelles.

Beauvois (M. E.). — Corberon (Côte-d'Or — France).

Béchaux, correspondant de l'Institut, 110, boulevard de la Liberté. — Lille (Nord — France).

Bedel (abbé R.), prêtre de St-Sulpice, directeur au Grand-Séminaire. — Aix (Bouches-du-Rhône — France).

Belpaire (Frédéric), ingénieur, 48, avenue du Margrave. — Anvers.
de Bergeyck (Cte), château de Beveren-Waes (Flandre orientale).
Berleur (Adolphe), ingénieur, 17, rue Saint-Laurent. — Liége.
Berlingin (Melchior), directeur des laminoirs de la Vieille-Montagne. — Peuchot par Viviers (Aveyron — France).
Bertrand (Léon), 9, rue Crespel. — Bruxelles.
Béthune (Mgr Félix), 40, rue d'Argent. — Bruges.
Bibot (Dr), Place Léopold. — Namur.
Blondel (Alfred), ingénieur, 1, place du Parc. — Tournai.
Blondiaux (Auguste), château du Champ-Bourdon. — Thy-le-Château (Namur).
de la Boëssière-Thiennes (Mis), 23, rue aux Laines. — Bruxelles; ou château de Lombise par Lens (Hainaut).
Bolsius, S. J. (R. P. Henri), Kerkstraat, A. 14. — Oudenbosch (Pays-Bas).
Borginon (Dr Paul), 58, rue Dupont. — Bruxelles.
Boulay (chan.), professeur aux Facultés catholiques, 5, rue Mercier. — Lille (Nord — France).
Bouqué, professeur à l'Université, 3, rue des Selliers. — Gand.
Bouquillon (abbé Th.), Catholic University of America. — Washington (Brookland, D. C., États-Unis d'Amérique).
Bourgeat (chan.), professeur aux Facultés catholiques, 15, rue Charles de Muyssart. — Lille (Nord — France).
Boussinesq, membre de l'Institut, 73, rue Claude Bernard. — Paris.
du Boys (Paul), ingénieur des ponts et chaussées, 54, rue du Mans. — Alençon (Orne — France).
van den Branden de Reeth (S. Gr. Mgr), archevêque de Tyr, 82, rue du Bruel. — Malines.
Branly (Édouard), professeur à l'Institut catholique, 21, avenue de Tourville. — Paris.
Breithof (N.), professeur à l'Université, 95, rue de Bruxelles. — Louvain.
van der Bruggen (Bon Maurice), Ministre de l'Agriculture.— Bruxelles.
Bruylants, professeur à l'Université catholique, membre de l'Académie royale de médecine, 32, rue des Récollets. — Louvain.

Buisseret (Anatole), professeur à l'École des cadets, 5, rue Bosret. — Namur.

Buisseret (Joseph), professeur à l'École normale de l'État. — Nivelles.

de Bussy (L), membre de l'Institut, inspecteur général des constructions navales, 7, rue de Jouy. — Paris.

Cabeau (abbé Charles), professeur au Collège Saint-Joseph. — Virton.

Camboué, S. J. (R. P. Paul), missionnaire apostolique. — Tananarive (Madagascar).

Cappellen (Guillaume), conseiller provincial, 4, place Marguerite. — Louvain.

Caratheodory (Costa), 101, avenue Louise. — Bruxelles.

Cartuyvels (Jules), inspecteur général au ministère de l'agriculture et des travaux publics, 215, rue de la Loi. — Bruxelles.

Casarés (Firmino), farmacia, 93, calle de San Andrés. — La Coruña (Espagne).

Chautard, doyen de la Faculté catholique des sciences de Lille, villa Saint-Marc, par Croissanville (Calvados — France).

Cicioni (Mo R. Giulio Prior), professeur au Séminaire de Perugia (Italie).

Clasen (abbé B.-I.), curé-doyen d'Echternach (Grand-Duché de Luxembourg).

Cloquet (L.), professeur à l'Université, 2, rue Saint-Pierre. — Gand.

Cogels (J.-B. Henri), 181, avenue des Arts. — Anvers.

Colegio de Estudios Superiores de Deustro (R. P. J. Han. Obeso). — Bilbao (Espagne).

Collège de la compagnie de Jésus, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Collège Notre-Dame de la Paix, 39, rue de Bruxelles. — Namur.

Collège Saint-Joseph, 13, rue de Bruxelles. — Alost.

Collège Saint-Michel, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Collège Saint-Servais, 88, rue Saint-Gilles. — Liége.

Collège de Bellevue. — Dinant.

Colombier, 14, rue Lhomond. — Paris.

Coppieters de Stockhove (abbé Ch.), directeur des dames de l'Instruction chrétienne. — Bruges.

Coupé (abbé J.), aumônier-adjoint de la Maison centrale pénitentiaire, 33, rue Courte des Violettes. — Gand.

Courtoy (Dr), place de la Monnaie. — Namur.

Cousin (L.), ingénieur au conseil du gouvernement chilien, professeur à l'Université, casilla 952. — Santiago (Chili).

Cousot (abbé), aumônier de l'École des cadets. — Namur.

Cranincx (Bon Oscar), 51, rue de la Loi. — Bruxelles.

de Croy (Pce Juste), 63, rue de la Loi. — Bruxelles; ou Le Rœulx.

Cuylits (Jean), docteur en médecine, 44, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.

Dabert (S. Gr. Mgr), évêque de Périgueux et Sarlat.

Dallemagne (G.), 340, rue Saint-Gilles. — Liége.

Daniels (Dr Fr.), professeur à l'Université catholique de Fribourg (Suisse).

Dansette (Gaston), 81, chaussée de Charleroi. — Saint-Gilles (Bruxelles).

Daubresse (Paul), ingénieur, 42, rue des Orphelins. — Louvain.

Davignon (Julien), 41, avenue de la Toison-d'Or. — Bruxelles.

De Baets (Herman), 11, rue des Boutiques. — Gand.

De Baets (abbé Maurice), Collège Juste-Lipse, rue des Récollets. — Louvain.

Debaisieux, professeur à l'Université, 14, rue Léopold. — Louvain.

De Becker (chan. Jules), professeur à l'Université, 112, rue de Namur. — Louvain.

De Bien (Fernand), 87, rue Dupont. — Schaerbeek.

De Bloo (Julien), ingénieur, 89, boulevard Frère-Orban. — Gand.

De Brouwer (chan.), curé-doyen. — Ypres.

De Bruyn (Jules), 175, chaussée de Wavre. — Bruxelles.

De Buck (Dr D.), 7, rue des Boutiques. — Gand.

De Ceuster, S. J. (R. P.), Collège Saint-Michel, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Dechevrens, S.J. (R. P. Marc), directeur de l'Observatoire du Collège Saint-Louis. — Jersey (Iles de la Manche).

Degive (A.), membre de l'Académie royale de médecine, directeur de l'École vétérinaire de l'État, boulevard d'Anderlecht. — Cureghem-lez-Bruxelles.

De Greeff, S. J. (R. P. Henri), Collège N.-D. de la Paix, rue de Bruxelles. — Namur.

De Jaer (Camille), avocat, 56, boulevard de Waterloo. — Bruxelles.

De Jaer (Jules), ingénieur des mines, Vieux-Marché-aux-Bêtes. — Mons.

Delacre (Maurice), membre correspondant de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 16, boulevard du Fort. — Gand.

Delaire (A.), secrétaire général de la Société d'économie sociale, 238, boulevard Saint-Germain. — Paris.

Delannoy, conservateur des étalons des poids et mesures, 14, rue du Cornet. — Bruxelles.

De Lantsheere (Dr J.), oculiste, 203, rue Royale. — Bruxelles.

De Lantsheere (Léon), avocat, professeur à l'Université de Louvain, 69, rue du Commerce. — Bruxelles.

Delattre, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

Delaunois (Dr G.), à Bon-Secours, par Péruwelz (Hainaut).

Delcroix (Dr A.), 18, chaussée de Louvain. — Bruxelles.

Delemer, 24, rue Voltaire. — Lille (Nord — France).

Delétrez (Dr A.), 5, rue de la Charité. — Bruxelles.

De Leyn (chan. A.), 52, rue du Marécage. — Bruges.

Delvigne (chan. Adolphe), curé de Saint-Josse-ten-Noode, 14, rue de la Pacification. — Bruxelles.

Demanet (chan.), docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Université, Collège du Saint-Esprit. — Louvain.

De Moor (Dr), médecin de l'Hospice Guislain, 57, rue des Tilleuls. — Gand.

De Muynck (abbé), professeur à l'Université, Collège du Pape. — Louvain.

Denys (Dr J.), professeur à l'Université, Institut bactériologique. — Louvain.

De Preter (Herman), ingénieur, 59, rue du Marais. — Bruxelles.

Deschamps, S.J. (R. P. Alfred), docteur en sciences naturelles, 11, rue des Récollets. — Louvain.

Deschamps (Fernand), docteur en droit, 13, rue des Fabriques. — Bruxelles.

De Smedt, S. J. (R. P. Charles), président de la Société des Bollandistes, correspondant de l'Institut, 14, rue des Ursulines. — Bruxelles.

Desplats (docteur), professeur aux Facultés catholiques, 56, boulevard Vauban. — Lille (Nord — France).

Dessain (Charles), libraire-éditeur, rue de la Blanchisserie. — Malines.

De Tilly (général J.), de l'Académie royale de Belgique, président du Comité d'études de la position d'Anvers. — Anvers.

Dewalque (François), professeur à l'Université, 26, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Dewalque (Gustave), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 17, rue de la Paix. — Liége.

D'Hondt (Frédéric), directeur du Laboratoire communal. — Courtrai.

Dierckx, S. J. (R. P. F.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

de Dorlodot (chan. H.), docteur en théologie, professeur à l'Université catholique, rue de Bériot. — Louvain.

de Dorlodot (Sylvain), château de Floriffoux. — Floreffe (Namur).

Dressel, S. J. (R. P.), professeur de physique au Collège Saint-Ignace. — Fauquemont (Limbourg hollandais).

Drion (Bon Adolphe), fils, avocat. — Gosselies.

Dubois (Ernest), professeur à l'Université, 26, quai de l'École. — Gand.

Dubois (Georges), professeur à l'École supérieure de Commerce, 12, rue Mercelis. — Bruxelles.

Duchateau-Frentz (D^r^), rue Joseph II. — Bruxelles.

Ducretet, 75, rue Claude Bernard. — Paris.

Dufrane (D^r^), chirurgien à l'hôpital, 25, rue d'Havré. — Mons.

Dugniolle (Max), professeur à l'Université, 45, Coupure. — Gand.

Duhem (Pierre), professeur de physique à la Faculté des sciences, 18, rue de la Teste. — Bordeaux (Gironde — France).

Dumas-Primbault (Henri), ingénieur, château de la Pierre. — Cérilly (Allier — France).

Dumont (Achille), docteur en médecine, 77, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

Dumont (André), professeur à l'Université, 18, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

Dupont (Aristide), 34, rue Capouillet. — Bruxelles.

Duquenne (Dr Louis), 227, rue Sainte-Marguerite. — Liége.

Durant (Henri), inspecteur général des charbonnages patronnés par la Société Générale, 3, Montagne du Parc. — Bruxelles.

Dusausoy (Clément), professeur à l'Université, 107, chaussée de Courtrai. — Gand.

Dusmet y Alonzo (J.-M.), docteur en sciences naturelles, 7, plaza Santa-Cruz. — Madrid (Espagne).

Dutordoir (Hector), ingénieur en chef directeur du service technique provincial, 375, boulevard du Château. — Gand.

École libre de l'Immaculée Conception. — Vaugirard-Paris.

École libre Sainte-Geneviève, rue des Postes. — Paris.

de l'Escaille (Joseph), ingénieur. — Hamont, par Neerpeelt (Limbourg).

Eynaud (L.), ingénieur de la marine, directeur des constructions navales, 2 place de l'Alma. — Cherbourg (Manche — France).

Fabre (J. H.), naturaliste. — Sérignan par Vaucluse (Vaucluse — France).

Fagnart (Émile), docteur en sciences physiques et mathématiques, chargé de cours à l'Université, 7, rue Nieuwport. — Gand.

Faidherbe (Dr Alexandre), 38, rue de l'Hospice. — Roubaix (Nord — France).

de Favereau de Jenneret (Bon), ministre des Affaires Étrangères. — Bruxelles.

Fels (Mgr Félix), couvent de Königsbusch, près de Eecht (Limbourg-hollandais).

Fernandez Sanchez (José), catedrático de Historia universal en la Universidad. — Santiago (Galice — Espagne).

Ferrata (S. Exc. Mgr), nonce apostolique. — Paris.

Ferron (Eug.), commissaire du Gouvernement grand-ducal près les chemins de fer, 8, avenue de la Porte-Neuve. — Luxembourg (Grand-Duché).

Fita y Colomé, S. J. (R. P. Fidel), calle de Isabel la Católica, 12. — Madrid (Espagne).

Folie (F.), membre de l'Académie royale. — Grivegnée.

Forni (Cte Paul). — Botzen (Tyrol — Autriche).

de Foville (abbé), directeur au Séminaire St-Sulpice. — Paris.

Francotte (Xavier), docteur en médecine, professeur à l'Université, 15, quai de l'Industrie. — Liége.

de Garcia de la Vega (Bon Victor), docteur en droit, 37, rue du Luxembourg. — Bruxelles.

Gauthier-Villars (Albert), 55, quai des Grands-Augustins. — Paris
Gautier (chanoine), 21, rue Louise. — Malines.
Gerard (Ern.), ingénieur en chef, chef du cabinet du ministre des chemins de fer, 15, avenue de la Renaissance. — Bruxelles.
van den Gheyn (chan. Gabriel), supérieur à l'Institut Saint-Liévin. — Gand.
van den Gheyn, S. J. (R. P. Joseph), bollandiste, conservateur à la bibliothèque royale, 14, rue des Ursulines.—Bruxelles.
Gilbert (Paul), ingénieur à Heer-Agimont.
Gillard, S. J. (R. P.), professeur au collège Saint-Servais, 88, rue St-Gilles. — Liége.
Gilson, professeur à l'Université, 539, boulevard du Château.—Gand.
de Girard (Raymond), professeur de géologie à l'Université, 99, rue de Lausanne. — Fribourg (Suisse).
Glorieux (Dr), 36, rue Jourdan. — Bruxelles.
Goedseels (Édouard), administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique. — Uccle.
Gonzalez y Castejon, major d'État-Major, professeur de S. M. le roi d'Espagne, Real palacio. — Madrid.
Goossens (S. É. le cardinal), archevêque de Malines.
Goossens, S. J. (R. P. Fernand), 74, rue de Luxembourg. — Arlon.
Goris (Charles), docteur en médecine, 181, rue Royale. — Bruxelles.
Grandmont (Alphonse), avocat. — Taormina (Sicile).
Grinda (Jesús), ingénieur des ponts et chaussées, Fuencarral, 74 y 76. — Madrid (Espagne).
de Grossouvre (A.), ingénieur en chef des mines. — Bourges (Cher — France).
Guelton (Georges), attaché au Ministère de l'Intérieur et de l'Instruction publique, 131, rue Marie-Thérèse. — Louvain.
Guermonprez (Dr), professeur aux Facultés catholiques, membre correspondant de l'Académie royale de médecine de Belgique et de la Société de chirurgie de Paris, rue Nationale, 132. — Lille (Nord — France).
Hachez (F.), professeur à l'Université de Louvain, 21, rue Philippe le Bon. — Bruxelles.
Hagen, S. J. (R. P.), Georgetown College Observatory. — Washington D. C. (États-Unis d'Amérique).

HAHN, S. J. (R. P. Guillaume), Collège de N.-D. de la Paix, 45, rue de Bruxelles. — Namur.

HALLEUX, ingénieur des Mines, rue Joniaux, 5. — Etterbeek (Bruxelles)

HATON DE LA GOUPILLIÈRE (J.-N.), membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur de l'École des mines, 60, boulevard Saint-Michel. — Paris.

HAUTEFEUILLE (V.), membre de l'Institut, 28, rue du Luxembourg. — Paris.

HAVENITH, lieutenant à l'École de guerre, 120, avenue de la Couronne. — Bruxelles.

DE LA HAYE (Auguste), major au 13e régiment de ligne, 9, boulevard de Meuse. — Jambes (Namur).

HEBBELYNCK (Mgr A.), recteur magnifique de l'Université. — Louvain.

HELLEPUTTE (G.), membre de la Chambre des représentants, professeur à l'Université catholique. — Vlierbeek-lez-Louvain.

DE HEMPTINNE (Alexandre), 56, rue de la Vallée. — Gand.

HENRY (Albert), avocat, 47, rue de la Ruche. — Bruxelles.

HENRY (Louis), professeur à l'Université, membre de l'Académie royale de Belgique, 2, rue du Manège. — Louvain.

HENRY (Paul), docteur en sciences naturelles, professeur à l'Université, 11, rue des Joyeuses-Entrées. — Louvain.

HENSEVAL (Dr Maurice), 209, rue de Namur. — Louvain.

HERMITE (Charles), membre de l'Institut, 2, rue de Sorbonne. — Paris.

HERVIER (abbé Joseph), 31, grande rue de la Bourse. — Saint-Étienne (Loire — France).

HEYMANS (J. F.), docteur en sciences, professeur à l'Université, 35, boulevard de la Citadelle. — Gand.

HEYNEN (W.), membre de la Chambre des représentants. — Bertrix (Luxembourg); et 85, rue du Commerce. — Bruxelles.

HOUTARD (Bon J.). — Monceau-sur-Sambre (Hainaut).

HOUZE (Dr Oct.). — Binche.

HUMBERT, ingénieur des mines, professeur à l'École polytechnique, 16, boulevard Malesherbes. — Paris.

HUYBERECHTS (Dr Th.), 10, rue Hôtel des Monnaies. — Bruxelles.

Illescas (Juan), calle de la Compania, 16. — Puebla (Mexique, viâ New-York).

Iniguez y Iniguez (Francisco), catedrático de Astronomia en la Universidad, director del Observatorio astronomico. — Madrid (Espagne).

Institut Saint-Ignace, 47, courte rue Neuve. — Anvers.

Jacobs (Mgr), ancien curé-doyen de Sainte-Gudule. — Bruxelles.

Jacobs (F.), président de la Société belge d'astronomie, 21, rue des Chevaliers. — Bruxelles.

Jacopssen, S. J. (R. P. Raymond), 11, rue des Récollets. — Louvain.

Jenner (Ch.-J.), inspecteur général honoraire des ponts et chaussées, 25, rue Neuve. — Vannes (Morbihan — France).

de Joannis, S. J. (R. P.), 15, rue Monsieur. — Paris.

Joly (Albert), avocat à la cour d'appel, 8, rue de la Grosse-Tour. — Bruxelles.

Joly (Léon), avocat, 54, avenue Brugmann. — Bruxelles.

de Jonquières, vice-amiral, membre de l'Institut, 2, avenue Bugeaud. — Paris.

Jordan (Camille), membre de l'Institut, 48, rue de Varenne. — Paris.

Jourdain (Louis), ingénieur, 12, rue Montagne-aux-Herbes-Potagères. — Bruxelles.

Kaïser (G.), inspecteur du travail au ministère de l'Industrie, 19, rue Charles Martel. — Bruxelles.

Kennis (G.), ingénieur civil, bourgmestre, 12, rue de Robiano. — Schaerbeek.

Kimus (abbé), Collège du Saint-Esprit. — Louvain.

Kirsch (R. P. Alexandre-M.), C. S. C. — Notre-Dame (Indiana — États-Unis).

Kirsch (Mgr J.-P.), professeur à l'Université. — Fribourg (Suisse).

de Kirwan (Charles), ancien inspecteur des forêts, Villa Dalmassière, par Voiron (Isère, France).

Kurth (Godefroid), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 6, rue Rouvroy. — Liége.

Lagasse-de Locht (Charles), ingénieur en chef, directeur des ponts et chaussées, membre du Conseil supérieur du Travail, Président de la Commission Royale des Monuments, 167, chaussée de Wavre. — Bruxelles.

Lahousse (Dr), professeur à l'Université, 27, Coupure. — Gand.
Lamarche (Émile), 81, rue Louvrex. — Liége.
Lambert (Camille), ingénieur en chef des chemins de fer de l'État. — Woluwe-Saint-Lambert.
Lambiotte (Omer), ingénieur de charbonnages. — Anderlues.
Lambiotte (Victor), ingénieur, directeur-gérant aux charbonnages d'Oignies-Aiseau, par Tamines (Namur).
Lambot (Oscar), professeur à l'Athénée royal, 21, rue Saint-Jean. — Arlon.
Lambrechts (Hector), 103, avenue de la Couronne. — Bruxelles.
Laminne (Chan. Jacques), supérieur du petit séminaire de Saint-Trond.
Lamy (Mgr), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université catholique, 149, rue des Moutons. — Louvain.
de Lapparent (A.), membre de l'Institut, membre correspondant de la Société géologique de Londres, associé de l'Académie de Belgique, professeur à l'Institut catholique, 3, rue de Tilsitt. — Paris.
Laruelle (Dr), 22, rue du Congrès. — Bruxelles.
Lebouteux (P.). — Verneuil par Migné (Vienne — France).
Lebrun (Dr), 20, rue du Canal. — Louvain.
Lebrun (Dr), rue de Bruxelles. — Namur.
Lechalas (G.), ingénieur en chef des ponts et chaussées, Quai de la Bourse, 13. — Rouen (Seine-Inférieure — France).
Leclercq (Jules), correspondant de l'Académie royale de Belgique, 25, avenue de l'Astronomie. — Bruxelles.
Leconte (Félix), 52, rue Ansiaux. — Liége.
Ledresseur (Charles), docteur en médecine, professeur à l'Université, 79, voer des Capucins. — Louvain.
Lefebvre (Dr), membre de l'Académie royale de médecine, 36, rue de Bériot. — Louvain.
Lefebvre (Mgr Ferdinand), professeur à l'Université, 34, rue de Bériot. — Louvain.
Lefebvre (abbé Maurice), docteur en sciences naturelles, professeur au Collège Saint-Joseph. — Virton.
Legrand (abbé Alfred), rue de Bruxelles. — Namur.
Le Hir (abbé Daniel), aumônier de la Maison des Oiseaux, 86, rue de Sèvres. — Paris.

LEIRENS-ELIAERT, rue du Pont. — Alost.

LEJEUNE-SIMONIS, château de Sohan. — Pepinster (Liége).

LEMAÎTRE (Dr), rue de Montigny. — Charleroi.

LEMOINE (Georges), membre de l'Institut, ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur de sortie à l'École polytechnique, 76, rue Notre-Dame des Champs. — Paris.

LENOBLE, professeur aux Facultés catholiques, 28ter, rue Négrier. — Lille (Nord — France).

LE PAIGE (C.), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, plateau de Cointe. — Liége.

LEPLAÉ, professeur à l'Institut agronomique. — Louvain.

LERAY (R. P. A.), Eudiste, 75, rue Denfert-Rochereau. — Paris.

DE LIEDEKERKE (Cte Charles), 30, rue de l'Industrie. — Bruxelles.

DE LIEDEKERKE DE PAILHE (Cte Éd.), 47, avenue des Arts. — Bruxelles.

DU LIGONDÈS (Vicomte), lieutenant-colonel d'artillerie. — Bourges (Cher — France).

DE LIMBURG-STIRUM (Cte Adolphe), 15, rue du Commerce. — Bruxelles.

LIMPENS (Émile), avocat. — Termonde.

DE LOCHT (Léon), Professeur à l'Université, ingénieur, Mont-Saint-Martin. — Liége.

LORIN, 186, boulevard Saint-Honoré. — Paris.

LUCAS, S. J. (R. P.), docteur en sciences physiques et mathématiques, collège N.-D. de la Paix, rue de Bruxelles. — Namur.

MAERTENS (chan.), professeur au Petit-Séminaire. — Saint-Nicolas.

MAES (l'abbé), curé de Saint-Job. — Uccle.

MANSION (Paul), professeur à l'Université, inspecteur des Études à l'École préparatoire du génie civil et des Arts et Manufactures, membre de l'Académie royale de Belgique, 6, quai des Dominicains. — Gand.

MARTENS (Édouard), professeur à l'Université, 27, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

MARTIN (Dr), boulevard ad aquam. — Namur.

MARTINEZ Y SAEZ (Francisco de Paula), professeur de zoologie au Musée d'histoire naturelle, calle de San Quintin, 6. — Madrid (Espagne).

Massange de Louvrex (Dr), 4, rue Forgeur. — Liége.
Matagne (Henri), docteur en médecine, 62, avenue de la Porte de Hal. — Bruxelles.
Matthieu (Émile), avocat, Marché aux Bêtes. — Huy.
de Maupeou (Cte), ingénieur de la marine, 3, rue du Commerce. — Lorient (Morbihan — France).
Meessen (Dr Wilhelm), 28, rue Froissard. — Bruxelles.
de Meeus (Cte Henri), ingénieur, rue du Vert-Bois. — Liége.
Mercier (Mgr D.), professeur à l'Université, 1, rue des Flamands.— Louvain.
de Merode-Westerloo (Cte), rue aux Laines. — Bruxelles.
Meunier (abbé Alph.), professeur à l'Université, Collège Juste-Lipse. — Louvain.
Meunier (Fernand), 21, rue Mercelis. — Bruxelles.
Meurs, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.
Micha, professeur à l'Université, 110, rue Marie-Thérèse. — Louvain.
Miranda y Bistuer (Julian), Calle Mayor, 43-1°, Arcipreste de la Santa Iglesia de Lerida (Cataluña), Espagne.
Moeller (Dr), membre de l'Académie royale de médecine, 1, rue Montoyer. — Bruxelles.
Moeller (Dr Nicolas), 46, rue de Berlin. — Bruxelles.
Monchamp (abbé Georges), docteur en théologie et en philosophie, vicaire général de Mgr l'Évêque de Liége. — Liége.
Monier (abbé Marcel), 172, rue Saint-Gilles. — Liége.
de Montessus de Ballores (Cte M. R.), professeur au collège Notre-Dame de Belle-Vue. — Izeure, Moulins (Allier — France).
Monthaye, capitaine commandant d'état-major, professeur à l'École de guerre, 38, rue de la Tourelle. — Bruxelles.
de Moreau d'Andoy (Cher), 186, avenue Louise. — Bruxelles.
Moreux (abbé Th.), professeur au collège Saint-Célestin. — Bourges (Cher — France).
Moulart (abbé), directeur au collège épiscopal. — Leuze.
Mullenders (Joseph), ingénieur, 7, rue Renkin. — Liége.
de Nadaillac (Mis), 18, rue Duphot. — Paris; ou Rougemont par Cloyes (Eure et Loir — France).
Nava di Bontifè (S. É. le cardinal). — Catane.

NERINCX (Alfred), avocat à la cour d'appel, professeur à l'École supérieure du commerce, 8, rue Bosquet. — Saint-Gilles (Bruxelles).

NEUBERG, membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 6, rue de Sclessin. — Liége.

NICOTRA (Mgr Sébastien). — Munich.

NOLLÉE DE NODUWEZ, membre honoraire du Corps diplomatique de S. M. le Roi des Belges, 146, rue Royale. — Bruxelles.

NYSSENS (Albert), professeur à l'Université. — Louvain.

NYSSENS (Pierre), directeur au laboratoire agricole de l'État, 21, rue Sainte-Marguerite. — Gand.

D'OCAGNE (Maurice), professeur à l'École des ponts et chaussées, répétiteur à l'École polytechnique, 30, rue de la Boétie. — Paris.

DE OLAVARRIA (Martial), ingénieur en chef des mines, secrétaire de la Commission de la carte géologique d'Espagne, Huertas, 82. — Madrid (Espagne).

ORBAN DE XIVRY, gouverneur de la province de Luxembourg. — Arlon.

PARDON (Gustave), ingénieur. — Quaregnon (Hainaut).

PASQUIER (Ern.), professeur à l'Université, 22, rue Marie-Thérèse. — Louvain.

PATRONI (Monsign. Giuseppe), dott. in filosofia, in teologia ed in ambe le leggi, 47, piazza del Gesù. — Rome.

PECHER (Eugène), 80, avenue Louise. — Bruxelles.

PEETERS (docteur), professeur à l'Institut Saint-Louis, rue du Marais. — Bruxelles.

PETERS (Jules), docteur en droit, 51, rue Saint-Martin. — Tournai.

PEPIN, S. J. (R. P. Théophile), École libre Saint-Michel. — Saint-Étienne (Loire — France).

PIERAERTS (chan.), directeur de l'Institut Saint-Louis. — Bruxelles.

DE PIERPONT (Édouard), château de Rivière. — Profondeville.

PIERRE (abbé Oscar), 2, rue du Tan. — Namur.

DE PILLON DE SAINT-PHILBERT (A.), 2, rue Saint-Thomas. — Douai (Nord — France).

POISOT (Maurice), avocat, 4, rue Buffon. — Dijon (Côte-d'Or — France).

POULLET (Prosper), professeur à l'Université, rue Léopold. — Louvain.

PROOST (Alphonse), directeur général de l'agriculture, 16, rue Anoul. — Bruxelles; ou Mousty-lez-Ottignies.

PROVINCIAL (R. P.) de la Compagnie de Jésus, 165, rue Royale. — Bruxelles.

PRUDHAM (abbé), directeur du Collège Stanislas, 22, rue N.-D. des Champs. — Paris.

PYFFEROEN (Oscar), Professeur à l'Université, 4, rue du Nouveau Bois. — Gand.

QUAIRIER, 28, boulevard du Régent. — Bruxelles.

RACHON (abbé Prosper), curé de Ham-sur-Heure, par Longuyon (Meurthe-et-Moselle — France).

RACLOT (abbé V.), aumônier des hospices et directeur de l'observatoire. — Langres (Haute-Marne — France).

RANWEZ (Fernand), professeur à l'Université, 56, rue de Tirlemont. — Louvain.

RECTOR (R. P.) del Colegio del Jesûs. — Tortosa (Tarragona — Espagne).

RENARD (abbé Alphonse), membre de l'Académie royale de Belgique, conservateur honoraire au Musée d'histoire naturelle, professeur à l'Université de Gand. — Wetteren (Flandre orientale).

DE RIBAUCOURT (Cte), 27, rue de Loxum. — Bruxelles; ou château de Perck, par Vilvorde.

RICHALD (J.), ingénieur des ponts et chaussées, 28, rue de Comines. — Bruxelles.

DE RIDDER (Paul), 96, rue Joseph II. — Bruxelles.

RINALDINI (Son Exc. Mgr), Nonce apostolique. — Madrid.

RISUEÑO (Emiliano Rodriguez), catedrâtico de Historia natural en la Universidad, calle Duque de la Victoria, 16, pral. — Valladolid (Espagne).

DE LA ROCHE DE MARCHIENNES (Émile). — Harvengt par Harmignies (Hainaut).

ROELANDTS, S. J. (R. P.), Collège du Sacré-Cœur. — Charleroi.

ROLAND (Pierre), ingénieur, 49, rue des Orphelins. — Louvain.

DE ROMRÉE (Cte), château de Vichenet. — Le Mazy.

DE RUEL (Gustave), ingénieur, directeur de l'École industrielle, 11, boulevard Cauchy. — Namur.

RUTTEN (Dr), place Léopold. — Namur.

DE SALVERT (Vte), professeur aux Facultés catholiques de Lille, 7, rue de la Bibliothèque. — Versailles (Seine-et-Oise — France); ou château de Villebeton, par Châteaudun (Eure-et-Loir — France).

SANZ (Pelegrin), ingeniero de caminos, Oficina de Obras públicas. — Tarragona (Espagne).

DE SAUVAGE (Cte), 22, avenue de Friedland. — Paris.

SCARSEZ DE LOCQUENEUILLE (Anatole), château de Saint-François. — Farciennes (Hainaut); ou 85, rue de Stassart. — Ixelles.

SCHAFFERS, S. J. (R. P.), docteur en sciences physiques et mathématiques, 11, rue des Récollets. — Louvain.

SCHEUER, S. J. (R. P. Pierre), 35, rue de Sèvres. — Paris.

SCHMIDT (Alfred), chimiste de la maison E. Leybold's Nachfolger, 7, Bruderstrasse. — Cologne.

SCHMITZ, S. J. (R. P.), directeur du Musée géologique des bassins houillers belges, 11, rue des Récollets. — Louvain.

SCHMITZ (Théodore), ingénieur civil des Mines, 58, rue Saint-Joseph. — Anvers.

SCHOBBENS, docteur en médecine, 49, longue rue Neuve. — Anvers.

SCHOEMAKER (W.-J.), professeur à l'École moyenne. — Nimègue (Pays-Bas).

DE SCHOUTHEETE DE TERVARENT (Cher). — Saint-Nicolas.

SCHOLLAERT, place Saint-Antoine. — Louvain.

DE SELLIERS DE MORANVILLE (Cher), commandant d'état-major, 46, chaussée de Charleroi. — Bruxelles.

SIBENALER, professeur à l'Université catholique, 106, rue de Namur. — Louvain.

SIMART, lieutenant de vaisseau, répétiteur à l'École polytechnique, 70, rue Miromesnil. — Paris.

SIMON (Dr J.-B.), 108, rue Haute. — Bruxelles.

SIMONIS (Alfred), sénateur. — Verviers.

SIRET (Henri), ingénieur, 59, rue du Transvaal. — Anvers.

SIRET (Louis), ingénieur. — Cuevas (prov. Almeria — Espagne).

SMEKENS (Théophile), président du tribunal de 1re instance, 31, avenue Quentin Metsys. — Anvers.

DEL SOCORRO (José Maria Solano, Mes), professeur de géologie au Musée d'histoire naturelle, calle de Jacometrezo, 41, bajo. — Madrid (Espagne).

Soisson (G.), ingénieur, docteur en sciences, professeur à l'Athénée grand-ducal, rue Joseph II. — Luxembourg (Grand-Duché).

Solvyns (Albert), membre de la Députation permanente. — Tronchienne-lez-Gand ; ou, 138, Coupure. — Gand.

Soreil, ingénieur. — Maredret sous Sosoye, par Anthée (Namur).

Souben (Jules), St-Michaels Priory. — Farnborough (Hants — England).

de Sparre (Cte), professeur aux Facultés catholiques de Lyon, château de Vallière. — Saint-Georges-de-Reneins (Rhône — France).

Spina, S. J. (R. P. Pedro), Colegio católico del Sagrado Corazón de Jesús, sacristia de Capucinas núm. 5. — Puebla (Mexique).

Springael (Auguste), ingénieur, 2, rue Sainte-Walburge. — Bruges.

Staelpaert (abbé), professeur au Collège Saint-Pierre, rue des Récollets. — Louvain.

Stainier (Xavier), professeur à l'Institut agricole de Gembloux, membre de la Commission géologique de Belgique, rue Pierquin. — Gembloux.

van den Steen de Jehay (Cte Frédéric), attaché au Cabinet du Roi, 13, rue de la Loi. — Bruxelles.

Stillemans (S. G. Mgr), évêque de Gand.

Stinglhamber (Émile), docteur en droit, 31, rue des Minimes. — Bruxelles.

Storms (abbé Camille), curé de Ganshoren, par Jette (Brabant).

Storms (Raymond), château d'Oirbeek (Tirlemont).

Stouffs (Dr), rue de Charleroi. — Nivelles.

van der Straten-Ponthoz (Cte François), 23, rue de la Loi. — Bruxelles.

Struelens (Alfred), docteur en médecine, 18, rue Hôtel des Monnaies. — Saint-Gilles (Bruxelles).

Surbled (Dr), 40, rue de Joinville. — Paris.

Swolfs (Dr), 27, rue de l'Association. — Bruxelles.

Swolfs (chan.), inspecteur diocésain, 46, avenue Van Beneden. — Malines.

Tannery (Paul), directeur de la manufacture des tabacs. — Pantin (Seine — France).

Taymans (Émile), notaire. — Tubize (Brabant).

[illegible] ...cteur en sciences physiques et mathématiques, professeur [illegible] l'Athenée, 26, rue Marnix. — Gand.

[illegible] ...ngénieur de la marine. — Rochefort-sur-Mer (Charente-inférieure — France).

[illegible] ...armand, Institut des Hautes-Études, 1, rue des Flamands. — Louvain.

[illegible] ...i. [illegible], 11, rue des Récollets. — Louvain.

[illegible] ...secrétaire de l'Association conservatrice cantonale de [illegible]mpieuve, bourgmestre. — Pecq (Hainaut).

[illegible] ...ngénieur — Anderlues.

[illegible] ...ngénieur, directeur-gérant de la Société [illegible] des ateliers de construction de la Meuse, [illegible] de France. — Liége.

[illegible] ...Manuel, architecte, professeur à la Faculté [illegible] sciences de l'Université, calle de Lope de Vega, [illegible] 15, [illegible]dra. — Madrid (Espagne).

[illegible] ...le Château, par Gembloux; ou 23, rue [illegible] — Bruxelles.

[illegible] ...président du Collége belge. — Rome.

[illegible] ...capitaine d'état-major, professeur à [illegible], 26, rue de l'Abbaye. — Bruxelles.

[illegible] ...de Raudemont, par Virginal.

[illegible] ...Bischoffsheim. — Bruxelles; ou [illegible] Virginal.

[illegible] ...d'artillerie, château de Bois de-[illegible] Wauthier-Braine (Brabant).

[illegible] ...Académie royale de Belgique, [illegible] 190, rue de Namur. —

[illegible] ...Université, 190, rue de [illegible]

[illegible] ...rue de Namur. —

[illegible] ...— Bruxelles.

[illegible] ...Université de Gand, [illegible]

[illegible] ...Marie-Louise. —

Van Bastelaer (Léonce), 24, rue de l'Abondance. — Bruxelles.
Van Biervliet (J.), professeur à l'Université, 18, rue Guimard. — Gand.
Vanden Bossche (G.), avocat, 31, rue Baudeloo. — Gand.
Vandenpeereboom (E.), ingénieur, 15, rue d'Artois. — Liége.
Vandenpeereboom (Jules). — Anderlecht-lez-Bruxelles.
Vanderlinden, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Université, 27, Cour du Prince. — Gand.
Van der Mensbrugghe, membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 131, Coupure. — Gand.
Vanderryst, inspecteur adjoint de l'agriculture. — Tongres.
Van der Smissen (Édouard), avocat, professeur à l'Université de Liége, 16, rue du Gouvernement Provisoire. — Bruxelles.
Vanderstraeten (Dr A.), 68, rue du Trône. — Bruxelles.
Van de Woestyne (chanoine), professeur au Grand Séminaire. — Bruges.
Van Dromme, docteur en médecine, rue des Chartreuses. — Bruges.
Van Emelen (Léopold), docteur en sciences physiques et mathématiques, rue de la Station. — Louvain.
Van Geersdaele (Dr Eugène). — Dampremy (Charleroi).
Van Gehuchten, professeur à l'Université, 36, rue Léopold. — Louvain.
Van Hoeck (Dr Ém.), 11, rue Traversière. — Bruxelles.
Van Keerberghen, docteur en médecine, 15, rue du Trône. — Bruxelles.
Vannutelli (Son Ém. le cardinal Séraphin). — Rome.
Van Ortroy (Fernand), professeur à l'Université, 37, quai des Moines. — Gand.
Van Overloop (Eugène), 152, rue Royale. — Bruxelles.
Van Swieten (Raymond), 31, quai aux Pierres de Taille. — Bruxelles.
Van Zuylen-Orban (Gust.), industriel, 8, quai de l'Industrie. — Liége.
Vaultrin, inspecteur des forêts, 2, rue de Lorraine. — Nancy (Meurthe-et-Moselle — France).
Venneman, docteur en médecine, professeur à l'Université, 35, rue du Canal. — Louvain.
Verhelst (abbé F.), professeur au Collège Saint-Jean-Berchmans, 36, place de Meir. — Anvers.

Théron, docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'Athénée, 26, rue Marnix. — Gand.

Thibaudier, ingénieur de la marine. — Rochefort-sur-Mer (Charente-Inférieure — France).

Thiéry (abbé Armand), Institut des Hautes-Études, 1, rue des Flamands. — Louvain.

Thirion, S. J. (R. P.), 11, rue des Récollets. — Louvain.

Thiry (Fr.), secrétaire de l'Association conservatrice cantonale de Templeuve, bourgmestre. — Pecq (Hainaut).

Tilman (Firmin), ingénieur. — Anderlues.

Timmermans (François), ingénieur, directeur-gérant de la Société anonyme des ateliers de construction de la Meuse, 22, rue de Fragnée. — Liége.

Torroja y Caballé (Eduardo), architecte, professeur à la Faculté des sciences de l'Université, calle de Lope de Vega, nos 13 et 15, cto 3o dra. — Madrid (Espagne).

de Trazegnies (Mis). — Corroy-le-Château, par Gembloux ; ou 23, rue de la Loi. — Bruxelles.

de T'Serclaes (Mgr Charles), président du Collège belge. — Rome.

de T'Serclaes (Cte Jacques), capitaine d'état-major, professeur à l'École de guerre, 26, rue de l'Abbaye. — Bruxelles.

t'Serstevens (Gaston), château de Baudemont, par Virginal.

t'Serstevens (Léon), 43, boulevard Bischoffsheim. — Bruxelles; ou Baudemont par Virginal.

d'Ursel (Cte Aymard), capitaine d'artillerie, château de Bois-de-Samme, par Wauthier-Braine (Brabant).

de la Vallée Poussin, associé de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 190, rue de Namur. — Louvain.

de la Vallée Poussin (Ch.-J.), professeur à l'Université, 190, rue de Namur. — Louvain.

de la Vallée Poussin (Joseph), avocat, 190, rue de Namur. — Louvain.

Van Aertselaer (chan.), curé-doyen de Sainte-Gudule. — Bruxelles.

Van Aubel, professeur de physique à l'Université de Gand, 136, chaussée de Courtrai. — Gand.

Van Aubel (Ch.), assistant à l'Université, 72, square Marie-Louise. — Bruxelles.

Van Bastelaer (Léonce), 24, rue de l'Abondance. — Bruxelles.
Van Biervliet (J.), professeur à l'Université, 18, rue Guimard. — Gand.
Vanden Bossche (G.), avocat, 31, rue Baudeloo. — Gand.
Vandenpeereboom (E.), ingénieur, 15, rue d'Artois. — Liége.
Vandenpeereboom (Jules). — Anderlecht-lez-Bruxelles.
Vanderlinden, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Université, 27, Cour du Prince. — Gand.
Van der Mensbrugghe, membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, 131, Coupure. — Gand.
Vanderryst, inspecteur adjoint de l'agriculture. — Tongres.
Van der Smissen (Édouard), avocat, professeur à l'Université de Liége, 16, rue du Gouvernement Provisoire. — Bruxelles.
Vanderstraeten (Dr A.), 68, rue du Trône. — Bruxelles.
Van de Woestyne (chanoine), professeur au Grand Séminaire. — Bruges.
Van Dromme, docteur en médecine, rue des Chartreuses. — Bruges.
Van Emelen (Léopold), docteur en sciences physiques et mathématiques, rue de la Station. — Louvain.
Van Geersdaele (Dr Eugène). — Dampremy (Charleroi).
Van Gehuchten, professeur à l'Université, 36, rue Léopold. — Louvain.
Van Hoeck (Dr Ém.), 11, rue Traversière. — Bruxelles.
Van Keerberghen, docteur en médecine, 15, rue du Trône. — Bruxelles.
Vannutelli (Son Ém. le cardinal Séraphin). — Rome.
Van Ortroy (Fernand), professeur à l'Université, 37, quai des Moines. — Gand.
Van Overloop (Eugène), 152, rue Royale. — Bruxelles.
Van Swieten (Raymond), 31, quai aux Pierres de Taille. — Bruxelles.
Van Zuylen-Orban (Gust.), industriel, 8, quai de l'Industrie. — Liége.
Vaultrin, inspecteur des forêts, 2, rue de Lorraine. — Nancy (Meurthe-et-Moselle — France).
Venneman, docteur en médecine, professeur à l'Université, 35, rue du Canal. — Louvain.
Verhelst (abbé F.), professeur au Collège Saint-Jean-Berchmans, 36, place de Meir. — Anvers.

VERRIEST (G.), docteur en médecine, professeur à l'Université, 40, rue du Canal. — Louvain.

VERSCHAFFEL (R. P.), chargé des travaux astronomiques à l'Observatoire d'Abbadie. — Abbadia, par Hendaye (Basses-Pyrénées — France).

VICAIRE (EUGÈNE), inspecteur général de première classe des mines, 30, rue Gay-Lussac. — Paris.

VICENT, S. J. (R. P. Antonio), Colegio de San José. — Valencia (Espagne).

VISART DE BOCARMÉ (Cte Amédée), membre de la Chambre des représentants, bourgmestre. — Bruges.

VISART DE BOCARMÉ, avocat, 10, rue Grandgagnage. — Namur.

VOLLEN (E)., docteur en droit, rue de Paris. — Louvain.

DE VORGES (Albert), 4, avenue Thiers. — Compiègne (Oise — France).

DE VORGES (Cte E. Domet), 46, rue du Général Foy. — Paris.

VUYLSTEKE, professeur à l'Université de Louvain, 59, rue du Congrès. — Bruxelles.

WAFFELAERT (S. G. Mgr), évêque de Bruges.

WALRAVENS (S. G. Mgr), évêque de Tournai.

WALRAVENS (chan. Adelson), directeur du Collège Saint-Julien. — Ath.

WARLOMONT (René), docteur en médecine et en sciences naturelles, médecin de régiment au 2e chasseurs à cheval, 5, rue de la Grosse Pomme. — Mons.

WAUCQUEZ (Victor), avocat, 93, rue d'Arlon. — Bruxelles.

WAUTELET (A.), ingénieur à l'usine à gaz. — Roubaix (Nord—France).

DE WAVRIN (Mis), château de Ronsele, par Somergem (Flandre orientale).

DE WECK (abbé A.), missionnaire apostolique. — Fille-Dieu sous Romont (canton de Fribourg — Suisse).

WÉRY (Dr Aug.). — Sclayn (Namur).

WÉRY (Vincent), président du tribunal de 1re instance, 4, rue des Telliers. — Mons.

WILMOTTE (abbé), professeur au Séminaire. — Floreffe (Namur).

WITTAMER, capitaine-commandant d'artillerie, directeur des études à l'école des cadets. — Namur.

WITZ (Aimé), professeur aux Facultés catholiques, 29, rue d'Antin. — Lille (Nord — France).

WOLF, membre de l'Institut, 95, rue des Feuillantines. — Paris.
WOLTERS (Frédéric), professeur à l'Université, 55, rue du Jardin. — Gand.
DE WOUTERS (chan.). — Braine-le-Comte.
WOUTERS (abbé Louis), inspecteur de l'enseignement, 73, rue de l'Empereur. — Anvers.
ZAHM (R. P. J.-A.), C. S. C. — Notre-Dame (Indiana, Etats-Unis d'Amérique).

Membre décédé

—

Mlle DE SANTA CRUZ . . . . . Santiago.

Listes des membres inscrits dans les sections

—

1re Section

Mathématiques, Astronomie, Géodésie. — Mécanique. — Génie civil et militaire

MM. Adan de Yarza.
Balbas.
Chan. di Bartolo.
Belpaire.
Berlingin.
Boussinesq.
du Boys.
Breithof.
de Bussy.
Abbé Cabeau.
Caratheodory.
Abbé Clasen.
Abbé Coppieters de Stockhove.
Cousin.
Daubresse.
De Bien.
De Bloo.
R. P. De Ceuster, S. J.
Jules De Jaer.
De Tilly.
Durant.
Dusausoy.
Dutordoir.
de l'Escaille.
Eynaud.
Fagnart.
Folie.

MM. Gauthier-Villars.
R. P. Gillard, S. J.
Goedseels.
Grinda.
de Grossouvre.
Hachez.
Hagen.
Halleux.
Haton de la Goupillière.
Havenith.
de la Haye.
Hermite.
Humbert.
Iñiguez.
Fern. Jacobs.
Jenner.
Amiral de Jonquières.
Camille Jordan.
Kaïser.
Kennis.
Charles Lagasse.
Lamarche.
Lambert.
Lechalas.
Le Paige.
Cte Charles de Liedekerke.
Vte du Ligondès.

MM. Mansion.
Cte de Maupeou.
de Meeus.
Micha.
Cte de Montessus.
Abbé Moreux.
Neuberg.
Pierre Nysseus.
d'Ocagne.
de Olavarria.
Pardon.
Pasquier.
R. P. Pepin, S. J.
Richald.
Vte de Salvert.
Pelegrin Sanz.
Sibenaler.
Simart.

MM. Soisson.
Sorcil.
Cte de Sparre.
R. P. Spina, S. J.
Paul Tannery.
Théron.
Thibaudier.
Timmermans.
Torroja.
Cte Jacques de T'Serclaes.
Cte Aymard d'Ursel.
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
E. Vandenpeereboom.
Vanderlinden.
Van Emelen.
R. P. Verschaffel.
Vicaire.
Wolf.

2e Section

Physique. — Chimie. — Métallurgie. — Météorologie et Physique du globe.

MM. Allard.
Amagat.
André.
Bayet.
Blondel.
Branly.
Bruylants.
Casarès.
Chautard.
Abbé Coupé.
Dallemagne.
R. P. Dechevrens, S. J.
R. P. De Greeff, S. J.
Delacre.
Delannoy.
Delemer.
Abbé Demanet.
De Muynck,
De Preter.
François Dewalque.
R. P. Dierckx, S. J.

R. P. Dressel, S. J.
MM. Ducretet.
Duhem.
Dumas-Primbault.
André Dumont
Ferron.
Gerard.
R. P. Goossens, S. J.
de Hemptinne.
Louis Henry.
Paul Henry.
R. P. Jacopssen, S. J.
R. P. de Joannis, S. J.
Omer Lambiotte.
Victor Lambiotte.
Lambot.
Leconte.
Lemoine.
Lenoble.
R. P. Leray.
de Locht.

R. P. Lucas, S. J.
MM Mullenders.
Abbé Pierre.
Abbé Raclot.
Fern. Ranwez.
Roland.
de Ruel.
R. P. Schaffers, S. J.
R. P. Scheuer, S. J.
Schmidt.
Springael.

MM. Abbé Staelpaert.
Abbé Thiéry.
R. P. Thirion, S. J.
Thiry.
Tilman.
Van Aubel.
Van der Mensbrugghe.
Abbé Verhelst.
Abbé Wilmotte.
Witz.
R. P. Zahm.

3e Section

Géologie, Minéralogie. — Zoologie. — Paléontologie. — Anthropologie Ethnographie, Science du langage. — Géographie.

Mgr Abbeloos.
MM. d'Acy.
Fr. Alexis.
Arcelin.
Arduin.
Abbé Bardin.
Beauvois.
Bedel
Mlle de la Boëssière-Thiennes.
R. P. Bolsius, S. J.
Abbé Boulay.
Bouquillon.
Abbé Bourgeat.
Anatole Buisseret.
Joseph Buisseret.
R. P. Camboué, S. J.
Cicioni.
Daniels.
Abbé De Baets.
Chanoine De Brouwer.
R. P. Delattre, S. J.
Chanoine Delvigne.
Gustave Dewalque.
Chanoine de Dorlodot
Bon Drion.
Dugniolle.
Dusmet y Alonzo.
Fabre.

R. P. Fita, S. J.
MM. Abbé de Foville.
Chan. G. van den Gheyn
R. P van den Gheyn, S. J.
de Girard.
Henseval.
Abbé Hervier.
Heynen.
R. P. Kirsch.
de Kirwan.
Kurth.
Mgr Lamy.
A. de Lapparent.
Leclercq.
Mgr Ferdinand Lefebvre
Abbé Maurice Lefebvre.
Abbé Le Hir.
Cte Adolphe de Limburg-Stirum.
Édouard Martens.
Martinez y Saez.
Henri Matagne.
Mgr Mercier.
Abbé Meunier.
Fernand Meunier.
Abbé Monchamp.
Abbé Monier.
Mlle de Nadaillac.
Nollée de Noduwez.

MM. de Pierpont.
de Pillon de St-Philbert.
Abbé Rachon.
Abbé Renard.
Risueño.
Em. de la Roche.
R. P. Roelandts, S J.
Scarsez de Locqueneuille.
R. P. Schmitz, S. J.
Th. Schmitz.
H. Siret.
L. Siret.
Mlle del Socorro.
Albert Solvyns.
Souben.

MM. Stainier.
Abbé Storms.
Raymond Storms.
Chanoine Swolfs.
de la Vallée Poussin.
Jos. de la Vallée Poussin.
Vanderryst.
Van Ortroy.
Van Overloop.
Vaultrin.
R. P. Vicent, S. J.
de Vorges.
Mlle de Wavrin.
Abbé Wouters.

4e Section

Anatomie, Physiologie. — Hygiène. — Pathologie, Thérapeutique, etc.

MM. Baivy.
Bibot.
Borginon.
Courtoy.
Cuylits.
Debaisieux.
De Buck.
Degive.
J. De Lantsheere.
Delaunois.
Delcroix.
Delétrez.
De Moor.
Denys.
R. P. Deschamps, S. J.
Desplats.
Duchateau.
Dufrane.
Achille Dumont.
Duquenne.
Faidherbe.
Francotte.
Gilson.
Glorieux.
Goris.
Guermonprez.

R. P. Hahn, S. J.
MM. Heymans.
Houze.
Huyberechts.
Lahousse.
Laruelle.
Lebrun.
Lebrun.
Ledresseur.
Dr Lefebvre.
Lemaître.
Martin.
Massange de Louvrex.
Meessen.
Moeller.
N. Moeller.
Peeters.
Proost.
Rutten.
Schobbens.
Simon.
Struelens.
Surbled.
Dr Swolfs.
Ch. Van Aubel.
Van Biervliet.

MM. Vanderstraeten.
Van Dromme.
Van Geersdaele.
Van Gehuchten.
Van Hoeck.
Van Keerberghen.
MM. Van Swieten.
Venneman.
Verriest.
Warlomont.
Aug. Wéry.

5e Section

Agronomie. — Économie sociale, Statistique. — Sciences commerciales. Économie industrielle.

MM. d'Annoux.
Béchaux.
de Bergeyck.
Berleur.
Bertrand.
Béthune.
Blondiaux.
Cappellen.
Cartuyvels.
Pce de Croy.
Dansette.
Davignon.
Herman De Baets.
Camille De Jaer.
Delaire.
Léon De Lantsheere.
Fernand Deschamps.
D'Hondt.
Ernest Dubois.
Georges Dubois.
Dupont.
de Favereau.
Grandmont.
Bon Houtard.
Albert Joly.
Léon Joly.
Lambrechts.
Lebouteux.
Leplaë.
Cte Édouard de Liedekerke.
Limpens.
MM. Matthieu.
de Merode.
Monthaye.
de Moreau d'Andoy.
Nerincx.
Mgr Nicotra.
Albert Nyssens.
Orban de Xivry.
Pecher.
Jules Peeters.
Poisot.
Poullet.
Pyfferoen.
de Romrée.
de Selliers de Moranville.
Smekens.
van den Steen de Jehay.
Stinglhamber.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Taymans.
de Trazegnies.
Gaston t'Serstevens.
Léon t'Serstevens.
Vanden Bossche.
Van der Smissen.
Van Zuylen-Orban.
Cte Amédée Visart.
Visart.
Vollen.
Waucquez.
Vincent Wéry.

MEMBRES DU CONSEIL

1898-1899

Président, M. DE LAPPARENT.
1er Vice-Président, M. Ch. LAGASSE-DE LOCHT.
2e Vice-Président, M. E. GOEDSEELS.
Secrétaire, M. P. MANSION.
Trésorier, M. J. DE BRUYN.

MM. Léon DE LANTSHEERE.
Chanoine DELVIGNE.
Fr. DEWALQUE.
G. DEWALQUE.
Dr Ach. DUMONT.
Dr LEFEBVRE.
C. LE PAIGE.
Dr MOELLER.
E. PASQUIER.
A. PROOST.
Cte VAN DER STRATEN-PONTHOZ.
Chanoine SWOLFS.
Léon T'SERSTEVENS.
Ch.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN.
G. VAN DER MENSBRUGGHE.

MEMBRES DU CONSEIL

1899-1900

Président, M. Charles LAGASSE-DE LOCHT.
1er Vice-Président, M. P. DUHEM.
2e Vice-Président, M. Léon DE LANTSHEERE.
Secrétaire, M. Paul MANSION.
Trésorier, M. J. DE BRUYN.

MM. le Mis DE LA BOËSSIÈRE-THIENNES.
Chanoine DELVIGNE.
Fr. DEWALQUE.
G. DEWALQUE.
Dr Ach. DUMONT.
É. GOEDSEELS.
Dr LEFEBVRE.
Dr MOELLER.
E. PASQUIER.
A. PROOST.
Cte Fr. VAN DER STRATEN-PONTHOZ.
Chanoine SWOLFS.
Léon T'SERSTEVENS.
Ch.-J. DE LA VALLÉE POUSSIN.
G. VAN DER MENSBRUGGHE.

BUREAUX DES SECTIONS

1898-1899

1re Section

Président, M. Goedseels.
Vice-Présidents, Le R. P. Bosmans, S. J. et M. Neuberg.
Secrétaire, M. H. Dutordoir.

2e Section

Président, M. Ernest Gerard.
Vice-Présidents, Le R. P. Schaffers, S. J. et M. H. De Preter.
Secrétaire, Le R. P. Lucas, S. J.

3e Section

Président, M. le chanoine Boulay.
Vice-Présidents, MM. A. de Lapparent et le chanoine Swolfs.
Secrétaire, M. Van Ortroy.

4e Section

Président, M. Debaisieux.
Vice-Présidents, MM. Heymans et Huyberechts.
Secrétaire, M. J. De Lantsheere.

5e Section

Président, M. Édouard Van der Smissen.
Vice-Présidents, MM. le Cte Fr. van der Straten-Ponthoz et Léon Joly.
Secrétaire, M. Alfred Nerincx.

BUREAUX DES SECTIONS

1899-1900

—

1re Section

Président, M. J. Neuberg.
Vice-Présidents, MM. E. Pasquier et J. Vanderlinden.
Secrétaire, M. H. Dutordoir.

2e Section

Président, M. A. Witz.
Vice-Présidents, MM. E. Gerard et G. Van der Mensbrugghe.
Secrétaire, Le R. P. Lucas, S. J.

3e Section

Président, M. de Lapparent.
Vice-Présidents, Le R. P. Schmitz, S. J. et M. le Cte A. de Limburg-Stirum.
Secrétaire, M. Van Ortroy.

4e Section

Président, M. Debaisieux.
Vice-Présidents, MM. Heymans et Huyberechts.
Secrétaire, M. De Lantsheere.

5e Section

Président, M. Éd. Van der Smissen.
Vice-Présidents, MM. le Cte van der Straten-Ponthoz et Léon Joly.
Secrétaire, M. A. Nerincx.

SESSION DU SAMEDI 11 NOVEMBRE 1899

A LILLE

SÉANCES DES SECTIONS

Première section

M. Goedseels fait une communication *Sur la décimalisation des mesures angulaires et horaires* et indique comment les calculs nécessaires pour réduire les anciennes mesures sexagésimales en mesures centésimales peuvent être simplifiés par l'emploi de deux tables dont l'une a déjà été présentée à la section. — Cette note et les tables sont insérées dans les ANNALES, t. XXIII, 2e p., pp. 263-266.

M. Mansion lit la note suivante *Sur le commentaire d'Anaritius relatif aux Éléments d'Euclide :*

1. *Le livre d'Anaritius.* M. Maximilien Curtze a retrouvé récemment et publié la traduction latine faite au XIIe siècle, par Gérard de Crémone, d'un commentaire arabe écrit, à la fin du IXe siècle, sur les dix premiers livres des Éléments d'Euclide, par un auteur dont le nom latinisé est Anaritius (ou mieux Aniritius = de Niriz en Perse) (*). Le texte arabe des six premiers livres de ce commentaire est conservé dans un manuscrit de Leyde dont MM. Besthorn et Heiberg ont commencé la publication; mais il y manque mal-

(*) *Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclides Commentarii.* Ex interpretatione Gherardi Cremonensis in codice Cracoviensi 569 servata edidit Maximilianus Curtze, Professor Thorunensis. Lipsiae, in aedibus B. G. Teubneri. MDCCCXCIX (XXIX-389 pp. in-8°).

heureusement plusieurs feuillets contenant une partie du commentaire sur les définitions, les postulats et les axiomes du premier livre, partie qui est empruntée à une introduction aux Éléments due à Simplicius, le célèbre commentateur d'Aristote. Comme le remarque M. P. Tannery, la traduction de Gérard de Crémone comble de la manière la plus heureuse la lacune du texte arabe et nous fait connaître les idées de Simplicius sur les bases de la géométrie.

C'est précisément sur cette partie du commentaire d'Anaritius que nous croyons utile de faire quelques remarques.

2. *Sur les postulats.* D'après Anaritius, ou plutôt d'après Simplicius, les postulats sont intermédiaires entre les axiomes et les propositions à démontrer. Le maître les connaît, le disciple ne les connaît pas, mais les admet quand on les lui propose en vue de démontrer une proposition.

Il dit qu'il n'y a que cinq postulats, mais après le cinquième, il cite le sixième tel qu'il se trouve dans les meilleurs manuscrits d'Euclide : *Deux droites ne peuvent enclore un espace,* et il ajoute : Cette demande ne se trouve pas dans les écrits anciens; elle a été mise de côté parce qu'elle est manifeste; c'est pourquoi on dit qu'il y a cinq postulats.

Sur le célèbre cinquième postulat, Simplicius dit qu'il n'est pas *très évident :* c'est pourquoi il est nécessaire de l'expliquer sur des lignes (c'est-à-dire de le démontrer), ce qui a été fait par Abthianus et Diodorus sur des figures nombreuses et diverses; Anaritius dit qu'il exposera ce qu'Aganis a ajouté à ce sujet à propos de la proposition 29. Arrivé à cet endroit, Simplicius répète que le cinquième postulat n'est pas très évident, qu'on doit l'expliquer sur des lignes, etc.; que Ptolémée a aussi donné une preuve de ce postulat, mais qu'elle n'a pas paru satisfaisante à *son compagnon* Aganis. Suit une démonstration du postulat par cet Aganis que M. Curtze identifie avec Geminus; M. P. Tannery ne croit pas l'identification admissible, parce que l'on ne peut pas dire que Geminus soit le compagnon de Simplicius.

Voici l'esquisse de cette démonstration. *Définition :* Deux droites sont équidistantes ou parallèles si elles sont partout également éloignées. *Théorèmes :* 1. La plus courte distance de deux parallèles est perpendiculaire à l'une et à l'autre, car sans cela elle ne

serait pas plus courte qu'une perpendiculaire abaissée d'un point de l'une sur l'autre. 2. Deux perpendiculaires (m, n) à une même droite p sont parallèles; car la parallèle à m menée par le point (n, p) est perpendiculaire à p et se confond avec n. 3. Une sécante q fait avec deux parallèles m, n, deux angles dont la somme est égale à deux droits. Menez, en effet, par le point (m, q), r perpendiculaire à n, par le point (n, q), s perpendiculaire à m, r sera parallèle à s et m, n, r, s, formeront un rectangle divisé par q en deux triangles égaux. 4. Réciproque (démonstration par l'absurde). 5. Construction du point de rencontre de deux droites faisant avec une sécante deux angles dont la somme est inférieure à deux droits.

A la fin, Simplicius fait encore la remarque suivante : Cette assertion, *deux lignes qui ne sont pas parallèles se rencontrent,* ayant besoin d'explication d'autant plus que dans les sections du cône, il y a des lignes non équidistantes qui ne se rencontrent pas, Aganis a repoussé cette proposition considérée comme postulat et a donné les explications (démonstrations) précédentes.

La démonstration d'Aganis repose évidemment sur un postulat inconscient : il y a des droites équidistantes. Mais ce long essai de démonstration qui occupe huit pages du texte, prouve que Simplicius, Anaritius, Gérard de Crémone, et le mystérieux Aganis lui-même, comme Ptolémée, Proclus, Nassir-Eddin, Clavius, Wallis, Saccheri, Lambert, Legendre et tant d'autres géomètres modernes, ne trouvaient pas le cinquième postulat d'Euclide évident au point de vue *rationnel,* puisqu'ils essayaient de le démontrer.

M. Ch.-J. de la Vallée Poussin expose les remarques suivantes *Sur la surface de révolution minimum :*

On traite, dans beaucoup d'ouvrages classiques, le problème suivant : *Étant donnés deux points* A *et* B *et un axe* OX *dans un plan, mener par ces deux points la courbe, qui, en tournant autour de cet axe, engendre la surface de révolution minimum.*

On prouve bien que la courbe cherchée doit être une chaînette ayant l'axe de révolution pour base, mais on se contente, après cela, de dire qu'elle est déterminée par la condition de passer par

les deux points et l'on ne s'inquiète pas davantage de la manière de la calculer.

Proposons-nous d'achever la solution. La question revient à trouver une chaînette passant par deux points et ayant une base donnée.

Prenons cette base pour axe des x, l'axe inconnu de la courbe pour axe des y. Soient (x_1, y_1) et (x_2, y_2) les coordonnées des points A et B $(x_2 > x_1)$. Nous connaissons les trois quantités y_1, y_2 et $x_2 - x_1$.

Nous supposons que y_1 et y_2 sont positifs, car le problème n'est possible que si A et B sont du même côté de l'axe. Ensuite, nous admettrons, pour fixer les idées, que l'on a $y_2 \geqq y_1$, c'est-à-dire que B n'est pas plus bas que A.

L'équation de la chaînette sera

$$y = a \operatorname{Ch} \frac{x}{a}$$

et le problème revient à déterminer son paramètre inconnu a par les deux conditions

$$y_1 = a \operatorname{Ch} \frac{x_1}{a} \quad \text{et} \quad y_2 = a \operatorname{Ch} \frac{x_2}{a}.$$

Introduisons ces conditions dans la relation

$$\operatorname{Sh} \frac{x_2 - x_1}{a} = \operatorname{Sh} \frac{x_2}{a} \operatorname{Ch} \frac{x_1}{a} - \operatorname{Ch} \frac{x_2}{a} \operatorname{Sh} \frac{x_1}{a};$$

il viendra, suivant que x_1 sera positif ou négatif (x_2 étant nécessairement > 0),

$$(1) \qquad \operatorname{Sh} \frac{x_2 - x_1}{a} = \frac{y_1 \sqrt{y_2^2 - a^2} \mp y_2 \sqrt{y_1^2 - a^2}}{a^2},$$

Posons, pour simplifier l'écriture,

$$p = \frac{y_1 y_2}{(x_2 - x_1)^2}, \qquad \alpha = \frac{x_2 - x_1}{y_2}, \qquad \beta = \frac{x_2 - x_1}{y_1};$$

ces trois quantités sont des constantes positives qui dépendent

immédiatement des données de la question. On a d'ailleurs par hypothèse $\beta > \alpha$. Prenons ensuite, comme nouvelle inconnue,

$$(2) \qquad z = \frac{x_2 - x_1}{a},$$

l'équation (1) prendra la forme

$$(3) \qquad \frac{\operatorname{Sh} z}{z} = p\left(\sqrt{z^2 - \alpha^2} \mp \sqrt{z^2 - \beta^2}\right)$$

et le double signe — ou + correspond aux deux hypothèses possibles $x_1 >$ ou < 0.

Telle est l'équation transcendante dont dépend la solution du problème. Ses racines peuvent être plus faciles à construire en prenant comme inconnue

$$u = +\sqrt{z^2 - \alpha^2} \quad \text{d'où} \quad z = +\sqrt{u^2 + \alpha^2}.$$

En posant encore $\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2$, l'équation (3) devient

$$(4) \qquad \frac{\operatorname{Sh}\sqrt{u^2 + \alpha^2}}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} = p\left(u \mp \sqrt{u^2 - \gamma^2}\right).$$

Pour la résoudre, on cherchera les points d'intersection des deux branches de courbes (de coordonnées variables u, v)

$$v = \frac{\operatorname{Sh}\sqrt{u^2 + \alpha^2}}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} \qquad \text{et} \qquad v = p\left(u \mp \sqrt{u^2 - \gamma^2}\right),$$

sur lesquelles u est > 0. La première ressemble à une demi-chaînette, qui aurait l'axe des u pour base, et elle tourne sa concavité vers les u négatifs. La seconde est une des deux branches de l'hyperbole

$$v\,(2pu - v) = p^2\gamma^2,$$

savoir celle qui est située tout entière dans l'angle des coordonnées positives, entre les deux asymptotes $v = 0$ et $v = 2pu$. Elle tourne sa concavité vers les u positifs, en sens inverse de la courbe précédente.

On en conclut aisément que les équations (1), (3) et (4) auront deux solutions si ces courbes se coupent, une seule si les courbes se touchent, aucune si les courbes ne se rencontrent pas. Il paraît

difficile d'exprimer ces diverses conditions dans des formules analytiques.

On voit, par cette analyse, que, lorsque le problème de trouver une surface d'aire minimum qui s'appuie sur deux circonférences décrites autour d'un même axe sera possible, il admettra en général deux solutions. Cette conclusion marque une différence essentielle avec le cas où la surface minimum s'appuie sur un seul contour fermé, car on sait qu'il ne peut y avoir alors qu'une seule solution.

Il serait intéressant de savoir, lorsqu'il y a deux solutions, quelle est celle qui donne la plus petite surface de révolution. Mais la réponse générale à cette question se heurte à des calculs d'apparence très rébarbative qui ne trouveraient pas leur place ici.

M. Dutordoir fait une communication préliminaire *Sur la différence de la Philosophie naturelle et des Mathématiques d'après Aristote.* Il donne une traduction nouvelle d'un extrait du Commentaire de Simplicius sur les huit livres de la Physique d'Aristote (livre II, pp. 64 v° et 65 r° de l'édition de Venise, 1526), qui établit un parallèle remarquable entre la philosophie naturelle et l'astronomie telles que les concevaient les anciens, et dont divers savants se sont occupés récemment :

" Alexandre prend la peine de reproduire certain passage de Geminus, extrait du Commentaire abrégé (*) des Météorologiques de Posidonius, et dérivant de la doctrine d'Aristote.

Voici ce passage : " Il appartient à la philosophie de la nature de faire des recherches au sujet de l'essence du ciel et des astres et de leur puissance, ainsi que de leur mode de génération et de corruption : et, par là même (**), elle peut certainement aussi raisonner sur leur grandeur, leur figure et leur ordonnance.

„ L'astronomie, au contraire, ne s'applique pas à l'étude de l'essence, ni de la puissance, de la génération, ni de la corruption (***) des corps célestes, mais elle montre leur agencement,

---

(*) Ed. de Venise : ἐκ τῆς ἐπιτομῆς τοῦ Ποσειδωνίου Μετεωρολογικῶν ἐξηγήσεως.

(**) καὶ νή, διὰ τούτων, περὶ κ. τ. λ., au lieu de καὶ νὴ δία τούτων περὶ κ. τ. λ., comme porte l'Edition de Venise.

(***) ἡ δὲ ἀστρολογία περὶ τοιούτου μὲν οὐδενὸς ἐπιχειρεῖ λέγειν κ. τ. λ.; τοιούτου ne se rapporte qu'aux objets *propres* de la philosophie naturelle, énumérés plus haut.

en faisant voir que vraiment le ciel est un système parfaitement ordonné; elle traite des figures, des grandeurs et des distances de la terre, du soleil et de la lune, ainsi que des éclipses et des conjonctions des astres; enfin, du mode et de la grandeur de leurs mouvements.

„ Il s'ensuit que, puisqu'elle s'applique aux questions de nombre, de grandeur, de manière d'être des figures, il est naturel qu'elle ait besoin de l'arithmétique et de la géométrie : avec l'aide de ces deux sciences, elle parvient d'ailleurs, sur ces sujets dont elle se contente de vouloir rendre raison, à établir solidement ses conclusions.

„ Que si, sur beaucoup de points, l'astronomie et la physique se proposent de démontrer la même thèse, comme, par exemple, que le soleil est un astre fort grand, que la terre est sphérique, ce n'est pas par les mêmes voies qu'elles y arriveront. Celle-ci, en effet, démontrera toutes choses au moyen de leur essence, ou de leur puissance, ou de la considération de leur bonté relative, ou encore de leur génération et de leur changement; celle-là, au contraire, au moyen de ce que l'on peut déduire de leurs figures ou de leurs grandeurs, ou bien de la mesure de leur mouvement et du temps pendant lequel ce mouvement s'exécute.

„ Le physicien envisagera souvent la cause en fixant son attention sur la puissance efficiente; tandis que, puisque l'astronome ne tire ses démonstrations que de ce qui se passe au dehors des choses, cela ne le rend pas apte à en voir l'essence (*) : il en est ainsi, par exemple, lorsqu'il prouve que la terre ou les astres sont sphériques. Quant aux causes, parfois il n'essaye pas non plus de les saisir, comme lorsqu'il traite des éclipses : mais, d'autres fois, il les cherche par voie d'hypothèse, en indiquant certaines manières d'être des choses qui, si elles subsistent réellement, seront conformes aux apparences.

„ Ainsi, pourquoi le soleil, la lune et les planètes paraissent-ils se mouvoir irrégulièrement? Parce que, si nous supposons que les trajectoires circulaires de ces astres sont excentriques ou bien qu'ils tournent suivant un épicycle, leur irrégularité apparente s'accordera avec ces hypothèses.

(*) Edition de Venise : ὁ δὲ ἀστρολόγος ..., οὐχ ἱκανὸς θεατὴς γίνεται τῆς οὐσίας.

Mais il y aura lieu de discuter de combien de manières de mêmes apparences pourront se produire; de combien de manières, par exemple, les faits relatifs aux astres errants pourront s'accommoder d'un système de causes donné.

„ C'est ainsi que, dit-on, Héraclide du Pont, allant plus loin [dans la voie des hypothèses], disait (*) que si la terre aussi se meut d'une certaine façon, tandis que le soleil est d'une certaine manière en repos, l'irrégularité qui s'observe pour le soleil peut s'en accommoder.

„ Et, de fait, l'astronome n'a absolument pas à savoir ce qui est, par nature, en repos, ni quelles sont les choses qui se meuvent : mais, ayant introduit des hypothèses d'après lesquelles les unes sont fixes tandis que les autres se meuvent, il examine desquelles de ces hypothèses se déduiront, à titre de conséquences, les faits qui s'observent à la surface du ciel.

„ D'ailleurs, il est obligé de recevoir du physicien ces vérités, que les mouvements des astres sont simples, réguliers, ordonnés, comme des principes à l'aide desquels il fera voir que la course de tous les astres est circulaire, en prouvant qu'elle se fait, pour les uns suivant des cercles parallèles [entre eux], pour les autres suivant des cercles obliques [aux premiers]. „

Voilà donc comment Geminus, lui aussi, ou bien Posidonius, cité par Geminus, expose la différence entre la philosophie de la nature et l'astronomie, en partant de la doctrine d'Aristote.

M. Mansion fait la communication suivante *Sur l'enseignement de la théorie des fonctions elliptiques :*

1. *Première exposition historique.* Entre les diverses méthodes d'exposition de la théorie des fonctions elliptiques, l'une des plus simples, comme nous l'avons expérimenté maintes fois dans notre enseignement, est la méthode historique, ou, comme on peut

---

(*) Edition de Venise (nous ajoutons la ponctuation) : διὸ καὶ παρελθών, τις φησίν, Ἡρακλείδης ὁ Ποντικὸς ἔλεγεν ὅτι καὶ κινουμένης πως τῆς γῆς, κ. τ. λ. Il semble que c'est faute d'avoir bien saisi la suite logique des idées, que l'on n'était pas parvenu jusqu'ici à interpréter convenablement le mot παρελθών. Celui-ci se rapporte évidemment au système nouveau imaginé par Héraclide du Pont, *à côté* ou *au delà* de ceux que l'on avait considérés jusque-là.

l'appeler, la méthode d'Abel. Elle consiste à étudier d'abord les fonctions elliptiques $\sin \operatorname{am} u = \lambda u$, $\cos \operatorname{am} u = \mu u$, $\Delta \operatorname{am} u = \nu u$, dans le cas où le module k^2 est positif et inférieur à l'unité, successivement pour u réel, pour u purement imaginaire et enfin pour u complexe; on se sert d'ailleurs du théorème de l'addition lui-même pour définir les fonctions elliptiques de $u = \alpha + \beta i$. Quelques théorèmes empruntés à la théorie générale des fonctions, des séries et des produits infinis donnent ensuite les expressions de λ, μ, ν au moyen des fonctions thêta. Pour étendre après cela la théorie au cas où le module est quelconque, il suffit de remarquer que les propriétés des fonctions elliptiques, traduites en théorèmes relatifs aux fonctions thêta, subsistent même quand le module dont dépendent toutes ces fonctions est quelconque. La théorie des fonctions pu, ζu, σu de Weierstrass se greffe aisément sur cette exposition de la théorie des anciennes fonctions elliptiques de Jacobi et d'Abel, soit après l'achèvement de celle-ci, soit, ce qui semble préférable, comme théorie concomitante.

2. *Autre procédé d'exposition historique.* Si, faute de temps, l'on ne peut pas recourir à la théorie générale des fonctions ni à celles des fonctions thêta, on peut néanmoins exposer la théorie des fonctions λu, μu, νu (et même des fonctions de Weierstrass), dans le cas où le module n'est pas positif et inférieur à l'unité, par le procédé relativement élémentaire d'Abel : étude de ces fonctions pour u réel, puis pour u purement imaginaire, enfin pour u de la forme $\alpha + \beta i$.

Dans le cas où k^2 est complexe, le mode d'exposition est entièrement analogue à celui où k^2 est positif et inférieur à l'unité, pourvu que l'on s'appuie sur un théorème que nous avons démontré dans les Annales de la Société scientifique, t. XXII, 1898, 1re partie, pp. 90-91 (*).

Mais on rencontre quelques difficultés lorsque l'on emploie ce mode d'exposition dans les deux cas, plus simples en apparence, où k^2 est positif et plus grand que l'unité, ou bien négatif. Dans

(*) Dans cette démonstration, nous avons supposé implicitement l'argument du carré du module positif et inférieur à deux droits. S'il était négatif, on remplacerait la considération du carré du module par celle de son complément et la démonstration se ferait comme dans l'autre cas.

la définition des constantes fondamentales K et K'i, il se présente quelques ambiguïtés de signe qu'il est assez pénible de lever. Dès lors, il est préférable de ne pas traiter ces cas directement et de les ramener à celui où le module k^2 est positif et inférieur à l'unité, comme Legendre le faisait dans l'étude de la première intégrale elliptique, quand k^2 était négatif, ou positif, mais supérieur à l'unité. Cette marche est, par suite, encore plus historique que la précédente. L'objet de cette note est d'esquisser la réduction dont nous venons de parler.

3. *Cas où* $k^2 = \frac{1}{l^2}$, $0 < l^2 < 1$. On a alors

$$k'^2 = 1 - k^2 = -\frac{l'^2}{l^2},$$

si $l^2 + l'^2 = 1$. On prend $k' = -i\frac{l'}{l}$. Dans la relation

$$\alpha = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\sqrt{1-k^2z^2}},$$

on fait $kz = u$, ou $z = lu$ et si

$$\beta = \int_0^u \frac{du}{\sqrt{1-u^2}\sqrt{1-l^2u^2}},$$

l'on trouve immédiatement

$$\alpha = l\beta, \qquad \lambda(\alpha, k) = l\lambda(\beta, l), \qquad \mu(\alpha, k) = \nu(\beta, l), \qquad \nu(\alpha, k) = \mu(\beta, l).$$

Les trois fonctions $\lambda(\alpha, k)$, $\mu(\alpha, k)$, $\nu(\alpha, k)$ vérifient les relations fondamentales

$$\lambda^2 + \mu^2 = 1, \qquad k^2\lambda^2 + \nu^2 = 1, \qquad \frac{d\lambda}{d\alpha} = \mu\nu \tag{1}$$

ainsi que les formules de l'addition. Si l'on pose, suivant l'usage,

$$K = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-k^2x^2}}, \qquad K' = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-k'^2x^2}},$$

$$L = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-l^2x^2}}, \qquad L' = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-l'^2x^2}},$$

on trouve les relations suivantes entre ces quatre constantes :

$$K = l\,(L + L'i), \qquad K'i = l\,L'i.$$

4. *Cas où* $k^2 = -m^2$, $k = -mi$, $k' = \frac{1}{l}$, $0 < l^2 < 1$. Si l'on fait $z = \sqrt{1-v^2}$ dans α, et

$$\gamma = \int_0^v \frac{dv}{\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-l'^2v^2}},$$

on trouve immédiatement

$$\alpha = l\,(L' - \gamma),\ \lambda(\alpha, k) = \mu(\gamma, l'),\ \mu(\alpha, k) = \lambda(\gamma, l'),\ l\nu(\alpha, k) = \nu(\gamma, l);$$

les formules (1) et celles de l'addition se vérifient sans peine. On a d'ailleurs $K = l\,L'$, $K'i = l\,(Li - L')$.

5. *Transformation imaginaire d'Abel et de Jacobi.* Dans les deux cas, on trouve les formules suivantes :

$$\lambda(\alpha i, k) = i\frac{\lambda(\alpha, k')}{\mu(\alpha, k')},\quad \mu(\alpha i, k) = \frac{1}{\mu(\alpha, k')},\quad \nu(\alpha, k) = \frac{\nu(\alpha, k')}{\mu(\alpha, k')}.$$

Pour démontrer ces formules, on les ramène à des relations entre des λ, μ, ν où le module est positif et inférieur à l'unité; pour cela, dans l'un des deux membres, on emploie les formules du n° 3, dans l'autre celles du n° 4. En effet, si k^2 est supérieur à l'unité, k'^2 est négatif et inversement. La transformation imaginaire met en évidence la liaison des deux cas des n°s 3 et 4, qui sont complémentaires. Le complémentaire de chacun des autres cas ($0 < k^2 < 1$; $k^2 = r + si$) est au contraire de la même nature que le cas direct.

M. Goedseels présente à la section deux notes intitulées : 1° *Simplification de la méthode dite de Tobie Mayer pour résoudre les équations de condition;* 2° *Résultats d'une étude sur le niveau à bulle.* Sont nommés commissaires pour la première, MM. Mansion et Le Paige; pour la seconde, M. d'Ocagne et le R. P. Thirion.

On remet à une séance ultérieure : 1° La lecture de divers rapports relatifs à des communications antérieures; 2° une communication de M. Mansion *sur le Manuscrit du livre des Révolutions de Copernic;* 3° une note de M. Ch.-J. de la Vallée Poussin *sur les racines des équations algébriques.*

M. Vanderlinden, vice-président de la section, remercie MM. les Professeurs et les élèves de la Faculté des sciences de l'Université catholique de Lille qui assistaient à la séance et avaient donné l'hospitalité à la section dans l'une des salles de cours de la Faculté.

Deuxième section

M. Goedseels présente un mémoire intitulé *Étude sur les prismes*. MM. Delemer et Aimé Witz sont nommés rapporteurs.

Le secrétaire dépose sur le bureau, de la part de l'auteur, le R. P. Leray, un exemplaire de l'ouvrage *La constitution de l'univers et le dogme de l'Eucharistie.*

Le secrétaire donne lecture de la note suivante adressée par M. G. Van der Mensbrugghe, professeur à l'Université de Gand.

« *Les expériences du professeur Dewar et les théories capillaires.* Depuis une dizaine d'années, j'ai fait connaître une série de faits qui sont absolument inexplicables à l'aide des grandes théories mathématiques de la capillarité. Parmi toutes les objections que j'ai déjà présentées, la plus grave, la plus décisive est sans contredit celle qui consiste à déclarer que ces théories sont fondées sur l'hypothèse d'une masse liquide en équilibre dans toutes ses parties, alors qu'à l'air libre, les liquides s'évaporent sans cesse.

Je pourrais rappeler une autre objection, d'ailleurs étroitement liée à la précédente, c'est que, d'après les idées reçues communément, on ne s'explique pas le travail effectué sans interruption près de la surface, travail qui provoque le refroidissement si bien constaté dans les couches superficielles des liquides.

A cet égard, j'ai regardé comme une bonne fortune d'être invité à la célébration du centenaire de l'Institution royale de Londres, et de pouvoir ainsi assister aux expériences magistrales faites le 7 juin dernier par l'illustre professeur Dewar. Grâce à des projections habilement ménagées, j'ai pu, à ma grande satisfaction, voir les mouvements tumultueux des couches superficielles de l'hydrogène liquéfié, bien que le récipient fût entouré d'air liquide. La température excessivement basse (— 252° C.) à laquelle M. Dewar est parvenu à amener l'hydrogène m'a paru fournir une excellente

occasion pour soumettre à une épreuve intéressante les diverses théories sur la constitution des liquides. Et tout d'abord on reconnaissait immédiatement l'inexactitude des théories (de Laplace et de Gauss), d'après lesquelles les liquides sont constitués de la même manière dans toutes leurs parties; de plus, au lieu d'une pression considérable dirigée de l'extérieur vers l'intérieur, il se produisait une évaporation tellement vive que l'air voisin était liquéfié et en tombant par petites portions causait un léger trouble dans l'hydrogène liquide : ce fait est également en désaccord avec la doctrine de Poisson, qui n'explique pas davantage le renouvellement de la couche superficielle.

Faut-il regarder l'évaporation si rapide de l'hydrogène liquéfié comme due à l'énergie du mouvement vibratoire des molécules? On sait que, dans la théorie cinétique des liquides, on admet que le mouvement vibratoire est d'autant plus prononcé que la température est plus élevée; or, dans le cas actuel, la température du liquide est tellement basse qu'elle n'est que d'une vingtaine de degrés au-dessus du zéro absolu; à la rigueur, on pourrait attribuer une action plus ou moins efficace à la présence de l'air ambiant; mais M. Dewar a pu constater que les particules d'air qui s'engagent dans les couches supérieures du liquide, s'y liquéfient, descendent et bientôt se solidifient avant d'arriver au fond. Il y a un second fait qui me paraît en désaccord avec la théorie cinétique; c'est que l'évaporation devient d'autant plus active que l'air est plus raréfié; dans ces conditions, l'hydrogène gazeux contenu dans une tubulure d'un ballon de 2 litres, tubulure plongée dans l'hydrogène liquide s'évaporant à la surface, se liquéfie à son tour et finit même par se solidifier.

Puisque, d'après ce qui précède, les propriétés de l'hydrogène liquéfié ne s'expliquent pas quand on invoque les théories classiques de la capillarité, ou bien la théorie cinétique appliquée aux liquides, il m'a paru important de soumettre à l'épreuve la théorie capillaire que j'ai proposée moi-même il y a quelques années.

Et tout d'abord dans tout corps liquide, la cohésion qui règne autour d'une particule est contrebalancée par une force élastique équivalente, de sorte que si les particules de deux couches horizontales voisines sont soumises au même nombre d'autres particules semblablement placées, toutes les molécules peuvent être considé-

rées comme étant en équilibre : c'est ce qui montre pourquoi l'hydrogène liquéfié peut persister assez longtemps à l'air libre.

Mais si nous considérons deux couches horizontales voisines de même épaisseur r (rayon d'activité sensible de l'attr. moléc.) et que l'une des deux soit la couche superficielle même, on comprend immédiatement qu'une molécule de celle-ci étant sollicitée par un nombre moins grand d'autres molécules que dans la couche sous-jacente, la force élastique qui régnera dans la couche superficielle sera moindre que dans la seconde couche ; cette force sera d'autant plus petite que la tranche considérée sera plus rapprochée du milieu ambiant ; voilà pourquoi les particules de la couche superficielle seront d'autant plus écartées entre elles qu'elles sont plus près de l'air ambiant, ce qui explique très bien l'évaporation de l'hydrogène par la surface libre seulement.

Une autre conséquence de ma théorie consiste en ce que la couche liquide mouillant une paroi solide, doit être plus condensée qu'au sein de la masse ; s'il en est réellement ainsi, il faudra que la couche de contact de l'hydrogène liquide avec le verre se solidifie avant le reste de la masse ; or c'est encore ce que M. Dewar a pu constater dans ses mémorables expériences. „

M. Alex. de Hemptinne fait une communication *Sur la Fluorescence ;* en voici un résumé :

“ Plusieurs auteurs ont étudié l'influence des basses températures sur la fluorescence. Dewar, Pictet et Altschul (*), et dans ces dernières années Auguste et Louis Lumière (**) ont trouvé que les substances qui, après avoir été exposées au soleil, ont la propriété d'émettre des rayons lumineux dans l'obscurité, restent obscures, si elles sont suffisamment refroidies. La température, à laquelle les substances cessent d'émettre des lueurs, varie avec leur nature, et avec celle des rayons excitateurs. Lorsque ceux-ci sont les rayons solaires, les substances cessent d'émettre des lueurs à — 45° ; pour la lumière du magnésium il faut refroidir beaucoup plus pour obtenir l'extinction ; sous l'influence des rayons X, la phosphorescence est encore excitée à — 200° ; enfin, suivant E. Wiedeman et Schmidt, si l'on emploie des rayons cathodiques, la luminescence

(*) Zeitschrift fur physikalische chemie, t. XV.
(**) Comptes rendus, t. CXXVIII, p. 550.

est plus vive aux basses températures. Quelques substances telles que le nitrate d'urane, le salophène (*), la saccharine et d'autres, ont la propriété d'émettre des lueurs par le frottement; comme l'ont déjà fait remarquer Wiedeman et Schmidt, le phénomène ne peut être attribué à un échauffement, puisque le nitrate d'urane légèrement chauffé perd toute luminescence. Je me suis demandé quelle serait l'influence des basses températures : j'ai constaté qu'à — 80° la luminescence du nitrate d'urane et du salophène sous l'influence du frottement est plus vive qu'à la température ordinaire. Ce fait écarte donc définitivement l'influence que l'on pourrait attribuer à la chaleur dégagée par le frottement; il serait intéressant de faire des expériences à des températures encore plus basses. Lorsqu'on met le salophène dans une éprouvette plongée dans un bain de glycérine dont on élève lentement la température vers 145°, la substance perd la propriété de devenir lumineuse par frottement. Cette propriété reparaît aussitôt que la température s'abaisse de quelques degrés. La température de fusion du salophène est à 186° environ; la substance qui a été fondue, même après refroidissement, a perdu la propriété dont j'ai parlé. Celle-ci ne revient qu'après avoir fait dissoudre la substance et l'avoir fait recristalliser. C'est donc à une température bien inférieure à celle du point de fusion que le salophène perd la propriété de devenir lumineux par frottement. Un fait assez curieux est que, si on laisse refroidir lentement le bain de glycérine, le salophène contenu dans le petit tube reste liquide et ne se solidifie brusquement que vers 145°. On ne peut pas dire que l'on se trouve en présence d'un phénomène de surfusion, parce que si le bain est refroidi, par exemple à 160°, et que l'on retire un instant le tube de manière à ce qu'il se forme rapidement des cristaux, ceux-ci se fondent de suite; lorsqu'on replonge le tube dans le bain, le point de fusion des cristaux formés dans ces conditions est donc bien inférieur à 186°. Si la substance est refroidie au-dessous de 145° environ, elle n'est de nouveau fusible qu'à 186°. Il se passe donc vers 145° un phénomène dont je n'ai pu encore déterminer la nature, mais qui semble en relation avec la propriété d'émettre des lueurs. J'ai encore recherché au moyen d'un électromètre très sensible si le phénomène de la luminescence

(*) Signalé par Beckaert.

par frottement n'était pas accompagné d'un dégagement d'électricité; les résultats ont été négatifs.

Avant de conclure sur la cause de la tériboluminescence, je désire pousser plus loin mes recherches. „

Cette communication donne lieu à un échange de vues entre les membres présents. M. le professeur Schmitz se demande si les apparences signalées ne sont pas un phénomène moléculaire plutôt que l'effet d'une simple cassure mécanique des cristaux. Il appuie sa manière de voir sur des considérations tirées des phénomènes observés dans le phosphore sous ses divers états.

M. Thiry soumet à la section un travail sur les tremblements de terre et les orages; renvoyé à l'examen des RR. PP. Lucas et Thirion.

M. l'abbé de Muynck, professeur à l'Université de Louvain, présente une note sur les *Indices de réfraction des sels fondus et surfondus*. MM. Van Aubel et Van der Mensbrugghe sont nommés rapporteurs.

M A. Witz entretient la section des *victimes de l'Électricité*. Voici un résumé de cette communication :

L'électricité, qui guérit tant de maux et dont quelques médecins font une panacée universelle, devient malheureusement homicide en trop de circonstances et le nombre de ses victimes s'accroît tous les jours; un courant continu de 10 à 12 milliampères par quelques volts, ou un courant alternatif fourni par une petite bobine d'induction guérit, alors que 100 milliampères par 5000 volts pour un courant à cinquante périodes par seconde tuent sans merci. M. Witz fait le récit d'accidents récents survenus dans dans la région du Nord et il en analyse les causes : ce sont le plus souvent des installations vicieuses, mal isolées ou construites avec de mauvais matériaux; quand les canalisations sont établies suivant les règles de l'art et avec prudence, les risques encourus par le public ne dépassent pas ceux auxquels les expose toute autre industrie; d'ailleurs, dans la plupart des accidents l'électricité produit des asphyxies et des syncopes qu'une intervention rapide d'un médecin pourrait faire disparaître; en pratiquant la respira-

tion artificielle et en exerçant sur la langue des tractions rythmées, en recourant aux inhalations d'oxygène, on sauverait souvent de pauvres victimes qui seraient ramenées à la vie si les instructions de M. d'Arsonval et les prescriptions de l'Académie des sciences étaient mieux connues du public.

M. Van Aubel, professeur à l'Université de Gand, fait la communication suivante *Sur la variation de la conductibilité calorifique lors de la fusion* (*) :

C. Barus (**) a étudié le thymol qui peut être maintenu facilement en surfusion. Il a trouvé que la conductibilité thermique absolue du thymol, solide et à 12 degrés, est $10^{-6} \times 359$, tandis que cette conductibilité pour la même substance, liquide et à 13 degrés, est $10^{-6} \times 313$ (***).

La conductibilité calorifique du thymol diminue donc très sensiblement, par le passage de l'état solide à l'état liquide.

Charles H. Lees (****) a examiné le chlorure de calcium $CaCl_2 + 6H_2O$, le phosphate de sodium $Na_2HPO_4 + 12H_2O$, la paratoluidine et la naphthylamine, dont les points de fusion sont respectivement 29°, 35°, 45° et 50°. Les courbes tracées par ce physicien ne présentent aucune variation brusque de la conductibilité calorifique au point de fusion dans les cas des trois dernières substances et une diminution de 20 % environ dans le cas de $CaCl_2 + 6H_2O$, mais les résultats obtenus avec ce sel sont considérés comme douteux par Charles H. Lees, qui conclut que, pour les sels du moins, le changement d'état qui s'opère à la température de fusion n'est pas accompagné nécessairement d'un changement brusque de la conductibilité thermique. Je crois intéressant de montrer ici ce qui se passe dans le cas de l'eau.

La conductibilité calorifique de l'eau, en prenant comme unités

---

(*) Ce travail paraîtra prochainement en allemand dans ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIKALISCHE CHEMIE.

(**) SILLIMAN AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE, 3e série, volume 44, p. 15; 1892

(***) Dans un important mémoire sur les conductibilités calorifiques des liquides (PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON, série A, vol. 191, p. 428; 1898), Charles H. Lees, rappelant le résultat de C. Barus, attribue au thymol le point de fusion 12°,5; c'est évidemment une faute d'impression.

(****) *Loco citato*, p. 427.

le centimètre, le gramme, la minute et le degré centigrade est 0,0722 à 0°, d'après H. F. Weber (*).

D'autre part, la conductibilité thermique de la glace a été mesurée par P. Straneo (**) qui, en adoptant les unités ci-dessus indiquées, l'a trouvée comprise entre 0,30 et 0,31 pour des températures s'étendant de — 21° à quelques degrés sous zéro. Ce dernier résultat est identique à celui qui a été donné par Mittchell (***).

Comme on ne peut guère admettre que la conductibilité calorifique de la glace subisse de — 21° à 0° une diminution aussi considérable, on doit penser qu'une très grande chute dans la valeur de cette constante physique se produit à la température de fusion.

M. Van Aubel fait la communication suivante *Sur les indices de réfraction des métaux* (****).

Plusieurs travaux ont été publiés sur les indices de réfraction des métaux. Les déterminations de cette constante physique ont été faites par différentes méthodes, mais comme ces mesures présentent de grandes difficultés, les résultats obtenus diffèrent souvent beaucoup entre eux.

D'autre part, les valeurs des équivalents de réfraction des métaux déterminés au moyen des différentes solutions salines ou des sels à l'état solide sont assez concordantes entre elles.

Il me paraît intéressant de comparer les indices de réfraction des métaux mesurés directement avec ceux que l'on peut déduire des équivalents de réfraction de ces métaux dans les dissolutions de leurs sels. On sait que les équivalents de réfraction du diamant, de l'hydrogène, de l'oxygène, etc., déterminés directement, sont à peu près égaux à ceux que l'on déduit de l'étude des composés organiques.

L'équivalent de réfraction que nous considérons ici est la quantité $P \frac{n-1}{d}$ dans laquelle P est le poids atomique, n l'indice de

(*) Wiedemann Annalen der Physik, t. X. p. 103 et 304; 1880. — Wüllner, *Experimental physik*. t. II, p. 316; 1896.

(**) Rendiconti della Accademia dei Lincei. vol. VI, 2e semestre, 1897.

(***) Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, t. XIII, p. 592; 1884-1886.

(****) Ce travail paraîtra prochainement, en allemand, dans Zeitschrift für physikalische Chemie.

réfraction pour une lumière de longueur d'onde déterminée et d la densité à la température pour laquelle n a été mesuré.

Le tableau suivant contient les résultats des calculs :

MÉTAUX	Équivalents de réfraction calculés à l'aide de mesures faites sur des sels.	Densités (***).	Indices de réfraction des métaux calculés à l'aide des équivalents de réfraction.	Indices de réfraction des métaux mesurés par Drude (****) pour les rayons rouges.	Indices de réfraction des métaux mesurés par Drude (****) pour la lumière sodique.
Aluminium .	8,4 (*)	2,60	1,81 raie A	1,62	1,44
Antimoine. .	24,5 (*)	6,71	2,37 „ „	3,17	3,04
Argent . . .	13,05 (**)	10,53	2,27 „ H	0,203	0,181
Bismuth . .	39,2 (*)	9,80	2,84 „ A	2,07	1,90
Cadmium . .	13,03 (**)	8,6	2,00 „ H	1,31	1,13
Cobalt . . .	10.8 (*)	8,6	2,58 „ A	2,22	2,12
Cuivre . . .	11,6 (*)	8,92	2,63 „ „	0,58	0,64
Etain. . . .	27,0 (*)	7,29	2,65 „ „	1,66	1,48
Magnésium .	7,03 (**)	1,74	1,50 „ H	0,40	0,37
Mercure. . .	19,2 (**)	13,55	2,30 „ „	1,87	1,73
Nickel . . .	10,4 (*)	8,9	2,58 „ A	1,89	1,79
Or.	24,0 (*)	19,32	3,36 „ „	0,306	0,366
Platine . . .	26,0 (*)	21,50	3,87 „ „	2,16	2,06
Plomb . . .	24,8 (*)	11,37	2,36 „ „	1,97	2,01
Zinc	9,8 (**)	7,15	2,07 „ H	2,36	2,12

(*) Pour la raie A du spectre solaire, d'après Gladstone; JOURNAL FUR PRAKTISCHE CHEMIE, nouvelle série, t. XXXI, p. 338; 1885.

(**) Pour la raie H_α de l'hydrogène, d'après Kanonnikoff; JOURNAL FUR PRAKTISCHE CHEMIE, nouvelle série, t. XXXI, p. 339; 1885.

(***) Landolt et Börnstein, *Physikal. chemische Tabellen*, 2e édition, page 117.

(****) WIEDEMANN ANNALEN DER PHYSIK, t. XXXIX, p. 537; 1890.

Sans attribuer aux mesures directes des indices de réfraction des métaux un degré d'exactitude qu'elles ne comportent pas, on est en droit de conclure que la détermination directe de cette constante physique conduit à des nombres tout différents de ceux qui sont fournis par le calcul, au moyen des équivalents de réfraction. D'autre part, d'après A. Kundt (*), le produit de l'indice de réfraction d'un métal par sa conductibilité électrique serait une constante. Les mesures de P. Drude (**) ont montré que ce produit variait, au contraire, beaucoup d'un métal à un autre, car il est égal à 2 pour le bismuth et à 65 pour le zinc.

Il est facile de s'assurer que la loi de Kundt ne se vérifie pas mieux, pour les indices de réfraction des métaux déduits de leurs équivalents de réfraction dans les solutions.

Troisième section

—

La séance s'ouvre par la lecture du rapport suivant de M. Meessen sur le travail de M. l'abbé Marcel Monier intitulé : *La fermentation alcoolique*.

« Dans le travail de M. l'abbé Monier, deux choses sont à considérer : 1° Le sujet ; 2° La façon dont le sujet a été traité.

1° *Le sujet*. La prétendue découverte de M. Büchner n'est pas d'origine récente. La même opinion a été déjà soutenue et victorieusement réfutée.

Voici comment dans mon travail *La levure de bière*, publié dans la Revue des Questions scientifiques, 20 avril et 20 juillet 1890, j'ai traité la question :

« L'action de la levure sur le sucre n'est pas due, comme l'a » cru Berthelot, à un ferment sécrété par la levure, qui agirait sur » le sucre à la façon de l'invertine transformant le saccharose en » glucose en dehors de l'organisme.

« A travers les colonnes liquides les plus courtes, les membranes » les plus minces ou même sans intermédiaire, les liqueurs

(*) A. Kundt, Wiedemann Annalen der Physik, t. XXXIV, p. 469, 1888.

(**) P. Drude, *loco citato*, p. 552.

„ sucrées n'éprouvent aucune influence de la part du ferment, et „ il faut son contact immédiat (Dumas). D'ailleurs, aucune action „ chimique ne peut produire de l'alcool et du gaz acide carbonique „ en partant du sucre (Dumas).

„ L'activité interne du protoplasme est admirablement mise en „ lumière par les microbes qui vivent dans les eaux sulfureuses „ (Aix-la-Chapelle) et qui s'attaquent au sulfate pour les transformer en hydrogène sulfuré (SH). Le protoplasme de la *Beggiatoa* „ *Alba* est parsemé de granules relativement volumineux, très „ réfringents composés de soufre (Rev. des Quest. Sc., t. XXVIII, p. 47). „

2° *La façon dont le sujet a été traité.* Les expériences de M. Monier sont très intéressantes et réellement ingénieuses, sauf peut-être la première, qui ne me semble *à moi* pas très probante. En tuant la levure au moyen de l'alcool, que l'on laisse ensuite évaporer à la température du laboratoire, on ne doit pas perdre de vue que si le ferment existe, l'alcool pourrait y déterminer des altérations telles, que son action sur le liquide sucré est anéantie.

L'expérience de l'écrasement de levure entre deux *covers* me semble fort élégante et fort concluante.

Il en est de même des expériences que l'auteur a imaginées pour démontrer que la fermentation s'établit là où se trouve la cellule de levure.

Pour terminer, une question de détail, l'auteur dit au commencement de son travail : " D'autres (ferments) tels que la levure de bière (!), qui nous intéresse spécialement, n'ont pu être isolés, malgré les nombreux essais, etc. „ Serait-ce un lapsus calami ? La levure de bière est connue, c'est un saccharomyces. Sans doute l'auteur aura voulu dire :

D'autres (ferments), tels que celui que l'on suppose sécrété par la cellule de la levure de bière, ou élaboré en elle, n'ont pas été isolés, etc...

En résumé donc, le sujet est vieux. L'opinion de M. Büchner a été déjà soutenue et réfutée. M. Monier et M. Petit en ont démontré l'inanité d'une façon péremptoire. „

Voici le rapport du R. P. Deschamps, S. J., sur le même travail :

" Le travail de M. Monier est très intéressant ; il est le fruit de recherches personnelles, et figurera avec honneur dans les Annales de la Société scientifique.

Je me permettrai seulement de conseiller à M. Monier de tenir compte des remarques de M. le Dr Meessen, spécialiste en la matière. Quelques mots concernant la réfutation antérieure d'une opinion semblable à celle de Büchner; la réponse à l'objection de M. Meessen contre la première expérience; enfin, la correction d'une obscurité de détail signalée à la fin du rapport : tel est le résumé de ces observations du Dr Meessen, et les modifications légères qu'à mon avis elles doivent amener au mémoire de M. Monier.

Je crois inutile de reproduire dans les Annales les quelques figures qui accompagnent le travail : la description des expériences faite dans le texte me paraît assez claire par elle-même. »

Le R. P. Deschamps, S. J., faisant fonction de secrétaire, donne lecture des observations suivantes transmises par M. l'abbé Monier à la section et relatives aux rapports précédents :

« 1° *Le sujet est ancien :* je ferai remarquer à la section que, loin de le contester, je dis dans mon travail que plusieurs savants s'ingénièrent de toute façon pour retirer de la levure un *ferment soluble* capable de transformer le sucre en alcool et en anhydride carbonique, mais que jamais leurs efforts ne furent couronnés de succès, je dis même que Pasteur échoua et c'est beaucoup dire. Mais la question traitée dans mon travail, ainsi que la longue polémique soutenue par moi contre Büchner, peut être considérée comme neuve en ce sens que Büchner prétendit avoir extrait un ferment soluble, non pas en marchant sur les traces de ses prédécesseurs, mais en se servant d'un mode d'expérimentation *nouveau* inauguré par lui. Il ne suffisait donc plus de réfuter l'auteur allemand en s'appuyant sur les anciennes expériences, mais il fallait le suivre sur son propre terrain, répéter ses expériences et en instituer de nouvelles. C'est ce que j'ai fait *le premier* il y a environ trois ans, immédiatement après que parut le travail de Büchner, assumant seul alors la responsabilité d'une réfutation et cela sans crainte, car j'étais certain de mes expériences souvent répétées. Depuis, j'ai été aidé dans ma tâche par M. Petit d'abord, puis par plusieurs autres expérimentateurs qui n'ont fait que confirmer ce que j'avais soutenu le premier.

Un signe certain que le tout devait être remis en question, est

la facilité avec laquelle des savants de mérite crurent Büchner sur parole avant que ses affirmations n'eussent été contrôlées. M. Roux, de l'Institut Pasteur, qui cependant n'avait fait aucun travail de contrôle, alla jusqu'à parler de la prétendue découverte de Büchner dans une séance de rentrée de l'Université de Lille comme si cette découverte était chose acquise. Comme on le voit, l'erreur, grâce au nom de Büchner, aurait déjà pris pied si nous n'avions éveillé l'attention des physiologistes de ce côté en provoquant une polémique.

2° M. Meessen dit dans son rapport : " L'auteur dit au commencement : D'autres ferments tels que la levure de bière n'ont pu être isolés malgré les nombreux essais. Serait-ce un lapsus calami ? la levure est connue. "

Il est évident que tel n'est pas le sens de ma phrase, ce serait une énormité impardonnable. Les personnes qui liront mon travail se rendront parfaitement compte qu'il en est ainsi. En effet, je dis que j'ai contrôlé au microscope l'écrasement des cellules de levure, c'est bien une preuve que non seulement je sais que la levure est connue, mais qu'elle m'est tout spécialement connue puisque j'affirme l'avoir observée au microscope. J'ai seulement voulu dire que le ferment *soluble* que je supposais dans ma théorie sécrété par la cellule de levure n'avait encore pu être isolé malgré les affirmations de Büchner. Je pense cependant avec mon savant collègue M. Meessen que ma phrase n'est pas assez claire et je le remercie de me l'avoir fait observer, afin que je puisse rectifier. "

La section vote l'impression de la note de M. Monier dans la seconde partie des Annales.

Le R. P. H. Bolsius, S. J., professeur au Collège d'Oudenbosch (Hollande), entretient la section de quelques détails anatomiques de la *Haementeria officinalis*.

Le R. P. Bolsius fait d'abord remarquer la singularité qui s'observe dans la place qu'occupent les *organes ciliés* (les entonnoirs néphridiens des auteurs). Tandis que dans les *Glossiphonides* indigènes tous ces organes plongent dans le sinus ventral, et que dans les *Herpobdellides* tous sont suspendus dans des lacunes sanguines latérales, on trouve dans la *H. officinalis*, qui est cependant une *Glossiphonide*, des organes ciliés placés d'après le type

des *Herpobdellides* dans la première partie de la série de ces organes en comptant du côté céphalique, et des organes placés d'après le type des *Glossiphonides* dans l'extrémité caudale.

Ce détail avait déjà été remarqué (*) par le professeur Alex. Kowalewsky de Saint-Pétersbourg et annoncé dans une revue russe lorsque le R. P. Bolsius, sans connaître la note russe, en parla dans une communication parue dans le ZOOLOGISCHER ANZEIGER du mois de mai dernier.

Un détail que le savant russe ne semble pas avoir observé dans l'espèce qu'il examinait, est que, entre les deux parties extrêmes de la série des organes ciliés, il y a d'abord un ou deux organes qui tiennent une position intermédiaire, moins ventrale et en même temps moins dorsale que leurs congénères.

Ces faits sont prouvés par le R. P. Bolsius en mettant sous les yeux des membres de la section des préparations microtomiques où on trouve facilement les objets en question à l'aide du *chariot universel* que le R. P. avait apporté et appliqué sur le premier microscope venu. Des dessins représentant ces objets circulaient en même temps.

Un autre détail intéressant est que les organes de la portion moyenne de toute la série ne sont pas à place fixe dans les divers exemplaires examinés de *H. officinalis*. On en trouve du côté *ventral* qui dans tel autre exemplaire sont du côté *dorsal* et inversement.

La forme, élégante entre toutes, des organes ciliés des *Glossiphonides*, est montrée également par des coupes microtomiques très réussies, qui dans l'epaisseur d'une section de 15 p., faite dans un animal *in toto*, contiennent à trois endroits un organe cilié *en entier* splendidement étalé, ainsi qu'on les voit dans les dessins qui accompagnent les préparations.

Le mémoire, dont cette communication est un résumé, paraîtra ailleurs.

M. l'abbé Monier transmet la communication suivante sur *L'iode réactif de l'albumine :*

« Les physiologistes connaissent depuis longtemps comme

(*) L'espèce dans laquelle M. Kowalewski a remarqué le détail est rapprochée de la nôtre ; c'est la *H. costata*.

manipulations susceptibles de mettre en évidence dans une solution la présence de l'albumine : la coagulation par la chaleur, les acides, l'alcool, les sels, le tanin; ainsi que les réactions de Millon, Xanthoproteïque et du Biuret. Mais aucun traité de physiologie ou de chimie organique ne signale, à notre connaissance, l'iode comme réactif de l'albumine.

Cette substance est cependant un réactif très sensible des albumines, ainsi que nous nous en sommes assuré dans nos dernières recherches au sujet de l'action de ce corps chimique sur l'*ovalbumine* (albumine du blanc d'œuf) et sur l'*albumine extraite des muscles*.

1° Si l'on prend une solution suffisamment colorée d'iode, qu'on y ajoute un peu d'albumine, et si l'on chauffe le mélange, le phénomène suivant se produit : l'albumine se coagule par la chaleur, mais au lieu d'obtenir un coagulum coloré, ainsi que cela se passe si l'on opère de la même façon avec *le bichromate de potasse,* la solution d'iode se décolore graduellement. Si l'on jette le tout sur un filtre, on obtient d'une part un liquide incolore, de l'autre un coagulum également non coloré par l'iode. Que l'on n'objecte pas que cette décoloration est produite par une brusque évaporation de l'iode sous l'influence de la chaleur. Car si l'on chauffe en même temps dans deux tubes à réaction une même solution d'iode, l'un de ces tubes contenant de l'albumine, l'autre n'en contenant pas, le premier se décolore instantanément sous l'influence de l'albumine, tandis que le second exposé à l'air libre et chauffé à plusieurs reprises reste très longtemps parfaitement coloré.

Il est inutile de faire remarquer les services que peut rendre cette réaction aux physiologistes et aux cliniciens, lorsqu'ils se trouvent en présence d'une solution contenant plusieurs substances susceptibles d'être précipitées par la chaleur.

2° Si l'on met dans un tube à réaction un peu d'*amidon* délayé dans de l'eau et qu'on y ajoute quelques gouttes d'une solution concentrée d'*iode,* l'empois d'amidon se colore vivement en violet, ainsi que le fait est connu depuis longtemps. Si l'on chauffe, la coloration violette disparaît graduellement. On ajoute alors de l'iode jusqu'à ce qu'en chauffant, la décoloration ne se produise plus que lentement sous l'influence de la chaleur. Si l'on ajoute alors quelques gouttes d'une solution contenant des traces d'albu-

mine et que l'on chauffe, la substance violette qui ne se décolorait plus rapidement par la chaleur redevient instantanément blanche et reprend l'aspect de l'empois d'amidon ordinaire.

Ces deux réactions de l'iode en présence de l'albumine sont extrêmement sensibles et ne demandent aucune manipulation compliquée. L'iode mérite certainement de prendre place dans les traités spéciaux à côté des autres réactifs de l'albumine tels que le nitrate acide de mercure, l'acide nitrique, la soude et le sulfate de cuivre. »

M. Proost, directeur général de l'agriculture, présente la note suivante :

« La famille des *Notodontes* était rangée autrefois par les entomologistes parmi les Bombyxides qui opèrent leur dernière métamorphose dans un cocon de soie, contrairement aux *Noctuelles* dont les glandes salivaires sécrètent trop peu de soie pour leur permettre de tisser un abri et qui se chrysalident généralement sous terre et à l'air libre.

Il nous a été donné, cet été, de faire une observation qui n'a pas encore été publiée à notre connaissance par les naturalistes.

Ayant recueilli dans la première quinzaine de juillet sur le *populus canadensis* plusieurs de ces chenilles de notodontes (spec. N. *zic zac*) dont la conformation et la coloration sont si bizarres que les paysans, comme les oiseaux se trompent sur leur véritable nature, nous imaginâmes de les élever dans des milieux différents de façon à retarder le plus possible la chrysalidation.

Nous vîmes celles qui ne trouvèrent point de sable ou de terreau à leur portée, chercher à se chrysalider dans un léger tissu de soie, tandis que d'autres se chrysalidaient à la surface de la terre.

Ces dernières seules donnèrent des papillons bien formés.

Les autres qui avaient été élevées dans des flacons ouverts et bien pourvus de feuilles fraîches de peupliers tissèrent de préférence leur coque contre la paroi du verre et ne parvinrent pas à se métamorphoser complètement, *comme si la dépense exigée pour la sécrétion de la soie avait épuisé les réserves de la chenille.*

C'est là une anomalie curieuse qui appelle des observations plus complètes. Nous avons pu faire contrôler les nôtres par deux

naturalistes, M. Poskin et M. X. Stainier, professeurs à l'Institut agricole de Gembloux.

Nous avons également, dans le courant de ces derniers étés, recueilli plusieurs exemplaires de la *cicindèle germanique*, dans la vallée de la Dyle, depuis Héverlé jusqu'à Mousty. Ces coléoptères si délicats, fort rares ailleurs, se cantonnent sur les collines sablonneuses plantées de pins sylvestres du terrain bruxellien, qui bordent le cours de la rivière jusqu'à sa source. „

Le R. P. Thirion transmet à la section un mémoire envoyé au secrétariat de la *Société scientifique* en réponse à la question du concours : *Étude comparée du rein (néphridie) chez les Gastéropodes Prosobranches et Pulmonés.* Ce mémoire porte la devise : *In varietate unitas.*

Les rapporteurs seront nommés ultérieurement.

Quatrième section (*)

La quatrième section n'avait à son ordre du jour aucune communication spéciale; elle devait consacrer son temps à la visite des installations scientifiques de Lille. Rarement les membres ont répondu aussi nombreux à l'appel, rarement aussi session fut plus intéressante pour ceux qui y ont pris part.

I. L'Institut Pasteur offrait des attraits particuliers : plusieurs membres d'autres sections se sont joints à la quatrième pour visiter cet établissement, situé au boulevard Louis XIV. Il est composé d'un long corps de bâtiment et de deux ailes latérales très courtes. Sur le devant, vers le milieu de la façade principale, se trouve le buste du Maître, qui fut l'initiateur de toutes ces belles découvertes sur lesquelles repose la biologie moderne.

M. le professeur Desplats, de la Faculté libre de médecine de Lille fit les présentations à M. le Dr Calmette, le directeur de l'Institut Pasteur, qui nous reçut avec une affabilité toute française.

(*) Note de M. De Lantsheere, secrétaire.

M. le Dr Calmette nous fit d'abord traverser les salles du rez-de-chaussée où sont installés les services de la vaccination, le service administratif et quelques laboratoires particuliers.

Rappelons ici que les vaccinations antirabiques se pratiquent sur une très large échelle à l'Institut. Chaque année de nombreux Belges y accourent se confier aux soins bienveillants et dévoués de M. Calmette et de ses aides. Les succès enregistrés sont la règle de ce traitement, qui n'a rien de bien pénible.

M. Calmette, dès le début de notre arrivée, dut calmer l'impatience des membres, tous désireux de lui entendre exposer ses idées sur la peste et de voir des préparations du microbe de cette maladie. On sait que le Dr Calmette est un des plus brillants élèves de l'Institut Pasteur de Paris, où déjà il s'était occupé avec succès de l'étude bactériologique de la peste, et de la préparation du sérum antipesteux. Lors de l'apparition récente du fléau à Oporto, il n'hésita pas à partir pour y séjourner, achever ses observations, en même temps appliquer son sérum aux malades et les guérir.

M. Calmette nous fit voir diverses préparations microscopiques et des cultures se rattachant au microbe de la peste. Pendant cet examen et au cours de notre visite, il nous entretint longuement de ce sujet.

Yersin découvrit le bacille de la peste à Hong Kong en 1894, dans les bubons des malades atteints. C'est un petit microbe, à forme de bacille court, à bouts arrondis, légèrement ovale, qui prend les matières colorantes d'aniline et a pour propriété caractéristique de se colorer mieux aux deux extrémités qu'au centre.

Le bouillon ensemencé avec du liquide pesteux reste transparent, limpide, avec des flocons clairs nuageux à la surface.

Yersin, par inoculation du germe à des rats et à des souris, démontra la spécificité du microbe, ainsi que la contagion par ces animaux : en enfermant dans un même bocal des souris pestiférées et des souris saines, ces dernières étaient atteintes après la mort des premières. Simonds, en 1896, observa que la peste est transmise à l'homme par l'intermédiaire des puces qui abandonnent les cadavres des rats et des souris morts pestiférés pour se porter sur d'autres animaux vivants du même genre et de là sur l'homme. Il est de fait qu'aux Indes une épizootie des rats a toujours précédé

l'apparition de la peste : à l'apparition de ce signe précurseur les habitants émigrent pour se soustraire à la maladie. Des souris mises dans un bocal avec des puces provenant de souris ou de rats pestiférés meurent aussi de la peste.

La contagion se fait : 1° par ingestion, 2° par inoculation (piqûres de puces), 3° par la respiration (les crachats pneumoniques de pestiférés occasionnent la diffusion du microbe dans l'atmosphère).

La maladie se manifeste sous la forme bubonique classique : tuméfaction des ganglions avec fortes douleurs, fièvre de 40°-41°, symptômes nerveux, adynamie, pustules, phlyctènes. Les ganglions restent durs et douloureux lorsque la marche est fatale ; dans les cas favorables, ils suppurent ou restent indurés.

Il y a des formes septicémiques à marche excessivement rapide, dans lesquelles la mort peut survenir en 24 heures : la température atteint brusquement 41°-42° ; délire, hémorrhagies diverses.

La forme pneumonique se manifeste par des symptômes pulmonaires et une expectoration de crachats rouillés : elle est toujours grave.

D'autres cas présentent une forme gastro-intestinale avec les caractères cliniques de la fièvre typhoïde.

Dans le sang et dans les crachats des sujets atteints de la peste ou supposés tels on trouve toujours le bacille Pasteur ; par suite, l'examen microscopique s'impose.

La mortalité aux Indes a été de 90 % pour les indigènes, de 65 % pour les Européens qui vivent dans de meilleures conditions d'hygiène et de confort.

Yersin employa, le premier, le sérum antipesteux, préparé à l'Institut Pasteur à Paris, en injectant à un cheval des cultures de bacilles pesteux tués par la chaleur.

Il a obtenu des résultats favorables au moyen de la méthode d'inoculation de sérum d'animaux immunisés.

On injecte aujourd'hui à des chevaux des doses de toxine isolée du microbe et des corps microbiens tués par la chaleur.

Le Dr Calmette a employé de ce sérum à Oporto : il a constaté une mortalité de 14,7 % chez les malades ainsi traités.

Les injections, pour être efficaces, doivent être faites par la voie intra-veineuse, dans les veines dorsales de la main ou du poignet.

Sous leur influence, le nombre de bacilles diminue, on n'en trouve plus après deux injections de 40 cc. faites à 24 heures d'intervalle : la température s'élève d'abord pour baisser ensuite. Les doses répétées excitent la phagocytose, et continuées elles empêchent la réinfection.

Le sérum est également utile pour prévenir la peste : injecté préventivement, il a réussi à donner une immunité complète à tous ceux qui se trouvaient par leurs fonctions en contact avec les pestiférés. Cette immunisation ne dure guère plus de 15 à 20 jours; la vaccination doit être répétée au bout de ce temps, elle n'offre aucun inconvénient grave.

M. Haffkine, en inoculant à l'homme directement des cultures stérilisées de la peste, tuées à 65°, a réussi à donner une immunité plus longue; mais la réaction, pour arriver à ce résultat, est forte et non sans danger.

Les études doivent être poursuivies dans le but de trouver un sérum qui donne absolument la même immunité que la peste elle-même.

A l'étage de l'Institut Pasteur se trouvent des salles de cours, des laboratoires de bactériologie et de chimie. On étudie aussi à l'Institut des questions de biologie intéressant l'industrie : témoin l'importante découverte de l'amylomycès par M. Calmette et son rôle dans la fermentation des levures.

Toutes ces salles du haut et du bas sont largement éclairées; les murs sont enduits de vernis spéciaux, inaltérables aux liquides antiseptiques : l'eau et le gaz sont installés à profusion. Tous ces aménagements permettent de maintenir une propreté en rapport avec une antisepsie et une asepsie réelles. A signaler l'ouverture et la fermeture des robinets à eaux au moyen de déclics à manœuvrer avec les genoux ou les pieds.

Les sous-sols ne sont pas moins intéressants à visiter; c'est le domaine de l'électricité, et on se croirait dans un établissement industriel. Nombreux sont, en effet, les appareils spéciaux qu'on y rencontre : moteurs centrifuges, appareil à distillation, cuves à fermentation, etc. Signalons spécialement l'installation servant à la purification des eaux par l'ozone, qui fonctionne sous la direction de M. Marmier.

Au fond de la vaste cour de l'Institut, se trouvent des bâtiments où séjournent les animaux qui servent de sujets d'expérience. Toutes les matières d'étude y sont réunies dans des compartiments spéciaux : chevaux et cobayes inoculés de virus différents, lapins inoculés de rage, etc.

On sait que M. Calmette se livre aussi à l'étude des venins de serpents et fait à ce sujet des expériences remarquables. En inoculant le venin à des chevaux, il espère obtenir un sérum antivenimeux efficace destiné à guérir les piqûres mortelles des serpents. Pour ces études, il possède une collection de serpents rares et des plus venimeux, auxquels il extrait lui-même périodiquement le venin des glandes après les avoir gavés. Ce venin est alors soumis à l'évaporation : le résidu sec est extraordinairement toxique.

Après avoir consacré deux heures à parcourir ces diverses installations, nous étions ravis d'avoir vu et surtout d'avoir entendu tant de choses intéressantes exposées d'une façon simple, claire, méthodique. A la fin de la visite de l'Institut Pasteur, M. le Dr Th. Huyberechts exprima les vifs remercîments de la section, au savant directeur, dont la bienveillance et la cordiale simplicité avaient conquis les sympathies de tous les membres.

II. La seconde partie du programme de la section comportait une visite aux installations scientifiques, cliniques, hospitalières de la Faculté libre de médecine de Lille.

C'est un devoir pour nous de rendre d'abord hommage à la générosité des catholiques français qui ont su créer et maintenir en pleine floraison cette œuvre si belle et si utile. Mais il convient aussi d'admirer le courage et la science des professeurs qui en font la gloire et la réputation.

Quelques-uns d'entre nous, peut-être un peu sceptiques avant leur visite à Lille, sont revenus enchantés. Non pas que tout y soit réuni d'une façon grandiose qui frappe à première vue, mais parce que tout y est coordonné, condensé d'une manière vraiment remarquable. Les soins dont sont entourées toutes les collections, la fierté qu'ont eue les maîtres à les montrer éveillent chez les visiteurs un sentiment d'admiration sincère, qu'on éprouve plus difficilement devant les installations officielles établies aux frais du trésor public sans participation de l'initiative privée.

Le jardin botanique, la salle d'amphithéâtre d'anatomie, la bibliothèque, entre autres, sont parfaitement tenus et disposés selon les exigences actuelles.

Ce fut un vrai plaisir pour les membres de la section de parcourir, à l'hôpital Sainte-Eugénie, les salles de médecine interne, sous la direction de M. le professeur Desplats, et les salles de chirurgie, sous la direction de M. le professeur Duret. Disons en passant que la salle d'opérations récemment aménagée est un vrai modèle d'installation parfaite ; elle est claire, si blanche, qu'en un milieu aussi propre et aussi riant le malade doit se sentir complètement rassuré devant l'opération qu'il devra subir.

MM. Duret et Desplats ont bien voulu montrer quelques cas intéressants en traitement dans leurs salles.

Citons encore l'Hôpital des enfants, l'Hospice, ces institutions privées dont les professeurs de la Faculté libre ont la direction; il y règne partout, avec beaucoup d'ordre et de propreté, une tranquille satisfaction chez tous les pensionnaires.

Pendant ces deux journées, les membres venus de Belgique ont vécu pour ainsi dire côte à côte avec leurs collègues de la Société des sciences médicales de Lille : ils estimaient tous, de part et d'autre, que ces heureux moments avaient été trop courts. Pareilles visites de fraternisation, sous les auspices de la Société scientifique, devraient se renouveler le plus souvent possible ; aussi fut-il décidé que la quatrième Section adresserait au Conseil le vœu de voir la prochaine session d'octobre, en 1900, se tenir à Gand, c'est-à-dire à portée de Lille. La communauté des mêmes opinions philosophiques et religieuses, les sentiments d'une amitié franche, loyale, toute chrétienne, ne peuvent que contribuer à créer un mouvement scientifique mieux dirigé et plus efficace.

Cinquième section

La séance est ouverte à 2 heures et demie, sous la présidence de M. Béchaux, membre de l'Institut et professeur à l'Université catholique de Lille.

M. Ernest Dubois, professeur à l'Université de Gand, fait une conférence sur *Quelques statistiques relatives au travail industriel des femmes.*

Après un rapide aperçu historique, au cours duquel il examine la situation faite au travail des femmes dans l'organisation des métiers du moyen âge et dans les industries textiles sous l'ancien régime industriel, le conférencier donne quelques renseignements sur l'étendue actuelle du travail industriel des femmes en Belgique et en France.

Il étudie ensuite, d'une manière plus détaillée, les résultats du dernier recensement des professions auquel on a procédé en 1895 en Allemagne, et les compare avec ceux du recensement précédent de 1882.

De 1882 à 1895, on constate un accroissement considérable et général du nombre des femmes dans les diverses professions. Il est particulièrement sensible dans l'industrie et s'observe non seulement dans les branches où de tout temps la main-d'œuvre féminine a été prépondérante (industries textiles, vêtement...), mais aussi dans celles qui semblaient plutôt réservées aux hommes (bâtiment, industries chimiques...).

Le nombre des femmes mariées, occupées dans l'industrie, est particulièrement élevé et cette observation inquiétante a provoqué sur l'initiative du Reichstag une enquête spéciale sur l'étendue, les causes et les conséquences de ce travail industriel des femmes mariées.

Cet intéressant exposé fut suivi d'un échange d'observations auquel prirent part MM. Béchaux, Vanlaer et Boissard, professeurs à l'Université catholique de Lille.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

—

L'assemblée générale a eu lieu à 5 heures dans un des amphithéâtres de l'Université catholique sous la présidence d'honneur de Mgr Baunard, recteur magnifique de l'Université, et la présidence de M. Ch. Lagasse-de Locht, président en exercice de la *Société scientifique.*

A l'ouverture de la séance, M. Lagasse prononce le discours suivant :

MONSEIGNEUR,
MESSIEURS,

« En ce jour, où la *Société scientifique de Bruxelles,* fondée en 1875 avec la collaboration des Universités catholiques de Lille, d'Angers, de Paris, de Lyon, de Toulouse et de Louvain, vient siéger, pour la première fois, dans la capitale de vos riches provinces du Nord, notre première parole ne peut être que le salut de nos esprits et de nos cœurs à la France.

Oui, salut à votre belle et grande patrie! Aucune entreprise humaine, si ce n'est un suicide national, ne saurait la supprimer, parce qu'elle a le devoir de réaliser l'idée pour laquelle Dieu l'a amenée, tout le long de l'histoire, à devenir, à rester la France.

Vous vous consacrez à cette œuvre divine, Messieurs, par la science, avec sincérité. Parce que vous êtes à la fois sincères et savants, vous demeurez foncièrement catholiques, comme l'est votre grande et libre institution, sœur de notre Université de Louvain, comme l'est aussi, Monseigneur, votre œuvre personnelle, si hautement appréciée de toutes parts.

De même que l'artiste, vraiment inspiré, pratique la sincérité, ainsi est-elle la qualité maîtresse du savant non moins que du chrétien. Nous allons, durant notre carrière, à l'école des faits, comme y ont été le cœur et le génie de l'apôtre saint Jean, dont l'un de vos livres admirables, Monseigneur, vient de reconstituer scientifiquement, pieusement, la splendide figure et la merveilleuse histoire.

En aucun domaine, nous, catholiques, nous n'avons de préjugés, peu importe qu'il s'agisse de sciences pures, mathématiques, de sciences appliquées, de sciences philosophiques, historiques, morales ou politiques. Nous ne bâtissons pas sur le terrain mouvant de nos propres spéculations. Notre raison évite, avec soin, ces déserts arides de la pensée où les sables, balayés par les rafales du doute trop systématique, recouvrent, en les effaçant à jamais, les pas de l'homme dans la voie du progrès. Nous nous attachons beaucoup aux faits, à ces traces de l'éternelle Bonté et Vérité sur

les chemins si variés de la nature, jusque dans les avenues ombragées et mystérieuses de l'ordre surnaturel.

Ces marques divines ne sauraient échapper à l'observateur sincère et profond. Aussi, l'union de la science et de la foi est-elle une de ces évidences qu'il ne faudrait pas même énoncer, si, trop souvent, l'ignorance ne cachait sa nudité sous les plis, abondamment étoffés, d'une science de couverture.

Nous ne nous bornons pas à proclamer cette union par la devise de notre Société et par nos travaux. Elle constitue, n'est-ce pas? Messieurs et chers collègues, la base, le centre, le sommet de notre vie. Jadis, on disait des premiers chrétiens : " Voyez donc comme ils s'aiment! „ Nous voulons, nous, que chacun, en nous regardant faire, aime et la foi et la science. L'une et l'autre s'unissent, par dessus et par delà toutes les frontières, au sein de l'éternel amour!

Dans votre France, dans cette belle et hospitalière cité, l'union de la science et la foi brille au cœur magnanime des généreux fondateurs de votre Université; au front de ses illustres professeurs parmi lesquels il me sera permis de citer deux amis de vieille date : Béchaux et Witz; elle reluit, avec un éclat incomparable, Monseigneur, dans votre personne.

Tous, nous saluons, en vous, un maître, un grand apôtre de la science et de la foi! „

Monseigneur Baunard répond alors par l'allocution suivante :

Monsieur le Président,
Messieurs,

" J'ai d'abord le besoin et le devoir de vous le dire : nous sommes heureux et fiers de vous recevoir parmi nous. Et le choix que vous avez fait cette fois de notre ville de Lille pour le rendez-vous annuel de votre société, le choix que vous avez fait de notre Université pour le lieu de vos séances, nous sont un honneur et une joie qui engagent au double notre reconnaissance.

C'est qu'en effet, Messieurs, il existe tant de liens de fraternité entre votre pays et le nôtre! tant de souvenirs communs, tant

d'attachements communs à toutes les grandes causes pour lesquelles autrefois nous combattions ensemble; et en tête desquelles je mets la foi et la liberté, que vous avez encore et que nous vous envions d'une jalousie permise, puisqu'elle n'est qu'une forme de notre admiration.

Vous avez, de plus, désiré qu'un autre lien fût formé entre vos florissantes Universités belges et notre modeste Université Catholique de Lille. Vous nous ferez, s'il vous plaît, la charité de nous épargner la comparaison : nous aurions trop à y perdre. Mais si voulez bien considérer, Messieurs — ce qui n'est que justice — que notre Institut Lillois d'enseignement supérieur est l'œuvre uniquement de l'initiative privée, qu'il est né d'elle seule, qu'il subsiste d'elle seule, qu'il se recrute d'elle seule, peut-être y verrez-vous le fruit de quelque grand effort, l'exemple d'un vrai courage, le prix d'un rude combat, lequel n'est pas fini encore. Et vous vous unirez à nous pour remercier Dieu qui, depuis vingt ans et plus, nous a donné de garder quand même nos positions sur ce champ de bataille.

Il est un autre lien que vous êtes venus resserrer en ce jour : le lien scientifique.

La science n'a pas de patrie. Elle n'est ni belge, ni allemande, ni anglaise, elle est la science, le grand fleuve qui arrose tous les rivages, là où il trouve des pentes, et qui appartient indivisiblement à tous et à chacun, descendant d'une même source qui est le sein de Dieu.

Cela étant, Messieurs, je comprends bien que vos savants professeurs et les nôtres se soient donné la main par dessus nos frontières nationales, qui ne sont pas bien hautes, par dessus nos frontières universitaires qui, elles, ne connaissent pas de douanes. Mais, dans ce commerce d'idées, il me semble bien que c'est encore nous qui vous sommes redevables : redevables pour la gracieuse hospitalité que vous donnez à nos collègues dans votre Société, particulièrement dans votre florissante et chrétienne Revue des Questions scientifiques qui en est l'organe, et où leur signature s'honore justement du voisinage de la vôtre.

Courage et confiance, Messieurs! Par tous ces travaux vous aurez été dans l'un et l'autre pays les ouvriers de Dieu; car vous aurez contribué pour votre grande part au rayonnement de Celui

qui s'est appelé lui-même " la Lumière du monde. „ Marchons ensemble à cette lumière. Et si j'en crois les progrès merveilleux et croissants de la science en ce siècle, je puis bien vous le prédire: l'avenir est à vous! „

M. Lagasse donne la parole à M. Denys, Professeur à l'Université de Louvain, qui fait une conférence sur les *Essais de traitement de la tuberculose par des produits du bacille.*

Voici un résumé de cette conférence.

Le conférencier étudie d'abord les caractères propres au bacille de la tuberculose.

Il insiste sur la lenteur relative de sa propagation dans l'organisme. On peut en faire la preuve sur des animaux. Si l'on injecte sous la peau d'un chien, une émulsion *de bacilles* de la tuberculose, on voit apparaître à l'endroit injecté un abcès, une plaie qui ne guérit pas, mais l'infection reste localisée.

Il expose ensuite les résultats qu'il a obtenus par sa tuberculine appliquée à des animaux ainsi injectés : les plaies se détergent, des boutons charnus surviennent, la guérison se produit : la tuberculine a donc détruit le germe de l'infection.

Il aborde et développe les applications de la tuberculine à l'homme.

L'efficacité du traitement ne s'étend pas à tous les malades. S'il y a fièvre intense, destructions considérables, le profit est nul. Si la fièvre est modérée, si les destructions sont limitées, une amélioration notable ou même la guérison radicale sont possibles. Le tout est donc de s'y prendre à temps.

En face d'un malade qui tousse, qui maigrit, qui présente un état morbide mal défini, on interrogera la réaction de la tuberculine de Koch : si elle accuse la tuberculose, le recours à la tuberculine curative est tout indiqué.

Le conférencier cite les nombreux cas où il a obtenu par ce traitement soit une amélioration notable et permanente, soit la guérison radicale.

Un échange de vues s'établit entre le conférencier et plusieurs des médecins qui assistaient à la réunion.

M. Lagasse-de Locht remercie encore une fois les autorités et les professeurs de l'Université du bon accueil fait à la Société scientifique et déclare close la session de novembre 1899.

SESSION DU JEUDI 25 JANVIER 1900

A BRUXELLES

SÉANCES DES SECTIONS

Première section

M. Mansion lit le rapport suivant sur la Note de M. Goedseels relative à la *Simplification des plus grands coefficients de Tobie Mayer.*

1. *Méthode de Mayer sous sa forme moderne* (*). Soit à résoudre les huit équations approximatives à trois inconnues :

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \qquad (1_1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \qquad (1_2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_8x + b_8y + c_8z = d_8. \qquad (1_8)$$

Ajoutons ces équations après avoir changé le signe de tous les termes dans celles où les coefficients de x sont négatifs; ajoutons-les de même une seconde et une troisième fois, après avoir changé le signe de tous les termes dans les équations où les coefficients

(*) La méthode primitive de Mayer, que M. Goedseels fait connaître dans son mémoire, est beaucoup moins systématique.

des y ou des z sont négatifs. Nous trouverons ainsi, en désignant par a', b', c', les valeurs absolues des coefficients a, b, c, les trois équations finales :

$$x\,\mathrm{S}\,a' + y\,\mathrm{S}\,\frac{a'b}{a} + z\,\mathrm{S}\,\frac{a'c}{a} = \mathrm{S}\,\frac{a'd}{a}, \qquad (2_1)$$

$$x\,\mathrm{S}\,\frac{ab'}{b} + y\,\mathrm{S}\,b' + z\,\mathrm{S}\,\frac{b'c}{b} = \mathrm{S}\,\frac{b'd}{b}, \qquad (2_2)$$

$$x\,\mathrm{S}\,\frac{ac'}{c} + y\,\mathrm{S}\,\frac{bc'}{c} + z\,\mathrm{S}\,c' = \mathrm{S}\,\frac{c'd}{c}. \qquad (2_3)$$

Ces équations sont celles que l'on emploie pour déterminer les valeurs approximatives de x, y, z dans la méthode de Tobie Mayer, *sous sa forme moderne.*

2. *Simplification de M. Goedseels.* Le coefficient $\mathrm{S}a'$ de x dans (2_1), est la somme $a'_1 + a'_2 + \cdots + a'_8$; le coefficient $\mathrm{S}\frac{ab'}{b}$ de x dans (2_2) est une somme *algébrique* de ces huit mêmes quantités ; chacun des termes $\frac{ab'}{b}$ s'obtient en multipliant le terme correspondant a' de $\mathrm{S}a'$ dans (2_1), par $\frac{ab'}{a'b}$, quantité égale à ± 1. On passe de même des coefficients de y, z, et du terme connu de (2_1)

$$\mathrm{S}\,\frac{a'b}{a}, \quad \frac{\mathrm{S}\,a'c}{a}, \quad \mathrm{S}\,\frac{a'd}{a}$$

aux coefficients de y, z et au terme connu de (2_2), savoir :

$$\mathrm{S}\,b', \quad \mathrm{S}\,\frac{b'c}{b}, \quad \mathrm{S}\,\frac{b'd}{b},$$

c'est-à-dire en multipliant chaque terme des premières sommes par les diverses valeurs de $\frac{ab'}{a'b}$. Il résulte de là que si les deux séries de coefficients a', b' présentent la même succession de signe, les équations (2_1) et (2_2) seront identiques. Laissons ce cas de côté, et supposons pour fixer les idées que le coefficient $\mathrm{S}\frac{ab'}{b}$ de x

dans (2_2) contienne 5 des a' avec le signe $+$, 3 avec le signe $-$. Ajoutons (2_1) à (2_2) changé de signe, et divisons le résultat par 2 : la nouvelle équation $(2'_2)$ ainsi obtenue ne contiendra plus, dans le coefficient de x que la somme de 3 des a' ; de même, dans les coefficients de y, il n'y aura plus que les trois coefficients $\frac{a'b}{a}$ correspondant à ces trois a' ; il en sera de même pour le coefficient de z et le terme connu dans $(2'_2)$. Autrement dit, $(2'_2)$ *qui peut remplacer* (2_2) *dans le groupe* (2_1) (2_2), *s'obtiendra en combinant seulement trois des relations* (1). En retranchant $(2'_2)$ de (2_1), on trouvera de même *une équation* $(2'_1)$ qui pourra remplacer (2_1) dans le groupe des équations (2_1) (2_2) et qui *s'obtiendra en combinant seulement cinq des relations* (1).

Si les équations (2_1), (2_3), ou si les équations (2_2) (2_3) sont différentes, on pourra les remplacer à leur tour par des couples d'équations plus simples et plus faciles à obtenir, d'après la même méthode.

Trois des nouvelles équations obtenues ainsi pourront remplacer les équations (2) et, dans les cas particuliers, on pourra souvent en déduire des équations encore plus simples, par addition ou soustraction.

La réduction du système des équations finales (2), à des équations finales plus simples que l'on obtient par des calculs toujours moindres que ceux qui donnent (2), de moitié au moins, constitue essentiellement la simplification de la méthode de Mayer, trouvée par M. Goedseels. La simplification se fait d'ailleurs à vue quand on écrit les uns en dessous des autres la série des signes des a' dans les coefficients de x, comme on le voit en traitant un exemple (*).

(*) Si les équations (2) étaient incompatibles ou indéterminées, ce qui est extrêmement improbable, on pourrait partager les équations (1) en trois groupes partiels ; du premier on tirerait une équation finale avec un coefficient de x, de la forme Sa' ; du second et du troisième, des équations où y ou z auraient un coefficient de la forme Sb' ou Sc'. On se rapproche ainsi de la méthode primitive de Mayer. Dans celle-ci, les équations en nombre $3n$, sont telles que le coefficient de x est 1 ; elles sont rangées dans un ordre tel que les coefficients de y forment une suite croissante ; les n premières équations, les n suivantes, les n dernières forment les trois groupes donnant les 3 équations finales.

3. *Cas simple où la méthode de Mayer donne des valeurs très bonnes.* La méthode de Mayer, même quand on n'y introduit pas la simplification de M. Goedseels, exige beaucoup moins de calculs que la méthode des moindres carrés; mais on n'est pas certain qu'elle donne, comme celle-ci, pour les inconnues, des valeurs comprises entre les valeurs extrêmes obtenues quand on résout trois à trois de toutes les manières possibles les équations (1). M. Goedseels, en résolvant les équations finales par les déterminants, prouve que, dans le cas de deux inconnues, la méthode originale de Mayer et la méthode moderne simplifiée par lui, donnent aussi des valeurs moyennes entre celles que donneraient les équations primitives combinées deux à deux, d'une certaine manière; dans ce cas, la méthode ancienne de Mayer semble parfois supérieure à la méthode moderne.

4. *Conclusion.* Comme on le voit par cette analyse, le Mémoire de M. Goedseels contient deux résultats nouveaux et intéressants, d'abord la simplification proprement dite de la méthode de Mayer, ensuite l'important théorème relatif au cas où les équations ne contiennent que deux inconnues. Nous proposons donc à la section de voter l'impression de ce travail dans la seconde partie des ANNALES.

M. Le Paige, second commissaire, se rallie à ces conclusions du premier commissaire et elles sont adoptées par la section.

La section s'occupe ensuite de la question de la *décimalisation des mesures angulaires et horaires.* Plusieurs membres font observer à ce propos qu'en Allemagne, on semble incliner vers une solution mixte : conservation de la division actuelle du jour en 24 heures, de la circonférence en 360 degrés; division décimale du degré. La question sera reprise à la session du mois d'avril.

M. Mansion expose une *Démonstration élémentaire de la formule de Cauchy relative aux résidus,* dont voici le résumé :

1. Soient $z = x + yi$ une variable imaginaire, $fz = \varphi(x, y) + i\,\psi(x, y)$ une fonction synectique de z sur et dans un cercle de rayon r; $f'z = \varphi'_x(x, y) + i\,\psi'_x(x, y) = \psi'_y(x, y) - i\,\varphi'_y(x, y)$, la

dérivée de cette fonction supposée continue sur et dans ce cercle. Considérons l'intégrale

$$S = S' + iS'' = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{fzdz}{z}$$

le long de la circonférence. Nous aurons, en posant $z = re^{\theta i}$,

$$S = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(re^{\theta i})\,d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\varphi(r\cos\theta, r\sin\theta) + i\psi(r\cos\theta, r\sin\theta)]\,d\theta.$$

D'après l'hypothèse faite sur la dérivée, on a le droit de dériver S sous le signe, par rapport à r. Nous trouverons immédiatement :

$$\frac{dS'}{dr} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\varphi'_x(r\cos\theta, r\sin\theta)\cos\theta + \varphi'_y(r\cos\theta, r\sin\theta)\sin\theta]\,d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [\psi'_y(r\cos\theta, r\sin\theta)\cos\theta - \psi'_x(r\cos\theta, r\sin\theta)\sin\theta]\,d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi r}\int_0^{2\pi} \frac{d\psi(r\cos\theta, r\sin\theta)}{d\theta}\,d\theta = 0.$$

De même,

$$\frac{dS''}{dr} = 0.$$

L'intégrale S a donc une dérivée nulle par rapport à r; par suite, elle est indépendante de r, et

$$S = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f0.\,d\theta = f0.$$

II. On déduit ensuite de là aisément, pour une fonction Fz synectique dans et sur un cercle c de rayon r et de centre γ, la dérivée étant continue dans et sur ce cercle,

$$F\gamma = \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{Fzdz}{z-\gamma}, \quad \frac{F^n\gamma}{1.\,2\ldots n} = \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{Fzdz}{(z-\gamma)^{n+1}}.$$

Ces formules permettent d'établir le théorème de Taylor avec une forme du reste différente de la forme classique, il est vrai, mais suffisante pour donner les développements indéfinis quand ils existent, et aussi pour démontrer beaucoup de propriétés générales des fonctions.

III. Au fond, le procédé de démonstration du théorème I n'est qu'une variante de la démonstration générale de Cauchy pour le théorème fondamental relatif aux intégrales des fonctions synectiques le long d'un contour; mais il n'y a pas d'autre cas, croyons-nous, où cette démonstration générale puisse se simplifier ainsi.

Le R. P. Bosmans présente à la section une *Notice historique sur la triangulation* (inédite) *de la province d'Anvers, de Snellius.* M. Le Paige est nommé commissaire pour examiner ce travail.

M. Mansion fait une communication *sur les deux manuscrits du livre des Révolutions de Copernic*, dont voici les conclusions :

On admet généralement que le manuscrit autographe de Copernic conservé à Prague dans la bibliothèque des comtes de Nostitz n'a pas servi à l'impression de l'édition *princeps* de 1543 du livre des *Révolutions;* que le manuscrit aujourd'hui perdu qui a servi de base à cette édition était une copie de l'autre, faite par Rheticus, seul assez initié à la doctrine du maître pour conduire à bonne fin pareille tâche; les particularités orthographiques du latin de Rheticus se retrouvent d'ailleurs dans l'édition *princeps.* M. Mansion fait la conjecture suivante sur les relations de ces deux manuscrits : le second manuscrit, aujourd'hui perdu, a été fait sous les yeux de Copernic, par Rheticus, pendant son séjour à Frauenburg, de 1539 à 1541. Copernic a gardé ce second manuscrit et a donné le premier, le manuscrit autographe, à Rheticus, quand

celui-ci est retourné en Saxe. Plus tard, il lui a envoyé par Giese le second manuscrit pour qu'il pût servir de base à l'impression de son livre. — Cette conjecture permet de rendre compte des différences qui existent entre l'édition *princeps,* faite d'après le second manuscrit, et le manuscrit autographe ; tantôt ce sont les données numériques de l'une, tantôt ce sont celles de l'autre, qui sont plus exactes, comme l'a montré Menzzer dans les précieuses notes de sa traduction. Si l'on suppose que c'est le manuscrit autographe que Copernic a envoyé par Giese à Rheticus et que celui-ci a fait le second manuscrit en Saxe, on ne s'explique pas qu'il ait osé introduire autant de changements, tantôt bons, tantôt mauvais dans le texte de l'œuvre de son maître ; on ne s'explique pas, en particulier, la suppression du magnifique *proemium* qui se trouve en tête du manuscrit autographe.

Deuxième section

M. Delemer, professeur à la Faculté libre des sciences de Lille, présente le rapport suivant sur un mémoire de M. E. Goedseels, administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique, intitulé *Etude sur les prismes :*

« Ce mémoire, dont la lecture est très facile, me paraît présenter un vif intérêt.

Voici en deux mots la question traitée : On sait qu'un rayon de lumière, réfléchi successivement par deux miroirs et restant dans un plan normal à ceux de ces miroirs, est dévié d'un angle *constant* double de celui des miroirs. Cette propriété est utilisée pour construire les télémètres.

Mais, pour diverses raisons, il est préférable, dans ces appareils, de remplacer les miroirs par un prisme ; en ce cas, les réflexions, qui peuvent avoir lieu en nombre quelconque théoriquement, s'effectuent à l'intérieur des prismes sur les faces de celui-ci.

Or, avec ce système, le rayon lumineux qui va se réfléchir dans le prisme, subit deux réfractions, l'une à l'entrée, l'autre à la sortie de l'appareil. De là, plusieurs difficultés, entre autres celle-ci : « la déviation totale du rayon dépend de l'incidence à l'entrée ».

C'est l'inconvénient que M. Goedseels fait disparaître ; il lui

suffit de donner aux diverses faces du prisme des positions relatives convenablement choisies, celui-ci déviera alors également tout rayon lumineux quelle que soit son incidence. Déterminer les directions des faces constitue le problème à résoudre.

La méthode très géométrique est élégante.

L'auteur étudie la section droite polygonale du prisme. Dans le plan de cette section droite, il place un limbe, c'est-à-dire une circonférence graduée dont le diamètre 0° — 180° reste parallèle à lui-même. Ce limbe sert à repérer les directions des côtés du polygone (faces du prisme), et celles des rayons réfléchis et réfractés, par les graduations qui leur correspondent : 42, 50, 75.

Reste à trouver une relation où figurent toutes les graduations qui désignent les faces réfléchissantes du prisme, et celles qui désignent les normales aux faces d'entrée et de sortie. L'auteur y arrive sans calcul pénible.

C'est une équation algébrique où ne figurent que les signes + et — mais variant légèrement de forme suivant que le nombre des réflexions est impair ou pair.

En somme, l'ensemble du travail est digne de l'attention de la société et mérite de figurer dans les Annales. „

La section vote l'impression du mémoire de M. Goedseels dans la seconde partie des Annales.

M. l'abbé De Muynck, professeur à l'Université de Louvain, envoie une communication *Sur la mesure des indices de réfraction des solides fondus et surfondus*. En voici un résumé :

" L'indice de réfraction d'un solide en fusion peut se déterminer de plusieurs manières. Les quelques mesures qui ont été publiées jusqu'à présent ont été faites par deux méthodes : celle du duc de Chaulnes, qui manque de précision (la deuxième décimale à peine est exacte), et celle du prisme et de la déviation minima, dans laquelle les mesures sont très précises, mais demandent des précautions longues et minutieuses.

Il y a une autre manière d'opérer, sur laquelle nous désirons appeler l'attention, et qui se recommande à la fois par sa précision et sa simplicité : nous voulons parler de la réflexion totale. Nous avons fait quelques mesures par cette méthode, nous servant du réfractomètre de Pulfrich. Tel qu'on le construit actuellement, cet

appareil est muni d'un système de chauffage (ZEITSCHRIFT FUR INSTRUMENTENKUNDE, 1895, p. 389; JOURNAL DE PHYSIQUE (3), t. V, p. 73, 1896), permettant d'élever et de maintenir la substance à mesurer à une température qu'on peut faire varier entre 0° et 75°. Cet instrument semble donc tout désigné pour l'étude optique des corps fondus; il nous a donné des résultats très satisfaisants; en outre il permet de mesurer l'indice des solides en surfusion (*). Il donne l'indice de réfraction avec la quatrième décimale exacte, au moins pour les raies C et D. Comme la couleur de la raie F ne se perçoit pas aussi bien, l'approximation de n_F est moindre. Il faut tenir compte d'une erreur de lecture du thermomètre.

Nous avons examiné d'abord plusieurs hydrates fondus dans leur eau de cristallisation : l'hyposulfite de soude, le phosphate disodique, le carbonate de sodium; nous avons pu aisément les mesurer; en les laissant refroidir lentement, et en les recouvrant au besoin d'une légère couche de paraffine liquide, nous les avons obtenus en surfusion.

Le Salol, qui fond à 39°,5 et qui présente le phénomène de la surfusion à un degré très remarquable (Ostwald, ZEITSCHRIFT FUR PHYSIKALISCHE CHEMIE, t. XXII, p. 289, 1897), a fait l'objet de mesures plus nombreuses. Les valeurs suivantes sont le résultat de plusieurs séries de mesures :

t	n_C	t	n_D	t	n_F
58.9	1.56593	67.9	1.56851	59.9	1.59051
54.8	1.56750	59.2	1.57246	55.2	1.59285
42.1	1.57313	58.3	1.57280	41.9	1.59890
38.9	1.57453	57.0	1.57329	38.2	1.60051
37.6	1.57496	54.4	1.57444	11.0	1.61289
11.2	1.58654	52.9	1.57513		
		52.2	1.57533		
		42.4	1.57986		
		38.8	1.58138		
		37.8	1.58187		
		11.3	1.59350		

(*) M. Van Aubel nous signale que Pulfrich (WIED. ANN., t. XXXIV, p. 326, 1888) a mesuré de même l'indice de la glace en surfusion; il se servait du réfractomètre dans sa forme primitive, sans système de chauffage.

Le salol fondu présente la particularité signalée par Pulfrich (ZEITSCHRIFT FUR INSTRUMENTENKUNDE, 1893, p. 272) chez quelques autres corps très rares : dans le champ de la lunette, le rouge occupe la partie inférieure, le bleu la partie supérieure.

Si au moyen de ces chiffres on trace la courbe de réfraction du salol, on ne constate pas de différence d'allure entre la partie qui correspond au salol fondu, et celle qui correspond au salol en surfusion. D'ailleurs, dans aucun des corps que j'ai examinés, je n'ai constaté pareille différence. »

Le R. P. V. Schaffers, S. J., expose les résultats principaux qu'il a obtenus en étudiant les étincelles globulaires ambulantes, observées par M. Stéphane Leduc, sur les plaques photographiques du commerce, entre deux pointes d'aiguille. Il estime que ce phénomène n'est pas dû à une électrolyse, comme le pense M. Leduc, mais à la fusion du bromure d'argent et subsidiairement à la décomposition de la gélatine par la chaleur.

Le R. P. Schaffers fait ensuite connaître un nouveau moyen d'obtenir les fantômes électrostatiques et présente à la section plusieurs plaques faites par sa méthode.

L'ensemble de ces recherches sera publié dans la seconde partie des ANNALES.

M. A. de Hemptinne entretient la section de l'*Influence du magnétisme sur les solutions saturées*. Voici un résumé de cette communication :

« J'ai répété, en les perfectionnant, les expériences dont j'ai déjà communiqué les résultats à la Société scientifique (*).

Des solutions sursaturées de sulfate de soude, de sulfate de magnésie et d'hyposulfite de soude ont été placées pendant quinze minutes dans un champ magnétique de 30 000 unités environ, les solutions n'ont pas cristallisé, j'ai eu soin de m'assurer de leur sensibilité.

J'ai placé ces mêmes solutions pendant vingt-quatre heures dans un champ de 10 000 unités environ, de plus elles étaient plongées

(*) ANNALES DE LA SOC. SCIENT., t. XXIII, 1re partie, p. 43.

pendant tout ce temps dans un courant d'eau froide, j'ai observé la même indifférence. Ces expériences répétées avec la solution surfondue de salol m'ont également donné des résultats négatifs.

On sait qu'un corps, suivant le milieu dans lequel il est plongé, est plus ou moins sensible à l'influence du magnétisme, on peut à première vue objecter aux expériences précédentes que les molécules plongées, au sein de l'eau ou d'une solution sursaturée, ne subissent que faiblement l'influence du champ. Pour aller au devant de cette objection j'ai fait des expériences directes, j'ai constaté qu'un cristal plongé dans une solution saturée subit encore une orientation très nette sous l'influence de l'aimant. De ces expériences il faut conclure que la cristallisation des solutions sursaturées et des liquides surfondus n'est pas due à l'orientation des molécules. »

M. Ern. Gerard, chef de cabinet de M. le ministre des chemins de fer, expose les idées de M. E. Guarini-Foresio sur la *transmission de l'énergie électrique sans fil,* et le principe du *répétiteur*-Guarini pour la télégraphie sans fil de ligne à longue distance.

M. G. Van der Mensbrugghe, professeur à l'université de Gand, entretient la section de l'*Histoire de l'Institution royale de Londres et des Fêtes jubilaires de cette société.* Cette conférence a été publiée dans la livraison du 20 janvier 1900 de la Revue des Questions scientifiques.

L'ordre du jour appelle une communication de M. Louis Henry professeur à l'université de Louvain.

L'heure étant très avancée et sa communication *Sur la volatilité des amides*, inscrite à l'ordre du jour, étant assez longue, M. Louis Henry la réserve pour une séance prochaine. Il la remplace par quelques informations sur des réactions qu'il a récemment constatées concernant le *méthanal.*

Il rappelle d'abord la haute importance qui s'attache aux composés *mono-carbonés* dans l'exposé méthodique de la chimie organique et la grande place qu'occupe dans ce groupe le méthanal $H_2C{=}O$ ou *oxyde de méthylène.*

On constate malheureusement de nombreuses et graves lacunes dans les dérivés mono-carbonés et leurs transformations réciproques. Au point de vue de la chimie classique, c'est par conséquent faire œuvre utile que de les combler.

M. Louis Henry a repris dans ces derniers temps l'étude du *méthanal* $H_2C=0$ dont l'aptitude réactionnelle est en général si considérable. Il rend compte en ce moment de l'action de divers composés halogénés, non pas sur cet oxyde lui-même $H_2C=0$, corps gazeux dont l'instabilité sous cette forme physique rend l'emploi difficile, mais sur son polymère $(H_2C=0)_n$, le *poly-oxy-méthylène*, aujourd'hui un produit commercial, qui rappelle si fidèlement les vrais oxydes métalliques, tels que la chaux, la baryte, la magnésie, etc. La transformation de $H_2C=0$ gaz en $(H_2C=0)_n$ solide étant accompagnée d'un dégagement de chaleur énorme, 15 c. pour $H_2C=0$ ou 30 grammes, il s'ensuit que l'aptitude réactionnelle du *méthanal* $H_2C=0$ proprement dit, doit être singulièrement affaiblie dans son polymère. Elle est néanmoins encore considérable.

Le *penta-chlorure de phosphore* transforme le *poly-oxyde-de-méthylène* $(H_2C=0)^n$ dès la température ordinaire en *bichlorure* H_2CCl_2 (Eb. 42°).

La réaction du *penta-bromure* $P\,Br_5$ — en réalité du *bromo-chlorure* $P\,Cl_3\,Br_2$, mélange apparent de $P\,Cl_3$ et Br_2 — est plus intense encore. On en obtient du *bibromure* CH_2Br_2. (Eb. 98°). Le rendement de l'opération, environ 50 °/₀, est assez avantageux pour que, selon M. L. Henry, cette réaction constitue une méthode pratique de préparation de ce composé intéressant. M. Louis Henry rappelle à cette occasion que c'est lui-même qui, en 1883, a assigné au bibromure de méthylène H_2CBr_2 son véritable point d'ébullition. En faisant disparaître l'erreur notable dont celui-ci était affecté, 18° environ, il a ramené la régularité dans la volatilité des composés haloïdes mono-carbonés.

Le *chlorure d'acétyle* CH_3-CO Cl s'ajoute intégralement au méthanal. On effectue la réaction en vase clos, en chauffant au bain d'eau. Il en résulte du *chloro-acétate de méthylène* $H_2C < {}^{Cl}_{O\text{-}(CO\text{-}CH_3)}$ Eb. 115°, le même composé que M. L. Henry a fait connaître en 1873 et qui constitue le premier produit de l'action substituante du chlore sur l'*acétate de méthyle* $H_3C\text{-}O\text{-}(CO\text{-}CH_3)$.

L'addition de chlorure d'acétyle au méthanal constitue la véritable méthode de préparation de ce corps intéressant ; le rendement de l'opération est presqu'intégral.

La réaction du *bromure d'acétyle* $H_3C\text{-}CO\,Br$ sur le poly-oxy-méthylène est plus énergique encore que celle du chlorure correspondant. Il en résulte du *bromo-acétate de méthylène* $H_2C < {}^{Br}_{O\text{-}(CO\text{-}CH_3)}$ Eb. vers 130° sous la pression ordinaire.

Les corps halogènes Cl et Br sont doués d'une grande aptitude réactionnelle dans ces deux dérivés méthyléniques. M. L. Henry a la confiance qu'ils pourront servir à réaliser bon nombre de réactions synthétiques.

M. Henry fait remarquer en terminant que la réaction des chlorures et bromures négatifs sur le méthanal doit être une réaction d'ordre général, propre à obtenir les éthers méthyliques chlorés ou bromés correspondant à ces radicaux acides.

Troisième section

La section, présidée par M. le Cte Adolphe de Limburg-Stirum, procède d'abord à la nomination de trois rapporteurs pour l'examen d'un mémoire portant la devise « *In varietate unitas* » et envoyé en réponse à la question de concours proposée à la séance du 20 avril 1898 : *Étude comparée du rein* (*Néphridie*) *chez les Gastéropodes Prosobranches et Pulmonés* (Voir Annales, t. XXII, p. 125).

Les trois rapporteurs nommés sont MM. le Dr Henseval, l'abbé Marcel Monier et le R. P. Fr. Dierckx, S. J.

Le R. P. Bolsius, S. J., communique quelques observations faites sur un amibe. Cet organisme infime contenait une enclave globoïde, relativement volumineuse. Glissant, sous le couvre-objet, vers un amas de débris végétaux, l'amibe parvenait à faire passer entre ces débris la presque totalité de son corps ; seule l'enclave globoïde était trop grosse pour passer par ces mailles microscopiques. Arrêté un instant par cette entrave, l'amibe revient entièrement sur ses pas. Mais à peine libéré, l'organisme se remet en mouvement et regagne l'endroit d'où il vient de se

retirer. Le même obstacle se représente, comme la première fois. Mais voici que l'amibe rebrousse de nouveau chemin, et cette fois, après s'être retiré de l'impasse, prend une autre direction, et s'éloigne de l'endroit, qui, par deux fois, a retenu la partie de son corps contenant l'enclave massive.

Il semble que la manière d'agir de cet amibe prouve bien l'unité de principe vital de cet organisme, et une sorte de perception qu'il est à même d'avoir ; même il semble, résultat du fait observé, que chez l'amibe il peut y avoir une sorte de coordination des perceptions ou des impressions reçues.

M. l'abbé Marcel Monier fait valoir les considérations suivantes au sujet de la place qu'il convient d'assigner à l'homme dans la classification des êtres organisés. S'élevant contre l'opinion généralement reçue qui place l'homme dans le règne animal, il préconise, avec Quatrefages, la formule de *règne humain*, comme plus conforme aux données scientifiques.

En effet, ranger l'homme dans le règne animal, c'est ne pas tenir compte de la distinction scientifique qui le sépare nettement de la brute. On a établi un règne distinct pour les minéraux et les végétaux, parce que ceux-ci sont des minéraux vivants. Il y a la même raison de séparer l'homme et l'animal, qui même au point de vue physique, accusent des divergences notables.

Cette conception ne va pas à l'encontre des idées de Linné. Si, dans le *Systema Naturae,* il place l'*homo sapiens* parmi les mammifères dans la classe des primates, dans son *Imperium naturae,* Linné montre combien l'homme se distingue de tous les êtres de la création, et cela en des termes tels que la notion d'un règne humain en ressort avec une invincible évidence.

A propos d'un ouvrage récent de M. le Dr G. Jorissenne (*Les Types ethniques dans les nations civilisées et spécialement en Belgique*, Liége, 1899), le R. P. van den Gheyn présente quelques observations sur le folklore et l'ethnographie.

A diverses reprises déjà, l'on s'est demandé de quelle valeur peuvent être, pour l'étude des types ethniques, les données fournies par le folklore ou science comparée des traditions populaires. Les avis sont partagés à cet égard ; tandis que certains

auteurs attendent beaucoup de cette source d'informations, d'autres gardent à l'endroit du folklore et de ses résultats ethnographiques un sentiment de défiance presque irrésistible (*).

M. le Dr Jorissenne croit que l'on peut s'appuyer sur les documents du folklore pour les déterminations ethniques. Il en donne deux raisons : les traditions populaires peuvent aisément être contrôlées et elles se présentent avec un caractère très marqué de permanence.

Cela suffit-il ? Le R. P. van den Gheyn ne le pense pas. Pour démontrer que le folklore a voix au chapitre de l'ethnographie, il faut prouver en outre que les traditions populaires peuvent, du moins en certains cas donnés et nettement définis, constituer un caractère de race ou de peuple. Tant que cela n'est pas démontré, on devra, avec M. Wilmotte, affirmer que le folklore ressemble à la statistique et qu'on peut lui faire dire plus ou moins selon l'occurrence (**).

Or, on doit se demander s'il y a, en réalité, des traditions populaires qui suffisent à donner le signalement d'une nation. Oui ou non, les traditions populaires demeurent-elles si exclusivement le patrimoine d'une race que signaler la présence de quelques-unes d'entre elles au sein d'un peuple, c'est du même coup déterminer le caractère ethnique de ce peuple ?

A la question ainsi posée, le R. P. van den Gheyn croit qu'il n'y a qu'une réponse à donner. Pas plus que le langage, les institutions, les religions, les coutumes ou les mœurs, les traditions populaires ne sauraient constituer un critérium de race. Elles sont trop mobiles et se répandent trop aisément à travers les contrées et les nationalités les plus diverses.

Un exemple. On sait que l'on retrouve, dans leurs traits essentiels et typiques, un grand nombre de contes indiens répandus chez les peuples de l'Asie, de l'Europe et de l'Afrique. Dès lors, on pourra dire : Voilà une tradition de provenance indienne, mais il ne sera point permis d'aller au delà et de préjuger, sur ce seul

---

(*) Voir Revue des Questions scientifiques, janvier 1900, pp. 322-23.

(**) Académie royale de Belgique. — *Bulletin de la Classe des Lettres et des Sciences morales et politiques et de la Classe des Beaux-Arts*, 1899, n° 11, p. 715.

fait, quoi que ce soit au sujet de l'origine du peuple qui a reçu et gardé cette tradition.

M. le Dr Jorissenne a cherché à déterminer par le folklore les caractères spéciaux de deux types ethniques de la Belgique : les Flamands et les Wallons. Il étudie ce qu'est devenue chez les deux races l'idée de Dieu, celle du diable et celle de l'âme.

Le R. P. van den Gheyn fait voir que l'application du principe posé par M. Jorissenne n'est pas concluante, en ce qui concerne les traditions populaires relatives à ces trois conceptions. Au total, les différences sont souvent peu caractéristiques, les conceptions remontent à d'autres peuples ; on en connaît l'origine qui n'a rien à voir avec la question ethnique.

M. le Cte de Limburg-Stirum rappelle à ce sujet que plusieurs traditions populaires se rattachent à des doctrines religieuses qui ont été acceptées par des peuples de race très différente. Il constate aussi que trop souvent dans des études de ce genre, on attribue une idée de cause à des faits qui n'emportent nullement pareille connexité, et cite à cet égard plusieurs exemples où l'on a trop légèrement passé du *post hoc* au *propter hoc*.

MM. les chanoines Delvigne, Swolfs et le R. P. Bolsius ont aussi pris part à la discussion qui a suivi la communication du R. P. van den Gheyn.

Dans l'Appendice d'un récent ouvrage sur *la Constitution de l'Univers* (*), le R. P. Leray s'occupe très longuement de la théorie darwinienne. M. de Kirwan fait part à la section de certaines réflexions que lui a inspirées la lecture de ce travail.

Le R. P. Leray a constaté que l'instinct chez les oiseaux est de même nature que dans tout le règne animal. Il est, suivant les espèces, plus ou moins développé, mais il ne varie que de forme et de degré, non d'essence. Il résulte de nombreuses et méthodiques observations faites par le R. P. Leray que, dans chaque espèce, la similitude des instincts produit toujours les mêmes

(*) Cfr l'article de M. Duhem dans la Revue des Questions scientifiques, janvier 1893.

effets dans les mêmes circonstances, ou amène les mêmes modifications dans des changements de circonstance pareils. Dès lors, la similitude des instincts devrait être prise en considération pour le classement des espèces, au moins autant, sinon plus encore que la similitude des formes extérieures. Ainsi envisagé, l'instinct des animaux présente un caractère de fixité invariable, lequel se manifeste plus particulièrement dans l'art des constructions pratiqué par un certain nombre des espèces du règne. Cette remarque du R. P. Leray de faire entrer la similitude des instincts en ligne de compte avec la similitude des formes pour le classement des espèces, est à signaler et mérite d'être prise en sérieuse considération par les naturalistes.

Quant à l'attribution à l'expérience des ancêtres et à leurs progrès accumulés de l'habileté innée des animaux constructeurs, le R. P. Leray combat d'une manière heureuse cette thèse soutenue naguère par M. Pouchet d'une part, et de l'autre par le naturaliste anglais Romanes. Il réfute non moins heureusement un argument de M. Edmond Perrier, formulé dans l'éloge funèbre de M. de Quatrefages, à l'Académie des sciences, le 26 février 1894.

M. Perrier estime que les formes vivantes actuelles, si profondément différentes qu'elles puissent être des formes anciennes, en proviennent nécessairement par voie de générations successives, parce que la génération est le seul mode actuel connu de formation des êtres vivants.

On peut d'abord répondre que si la science n'a pas constaté d'autre mode de formation que la génération, elle n'a pas davantage constaté la transformation d'une espèce en une autre. De plus, il ne faut pas oublier cet axiome de sens commun, sans lequel aucune science n'est possible, que tout phénomène suppose une cause et une cause qui lui soit supérieure. Si bien que lorsque la série des causes secondes s'épuise, la raison est invinciblement conduite à reconnaître l'existence d'une cause première et universelle. Et si cette cause est intervenue une première fois pour donner la vie au premier des êtres organisés, aucune raison logique ne s'oppose à ce qu'elle ait pu intervenir directement un plus ou moins grand nombre d'autres fois.

Toutefois M. de Kirwan ajoute, et en ceci probablement il ne sera plus d'accord avec le R. P. Leray, que si la réalité du transfor-

misme n'est pas, comme le prétend M. Perrier, invinciblement et scientifiquement démontrée, par cela même que la génération est le seul mode actuel de formation des êtres vivants, d'autre part le transformisme n'en reste pas moins une hypothèse acceptable, une possibilité, au moins quant au mode de formation des espèces antérieurement à la création de l'homme.

Il n'est pas, après tout, impossible que le Créateur ait, à l'origine, donné la vie à un petit nombre de types ou même à un seul, en lui conférant en même temps un principe virtuel de différenciation graduelle par voie de descendance. C'est une supposition qui, toute question de fait mise à part, n'est point inadmissible. Que cette virtualité subsiste encore en notre ère géologique, qu'elle ne se soit point trouvée éteinte, son œuvre étant parachevée, quand l'homme est venu prendre possession de son domaine terrestre, c'est ce qui semble beaucoup plus difficile à soutenir : du moins les faits observés, tant dans les temps historiques que dans ceux qui relèvent de la préhistoire, ne fournissent aucun argument solide en faveur de cette thèse.

Au sujet de la question de l'hérédité et des variations organiques, le R. P. Dierckx, S. J., donne un aperçu sur quelques recherches personnelles, relatives à la stabilité des caractères acquis chez les Phanérogames et les Cryptogames.

Une longue série de cultures *pures* de divers *Penicillium* lui a permis notamment de constater la disparition graduelle, relativement rapide, de certaines propriétés à première vue tout à fait caractéristiques.

Se réservant de revenir avec plus de détail sur ce sujet, il émet l'espoir qu'il parviendra à identifier un certain nombre de types considérés à présent comme des espèces distinctes. Pour les *Fungi imperfecti*, on n'arrivera probablement à des déterminations sûres, qu'en observant ces champignons en culture pure et en discutant soigneusement les influences des divers milieux.

M. F. Meunier présente aux membres de la section un insecte névroptère ou plus exactement un pseudo-orthoptère du Copal du Landénien de Léau (Brabant) et fait remarquer que c'est la première fois qu'un hexapode a été trouvé dans nos gisements

tertiaires. Dumont, et, à sa suite, tous les géologues belges ont pensé que la résine landénienne était du succin. Depuis les savantes recherches de Göppert (*) et Conwentz (**), on sait, avec certitude, que l'ambre ne se trouve que dans le Samland et les contrées très limitrophes.

La présence du Copal (***) fossile en Belgique nous confirme une fois de plus que sa flore landénienne était tropicale et que nos forêts éocènes devaient être habitées par une multitude d'insectes voisins de notre *Termes rutotii* (****) (sp. nov.), dont le facies nettement exotique ne se retrouve, pour la presque totalité des espèces, que dans les régions néotropicales et éthiopiennes actuelles.

M. F. Meunier termine sa communication en disant que, par ses caractères physiques et chimiques, la résine du Landénien de Léau est bien du Copal (v).

Quatrième section

—

M. le Dr Laruelle expose les notions concernant les qualités de l'*eau de boisson*, ses altérations et les moyens de les reconnaître. Cette communication est publiée *in extenso* dans la seconde partie des Annales. En voici un résumé :

(*) Göppert u. Menge. *Die Flora des Bernsteins u. ihre Beziehungen zur Flora der Tertiär formation u. d. Gegenwart.* I. Bd. (Göppert), *Von den Bernsteinconiferen*, Danzig, 1883; II. Bd. (Menge), *Die Angiospermen des Bernsteins*, Danzig, 1888.

(**) Conwentz, H., *Monographie d. balt. Bernsteinbäume*, Danzig, 1890.

(***) Cette résine produite par diverses plantes ayant probablement une composition chimique variable d'une essence à l'autre sera vraisemblablement classée sous des noms différents quand les chimistes nous auront donné des analyses de Copal fossile venant de divers endroits (Zanzibar, îles Moluques, etc.)

(****) *Un insecte névroptère de la résine du Landénien de Léau (Brabant.)* Ann. de la soc. géol. de Belgique, Séance du 21 janv. 1900, pp. lxxvi-lxxix.

(v) Le Dr Helm m'écrit que ce copal a un poids spécifique de 1,005 à 0,998 et qu'il ne renferme aucune trace d'acide succinique.

L'eau est la boisson naturelle de l'homme, la seule nécessaire et suffisante : elle contribue à la constitution des tissus de l'organisme. Mais elle doit présenter des qualités diverses, être agréable et appétissante, facilement digestible, inoffensive pour l'économie.

L'eau doit être fraîche, limpide, inodore, aérée. Certaines eaux renferment des sels à base thérapeutique.

Les eaux renferment aussi des micro-organismes, des matières organiques.

L'auteur donne les moyens usuels de reconnaître la température, la saveur et la limpidité. Il donne un aperçu sur l'examen chimique des eaux et leur examen microscopique et bactériologique.

M. Laruelle passe ensuite en revue les inconvénients qui résultent de l'emploi d'une eau peu fraîche, trop froide, manquant de limpidité, ayant mauvais goût, mal aérée, laissant à l'évaporation un résidu supérieur à celui qu'elle doit fournir. Il insiste, en passant, sur les dangers de certaines substances chimiques contenues dans les eaux.

Le principal danger réside dans un excès de matières organiques, sous la forme d'organismes vivants, germes de maladies diverses : bacilles de la fièvre typhoïde, choléra, etc.

L'eau potable peut entraîner dans notre intestin certains parasites.

La protection des sources et des cours d'eaux s'impose à toutes les autorités.

M. le Dr Cuylits fait ensuite une série de remarques intéressantes concernant l'*hystérie*.

Les tentatives d'interprétation des phénomènes hystériques, si nombreuses et si incessantes qu'elles soient, n'accusent pas un réel progrès. Elles nous ramènent généralement à l'idée que l'hystérie est surtout une affection cérébrale et psychique, mais ce n'est pas sans retours offensifs vers les anciennes doctrines qui tendaient à n'imputer cette affection qu'aux désordres fonctionnels ou tangibles de la matrice ou des ovaires. De là, le souci contemporain de certains gynécologues d'exercer, à propos d'hystérie, leurs talents chirurgicaux sur ces organes.

On ne saurait trop combattre pareilles tendances.

S'il est quelque chose qui ressort nettement des doctrines les mieux établies, c'est qu'il faut définitivement rejeter la doctrine qui fit, pendant si longtemps, de l'appareil utéro-ovarien, de ses pérégrinations, de ses gonflements et de ses douleurs, le centre autour duquel gravitaient toutes les manifestations de la névrose.

Et l'on en revient ainsi, après des siècles d'observation, aux lumineuses descriptions de Sydenham, un maître observateur :

« L'hystérie, écrit-il, imite presque toutes les maladies qui „ arrivent au genre humain : car dans quelque partie du corps „ qu'elle se rencontre, elle produit aussitôt les symptômes qui sont „ propres à cette partie. Et si le médecin n'a pas beaucoup de „ sagacité et d'expérience, il se trompera aisément et attribuera à „ une maladie essentielle et propre à telle ou telle partie des „ symptômes qui dépendent uniquement de l'affection hysté- „ rique. „

L'enseignement nous vient de loin, et depuis lors, il fut confirmé sans cesse.

Pourquoi donc revient-on toujours à l'idée de faire jouer aux ovaires, à la matrice un rôle prépondérant? C'est que parmi les troubles hystériques il n'en est pas de plus fréquents que l'hyperesthésie ou la douleur dans ces régions, accusées par l'attouchement ou la compression.

D'autres vous diront cependant que, dans l'hystérie, les anesthésies sont aussi fréquentes, que les troubles psychiques dominent, que les contractures y ont une signification particulière et tous auront raison parce que l'état hystérique est essentiellement mobile et variable.

Ce qu'il importe, c'est de trouver le symptôme constant, le stigmate indélébile.

Il n'en est pas jusqu'ici. Le but de la communication est précisément d'en signaler un qui pour M. Cuylits a une importance particulière. On le rencontre alors même que l'ovalgie fait défaut, et à sa connaissance, il n'a pas jusqu'ici été signalé. N'est-il jamais absent? C'est ce que l'observation ultérieure pourra établir.

En tous cas, dans des situations douteuses, si le sujet est hystérique, comprimez l'abdomen au niveau du plexus solaire et du ganglion semi-lunaire : la douleur apparaîtra vivement. Habituellement le malade jette un cri et souvent il accusera du côté cor-

respondant un point douloureux de tête, instantané et dissipé aussitôt.

Cette manifestation existe même quand les autres font défaut : elle est de la plus haute importance. Il est à souhaiter qu'on la recherche dans tous les cas.

S'il fallait interpréter le symptôme, on s'en tiendrait, semble-t-il, aux dispositions anatomiques du grand sympathique.

Quand on croyait à l'hyperesthésie utérine ou ovarienne, ne confondait-on pas l'utérus et l'ovaire avec le réseau nerveux sympathique qui enveloppe et pénètre ces organes? Or, le point où le sympathique présente sa plus grande masse, les ganglions les plus épais, c'est précisément le plexus solaire et le ganglion semi-lunaire. Rien d'étonnant que la douleur s'y décèle à la pression, alors qu'elle se dérobe ailleurs.

Apparemment dans l'hystérie, c'est le sympathique qui est surtout troublé, tout au moins dans sa sensibilité. Il convenait donc que ce désordre fût surtout apparent dans son centre anatomique principal, le plexus solaire.

Un second stigmate qui a aussi une importance particulière et qui tend de son côté à montrer que l'hystérie est avant tout un état général et une dégénérescence, c'est l'état particulier du pavillon de l'oreille qui fait rarement défaut, pavillon dont l'hélix est plissé, anguleux, chiffonné et dont le développement a, semble-t-il, été arrêté par une compression méthodique.

On peut porter pareille oreille et ne pas être hystérique, mais il dissipe les soupçons quand il vient compléter le tableau.

Ces notes préliminaires seront reprises dans une étude ultérieure.

M. le Dr Warlomont relate un cas d'observation clinique concernant une cataracte traumatique avec guérison.

Un membre soumet à la discussion un cas de chirurgie dans ses rapports avec les lois religieuses, au sujet duquel il sera fait rapport à la prochaine réunion.

Cinquième section

—

M. Aristide Dupont, avocat à Bruxelles, fait une communication sur l'*Entrée en scène du Tiers État espagnol.* On trouvera dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 avril 1900, le texte *in extenso* de cette étude sur l'avènement politique de la bourgeoisie industrielle et commerçante en Espagne ; en voici un résumé.

Le tiers-état fait son apparition dans la politique espagnole. Jusqu'à ce jour, l'état noble et l'état ecclésiastique ont dominé l'Espagne. Depuis la guerre de Cuba et des Philippines, la bourgeoisie semble avoir pris conscience du rôle qu'elle a à jouer. Elle a formé une *Ligue des Producteurs* qui vient de tenir des congrès importants à Saragosse et à Valladolid, et qui a résumé dans un *Manifeste* ses principales revendications. Cette *Ligue* cesse d'imputer tout le mal au gouvernement. Elle reconnaît que l'Espagne a péché par défaut de sens pratique. Non pas qu'elle manque d'économie. Les banques espagnoles ont plus de 2 milliards de pesetas en dépôts. Mais l'activité et l'initiative laissent à désirer. L'Espagnol a le goût des placements sûrs et des bonnes places.

La *Ligue* voudrait un ministère du Progrès économique, doté d'un budget qui ne fût pas exposé, comme c'est le cas aujourd'hui, à être détourné de sa destination au profit des dépenses militaires. Cet abus des virements est facilité en Espagne par l'absence d'une Cour des comptes.

Plus d'activité économique. Moins de mégalomanie. Des travaux de canalisation et de drainage. Des chemins vicinaux. Un enseignement national. La diminution des dépenses générales. Justice dans les impôts. La décentralisation. Voilà le programme de la *Ligue.*

L'Espagne *(durum tellus)* a besoin surtout au point de vue du sol d'être reboisée et irriguée. Au point de vue des finances, les charges ne doivent pas peser sur les petits, qui sont accablés au profit des privilégiés.

M. Dupont apprécie très sévèrement la direction militaire en Espagne. L'échec de la guerre est dû non à l'infériorité du soldat,

qui est brave et résistant, mais à l'incapacité de la camarilla des officiers de terre et de mer.

Il faut à l'Espagne une politique de recueillement. Mais le comprendra-t-elle ? Au lieu de réduire ses dépenses après la guerre et de réduire l'intérêt de la rente, on a maintenu les chiffres antérieurs et créé de nouveaux impôts.

La richesse de l'Espagne est dans ses mines. Mais elle devrait développer sur son sol la métallurgie, dont elle possède tous les éléments.

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

—

L'après-midi à 2 h. 1/2, l'assemblée générale s'est tenue à l'hôtel Ravenstein sous la présidence de M. Ch. Lagasse-de Locht, président en exercice de la Société.

Sur la proposition de M. Mansion, secrétaire général, M. Goedseels et le R. P. Thirion sont nommés pour examiner les comptes des recettes et dépenses pendant l'année écoulée.

La parole est ensuite donnée au R. P. Lucas, S. J., Professeur à la Faculté des sciences du Collège Notre-Dame de la Paix, à Namur, pour une conférence, avec projections lumineuses, sur *La photographie des couleurs ;* en voici un résumé.

Le conférencier définit d'abord les deux classes de procédés de photochromie : les procédés directs et les procédés indirects.

Les méthodes directes sont celles où la sensation de couleur est produite par l'épreuve photographique elle-même, telle qu'elle sort des bains développateur et fixateur, sans intervention de pigments, de teintes surajoutées ou de lumière colorée. Tels sont les procédés au sous-chlorure d'argent violet de Becquerel et de Poitevin ; telle est surtout la très scientifique méthode de Lippmann basée sur le principe des interférences.

Au contraire, les méthodes indirectes dues à Ducos de Hauron et à Cros, reprises et modifiées par divers chercheurs en Allemagne, en Angleterre et en Amérique, ne donnent, immédiatement, que des épreuves incolores. La lumière n'y produit, à elle seule, que des blancs et des noirs ou, sur verre, des transparences

et des opacités. La couleur est ajoutée ensuite, mais non pas, bien entendu, par une sorte de peinture. Ces épreuves consistent en une superposition de reproductions photographiques au nombre de trois, au moins. Chacune de ces reproductions est teintée d'une même nuance uniforme : rouge, vert et bleu violet, par exemple. La superposition des effets produit l'impression d'une reproduction de l'objet en couleurs naturelles. Ce procédé est aussi appelé procédé trichrôme.

Le conférencier s'appesantit surtout sur le procédé interférentiel de Lippmann, cette superbe vérification de la théorie ondulatoire de la lumière par Fresnel. Il esquisse les preuves expérimentales de la nature vibratoire de la lumière : de la lumière ajoutée à de la lumière peut produire de l'obscurité!

Il suit de là que les couleurs sont comme des notes lumineuses que nous apportent les ondulations de l'éther. Toutes les nuances du spectre visible se répartissent le long d'une octave.

Par leur superposition, deux systèmes d'ondes *progressives* donnent naissance à des ondes *stationnaires*. La production d'ondes stationnaires par la superposition d'ondes incidentes et d'ondes réfléchies est démontrée par l'expérience sous les yeux de l'auditoire. Toute l'idée du procédé Lippmann est dans ce fait.

La plaque, fixée et séchée, brille des plus vives couleurs.

Et pourtant, broyons-la cette plaque. Pas une parcelle de substance colorée. Dissolvons-en la partie rouge, par exemple. La solution reste incolore.

Qu'est-ce à dire ?

Ce que nous voyions sur la plaque n'étaient que des couleurs *d'apparence,* analogues à celles des bulles de savon de nos jeux enfantins.

Le support de la matière sensible, gélatine ou collodion, sous l'influence de la lumière rouge, par exemple, se trouve, après fixage, divisée en lamelles d'une minceur extrême comprise entre parois d'argent réduit plus minces encore et pour ainsi dire sans épaisseur. Une couche sensible de 1/10e de millimètre serait, par exemple, divisée en 800 lamelles dans une région où elle nous montrerait du jaune.

Le conférencier s'attache à faire saisir le mécanisme de la production de ces couleurs d'apparence dans la plaque Lippmann. C'est une leçon de haute optique.

Les méthodes indirectes sont d'une théorie bien plus simple, aussi longtemps du moins que l'on ne prétend pas s'aventurer dans les hypothèses par lesquelles on s'efforce, en physiologie, d'expliquer la perception des couleurs. C'est un fait que la superposition de trois sensations colorées, comme celles du bleu violet, du vert et du rouge orange, combinées en proportions diverses, peuvent nous donner les *sensations* du blanc et de toutes les couleurs simples ou composées. Dès lors, sur des plaques isochromatiques faisons trois photocopies d'un objet à travers trois écrans, respectivement bleu violet, vert et rouge; tirons-en des diapositives; éclairons celles-ci avec de la lumière tamisée par le même écran qui a servi à la confection du négatif respectif; les trois images projetées sur un même écran blanc et exactement repérées nous montreront l'objet sous ses vraies couleurs.

Le conférencier projette une série d'images remarquables de vérité dans le rendu des nuances vives ou ternes des objets choisis : un panier de cerises, une boîte de cigares avec pot à tabac, une portion de fraises, un panier de fruits : pêches, citrons, raisins, pommes, etc. (*).

A ces méthodes indirectes répondent, on le conçoit, des procédés d'impression : de là, pour ces méthodes, une valeur industrielle qui fait défaut à la méthode Lippmann. Mais celle-ci reste la vraie photographie des couleurs, d'une fidélité absolue et d'une élégance scientifique hors de pair.

M. le Président remercie et félicite l'orateur, et déclare close la session du 25 janvier 1900.

(*) L'appareil de projection et les vues avaient été obligeamment prêtés par la maison Leybold de Cologne. Nous lui adressons ici nos meilleurs remerciements.

SESSION DES 24, 25, 26 AVRIL 1900

A BRUXELLES

—

SÉANCES DES SECTIONS

—

Première section

—

Mardi, 24 avril 1900. La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus :

Président :	M. De Tilly.
Vice-Présidents :	M. E. Goedseels.
	M. C. Le Paige.
Secrétaire :	M. H. Dutordoir.

La section propose ensuite pour sujet de concours pour l'an prochain la question suivante : " *Trouver les caractères distinctifs des maxima ou minima d'une fonction de trois variables* $f(x, y, z)$, *dans le cas où l'ensemble des termes du second ordre, dans le développement de* $f(a+h, b+k, c+l) - f(a, b, c)$ *peut s'annuler sans changer de signe* ". D'après le nouvel article 14 du règlement des concours, les mémoires en réponse à cette question doivent être envoyés au secrétariat avant le 1er octobre 1901. Les mémoires en réponse à la question posée en 1899 (Annales, t. XXIII, 1re partie, p. 68) doivent être envoyés au secrétariat avant le 1er octobre 1900.

Il est donné lecture du rapport de M. d'Ocagne sur le Mémoire de M. Goedseels intitulé : *Étude sur le niveau à bulle :*

La théorie du niveau à bulle, telle qu'elle est exposée traditionnellement dans les ouvrages didactiques, repose sur certains postulats comportant une approximation sur laquelle on est mal

renseigné. Quelle est exactement leur valeur et dans quelle mesure convient-il de les modifier? Telle est la double question que M. Goedseels s'est proposé d'élucider dans l'Étude très détaillée qu'il présente à la 1re section. Mais notre savant confrère ne se borne pas à une simple critique. Il développe, tant au point de vue des dispositions matérielles qu'à celui du mode de réglage et du mode d'emploi, une théorie complète de l'instrument, en ayant soin de souligner au passage les différences qui séparent, sur tel ou tel point, ses conclusions propres des errements généralement admis. Nous ne suivrons pas l'auteur dans le détail de cette théorie où l'on retrouve les marques de son ordinaire sagacité, nous bornant à signaler celles de ses idées au sujet desquelles nous aurions, pour notre part, quelque observation à formuler.

L'usage le plus fréquent du niveau à bulle dans les instruments de topographie consiste à assurer la verticalité d'un pivot auquel est fixé ce niveau. On sait l'importance du réglage de ce niveau, c'est-à-dire de l'opération qui consiste à fixer sa position par rapport au pivot de façon que la bulle soit entre ses repères pour toutes les orientations du niveau lorsque le pivot est vertical. Le procédé enseigné partout pour l'exécution de ce réglage consiste, le niveau ayant été primitivement placé dans une orientation quelconque, puis amené dans la position symétrique de la première par rapport au pivot, à faire rétrograder la bulle, au moyen de la vis de réglage, de la moitié du déplacement qu'elle a subi de la première à la seconde de ses positions. M. Goedseels démontre que ce procédé n'est rigoureux que si, par hasard, les deux orientations données au niveau se trouvent être parallèles au plan vertical passant par le pivot. S'il n'en est pas ainsi, on se trouve avoir négligé l'angle que le pivot fait avec le plan vertical parallèle aux deux orientations du niveau. La légitimité d'une telle simplification est un des postulats auxquels nous venons de faire allusion. Pour l'écarter M. Goedseels, se plaçant dans l'hypothèse extrême, fait voir que le procédé classique qui vient d'être rappelé devient pleinement illusoire lorsqu'il se trouve que la position initiale du niveau est perpendiculaire au vertical du pivot. L'auteur préconise donc la solution qui consiste, avant d'appliquer ce procédé classique, à déterminer la direction du vertical du pivot de façon à prendre les positions initiale et finale du niveau

parallèlement à ce vertical. Cette détermination est d'ailleurs facile à effectuer. Il suffit, en faisant opérer au niveau un tour complet, de noter deux orientations pour lesquelles la lecture de la bulle est la même. La bissectrice de l'angle de ces orientations donne la direction cherchée.

La considération du vertical du pivot est évidemment capitale et, en l'introduisant dans la théorie, M. Goedseels y a apporté un notable perfectionnement.

Nous pensons d'ailleurs qu'il y a encore un autre parti à en tirer. Il est bien vrai que le procédé classique du retournement, en vue du réglage, devient illusoire lorsque le niveau est orienté normalement au vertical du pivot ; mais il nous semble que l'on peut, en le plaçant précisément dans cette position, réaliser son réglage par un autre moyen qui apparaît comme plus simple, et qui consiste tout uniment à amener, au moyen de la vis de réglage, la bulle entre ses repères. Si, en effet, une fois cela fait, on imagine par la pensée que le pivot soit relevé dans le vertical où il se trouve, de façon à être rendu lui-même vertical, on voit que la bulle ne cessera de rester entre ses repères et qu'elle conserverait encore cette situation si à partir de cette position on faisait tourner le niveau autour du pivot.

Quoi qu'il en soit, la considération du plan vertical du pivot permet d'effectuer à coup sûr le réglage du niveau et c'est là un point dont il est inutile de souligner l'importance. Mais doit-on envisager la nouvelle manière de procéder à ce réglage comme s'imposant inéluctablement dans tous les cas, et condamner définitivement les errements suivis par tradition lorsqu'il s'agit des simples opérations de la topographie ? Les choses sont, en réalité, ici d'essence assez complexe pour que la question ne puisse, à notre avis, être tranchée par la seule théorie. Afin de jeter quelque lumière sur ce point nous avons prié un des plus habiles opérateurs de notre connaissance, M. Prévot, chef de bureau au Service du nivellement général de la France, de se livrer à quelques expériences propres à révéler les erreurs dues à l'emploi de la méthode classique.

La méthode opératoire adoptée par M. Prévot a consisté, une fois le niveau réglé au moyen du procédé théoriquement rigoureux préconisé par M. Goedseels, à écarter le pivot de la verticale

du plus grand angle compatible avec la condition que les extrémités de la bulle restent visibles, puis à dérégler le niveau d'une quantité quelconque et à déterminer ce dérèglement par le procédé classique en donnant successivement au niveau des orientations variant de 10 en 10 grades. Les résultats obtenus par M. Prévot, qu'il se propose de compléter par de nouveaux essais et de publier un jour ou l'autre, font d'ores et déjà ressortir cette conclusion que, pour les opérations ordinaires de la topographie, les erreurs provenant de l'application du procédé classique restent inférieures à l'erreur moyenne admise pour une détermination. Cette conclusion, qu'il serait aventureux d'étendre aux opérations plus précises de l'astronomie, de la géodésie et des nivellements de haute précision, est tout au moins de nature à justifier la pratique suivie jusqu'à ce jour dans les diverses applications où intervient le niveau. Cela d'ailleurs n'infirme en rien la très réelle importance des observations contenues dans le beau travail de M. Goedseels, dont nous n'hésitons pas à demander l'insertion dans les Annales de la Société.

Le R. P. Thirion, second commissaire, se rallie aux conclusions de M. d'Ocagne. La section vote l'impression du Mémoire de M. Goedseels dans les Annales.

M. le Secrétaire donne ensuite lecture du rapport de M. Dusausoy sur le travail de M. Goedseels intitulé : *Remarques critiques sur certaines théories astronomiques.* Voici ce rapport :

L'auteur résume lui-même l'objet de son mémoire de la manière suivante :

« On rencontre fréquemment, dans les traités d'astronomie, des démonstrations dans lesquelles on raisonne sur des croquis, pour arriver, par l'application des formules de la trigonométrie sphérique, à démontrer les résultats auxquels on veut aboutir.

Ces démonstrations ont parfois l'avantage d'être assez rapides, mais elles présentent généralement des inconvénients qui obligent, à notre avis, qu'on les bannisse systématiquement de l'astronomie.

On y remplace presque toujours les arcs par leurs cordes, les

petits angles par leurs sinus ou leurs tangentes (*), etc... En un mot, on y fait usage d'une série d'approximations intuitives telles qu'on ne connaît jamais exactement le degré de précision des résultats.

Chacune de ces démonstrations constitue en outre un artifice de calcul, étranger à toute marche systématique, de telle sorte que leur ensemble n'est d'aucun secours à celui qui, ayant réussi à graver tous ces artifices dans sa mémoire, se trouve en présence d'une question nouvelle. „

En élaborant les leçons d'astronomie qu'il a eu l'honneur de professer à l'École de guerre de Belgique, l'auteur a pu constater que toutes les démonstrations critiquées peuvent avantageusement être remplacées par des raisonnements établis suivant un plan uniforme.

" Ce plan qui repose sur une généralisation préalable des coordonnées sphériques ou polaires, comprend : 1° l'application judicieuse des formules de transformation des coordonnées; 2° le développement d'une ou de plusieurs quantités qui figurent dans ces formules par la série de Maclaurin, en fonction d'une ou de plusieurs autres quantités qui prennent de faibles valeurs dans les applications pratiques, de telle sorte qu'on peut supprimer les restes du second ou du troisième degré dans ces applications.

Les calculs nécessaires pour trouver les coefficients différentiels qui figurent dans les développements, sont généralement plus longs que les raisonnements géométriques dont nous poursuivons la suppression. Mais ces calculs ne présentent pas l'ombre d'une difficulté et il suffit d'en indiquer les résultats pour que les débutants, même les moins familiarisés avec le calcul différentiel, les développent par eux-mêmes, sans le secours d'un auteur ou d'un professeur.

Ils gagnent ainsi de la confiance dans leurs propres forces et sentent naître ou se développer en eux, le goût pour les études astronomiques. „

Avant de donner une analyse du mémoire, nous tenons à faire l'observation générale suivante :

(*) Le plus souvent ce sont les sinus ou les tangentes de ces petits angles qui sont remplacés par les angles.

Avec l'auteur, nous pensons qu'il faut établir *d'une manière générale* les formules fondamentales dont on doit se servir ultérieurement; nous pensons aussi que recourir aux développements en série toutes les fois, bien entendu, que ces développements sont légitimes, comme le fait à chaque instant Oppolzer, dans son traité de la détermination des orbites, est le meilleur moyen d'évaluer, d'une manière sûre, le degré de précision des résultats obtenus. Mais quand, dans l'enseignement, il s'agit d'établir des formules connues, on peut, nous semble-t-il, recourir parfois à des démonstrations géométriques, soit pour faciliter, soit pour rendre plus intuitive la suite des raisonnements; il est même quelquefois utile, croyons-nous, d'établir par la géométrie des formules qui auraient été démontrées d'une manière générale par l'analyse, afin d'obtenir une sorte de contrôle dans la discussion des cas particuliers.

Cette remarque faite, voici un résumé du travail de M. Goedseels : I-II. Objet du Mémoire (voir ci-dessus).

III. Considérations théoriques. L'auteur représente systématiquement les trois coordonnées polaires par les mêmes lettres r, d (ou l) et a, en affectant les coordonnées angulaires d (ou l) et a des indices *littéraux* z, u, h, g et e qui rappellent le plan fondamental auquel elles se rapportent et de l'indice i lorsqu'elles sont données par un instrument.

Il part des formules connues

$$(1) \qquad \begin{cases} x = r \sin d \cos a \\ y = r \sin d \sin a \\ z = r \cos d \end{cases}$$

ou

$$(2) \qquad \begin{cases} x = r \cos l \cos a \\ y = r \cos l \sin a \\ z = r \sin l \end{cases}$$

qui sont démontrées, comme on sait, pour des valeurs positives de r, pour des valeurs de d comprises entre 0° et 180°, pour des valeurs de l comprises entre — 90° et + 90° et enfin pour des valeurs de a comprises entre 0° et 360°.

Il fait d'abord remarquer que ces formules subsistent évidem-

ment si l'on suppose que l'on augmente ou que l'on diminue un ou plusieurs des angles d, l, a d'un multiple quelconque de 4 droits.

Si l'on augmente ou si l'on diminue ces angles de multiples arbitraires de 2 droits, on voit que l'on n'introduit que des changements de signes dans les égalités précédentes; mais on n'aperçoit pas clairement comment ces dernières augmentations ou diminutions doivent être combinées, pour que les changements de signes qui en résultent se compensent et pour que les égalités (1) et (2) subsistent. Afin de lever cette difficulté dans tous les cas l'auteur pose les égalités suivantes :

$$(3)\quad \begin{cases} R = (-1)^m r \\ D = (-1)^n d + 2m \text{ droits} \\ L = (-1)^n l + 2(m+n) \text{ droits} \\ A = a + 2n \text{ droits.} \end{cases}$$

dans lesquelles m et n peuvent prendre des valeurs entières quelconques, positives et négatives et même nulles et il fait remarquer qu'il existe des cas où l'on ne doit considérer exclusivement que les valeurs r, d, l et a; qu'il y en a d'autres où l'on peut faire usage de R, D, L et A quels que soient m et n; enfin qu'il en existe où l'on doit faire usage de certaines valeurs R, D, L et A convenablement choisies.

Par exemple, les formules suivantes :

$$(4)\quad \begin{cases} \cos D_z = \sin D_u \sin D_g \cos (s - A_u) + \cos D_u \cos D_g \\ \sin D_z \cos A_z = \sin D_u \sin D_g \cos (s - A_u) - \cos D_u \cos D_u \\ \sin D_z \sin A_z = \sin D_u \sin (s - A_u) \end{cases}$$

qui servent à transformer les coordonnées uranographiques en coordonnées zénithales, renferment le couple A_z D_z et le couple A_u D_u pour chacun desquels les nombres m et n des formules (3) sont arbitraires, la colatitude géographique D_g comptée à partir du pôle nord, pour laquelle m et n doivent être pairs ou nuls et l'heure sidérale s qui est la coordonnée du point vernal correspondant à $n = 0$, quoiqu'on puisse donner à m et n une valeur paire quelconque.

La question de savoir s'il convient de faire usage exclusivement

des valeurs r, d, l et a doit être examinée au point de vue *pratique* et au point de vue *théorique*.

L'auteur fait remarquer qu'au point de vue pratique l'emploi exclusif des valeurs r, d, l et a entraîne de petites complications qu'il faut éviter aux opérateurs et qu'au point de vue théorique, on restreint le plus souvent inutilement la généralité des raisonnements et l'on s'astreint à devoir, inutilement aussi, considérer des cas particuliers distincts en se bornant à employer les valeurs r, d, l et a des coordonnées polaires. La seule généralisation qui soit dépourvue d'intérêt, au point de vue astronomique, est celle qui permet de compter le rayon vecteur négativement, en d'autres termes d'attribuer des valeurs impaires au nombre m dans les formules (3) et l'auteur fait observer qu'on peut donc se borner, en astronomie, aux généralisations suivantes :

$$(5) \qquad \begin{cases} R = r \\ D = (-1)^n d + 4m \text{ droits} \\ L = (-1)^n l + (2n + 4m) \text{ droits} \\ A = a + 2n \text{ droits} \end{cases}$$

Lorsqu'il y a lieu d'adopter certaines valeurs choisies D, L et A pour D, L et A, on peut, avec avantage, employer les lettres M et N au lieu de m et n.

IV. L'auteur fait une application de ses formules générales *aux instruments méridiens;* il détermine les erreurs instrumentales ainsi que les corrections que doivent subir, de ce chef, les observations. Cet exemple est traité avec le plus grand soin et avec une rigueur absolue; un seul passage pourrait être légèrement modifié et gagnerait au point de vue de la clarté.

Viennent ensuite deux applications numériques qui se rapportent parfaitement au but qu'on s'est proposé dans le mémoire.

L'auteur termine ce paragraphe par la réflexion suivante qui forme la conclusion de son travail : " Nous avons affirmé plus haut qu'on restreint inutilement la généralité de la plupart des raisonnements en considérant les valeurs a, l et d à l'exclusion de A, L et D. Le raisonnement précédent, identique à tous les raisonnements susceptibles de remplacer les démonstrations géométriques critiquées au début, est une preuve de l'exactitude de notre affir-

mation. En effet, si le lecteur veut bien reprendre nos développements, en faisant usage des coordonnées a, l et d, il constatera qu'il n'en résulte ni simplification ni surcroît de clarté. »

V. Enfin le mémoire se termine par une application des formules considérées à la détermination précise du méridien. C'est une des méthodes principales. Pour déterminer le méridien d'un lieu on y installe un instrument méridien dont on place le limbe aussi près que possible de sa position théorique cherchée et l'on calcule l'azimut de l'axe optique ou ligne de visée centrale, dans la position $\varphi = 90°$. Cette dernière application est traitée aussi avec rigueur et clarté et la discussion, dans tous ses détails, nous paraît bien faite.

Conclusion. Nous avons étudié avec le plus grand soin le mémoire de notre savant confrère et nous avons tâché d'en donner une analyse aussi fidele que possible. C'est un travail sérieux et rigoureusement traité ; les exemples donnés comme applications des théories générales, ont été bien choisis et très bien discutés et l'auteur a atteint le but qu'il s'est proposé. Aussi sommes-nous d'avis que ce mémoire mérite d'être publié dans les Annales de la Société scientifique et nous en proposons l'impression dans ce recueil. »

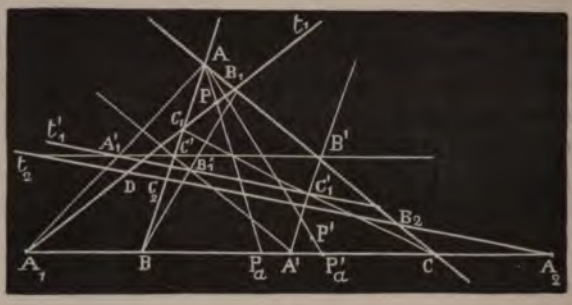
Ces conclusions sont adoptées par la section. D'accord avec le rapporteur, l'auteur emploiera dans son mémoire imprimé des notations se rapprochant davantage de celles qui sont généralement usitées.

M. Neuberg fait la communication suivante *sur les transversales réciproques :*

1. Soient A′, B′, C′ les milieux des côtés du triangle de référence ABC. Nous appelons *points isotomiques* deux points appartenant à un même côté du triangle et symétriques par rapport au milieu de ce côté. Si une transversale t_1 rencontre BC, CA, AB aux points A_1, B_1, C_1, les isotomiques A_2, B_2, C_2 de ces points sont situés sur une seconde droite t_2; t_1 et t_2 sont des *transversales réciproques.*

t_1 forme avec le triangle ABC un quadrilatère complet qui a

pour diagonale les droites AA_1, BB_1, CC_1, dont les milieux A'_1, B'_1, C'_1 sont situés sur les droites $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Ces milieux sont situés sur une même droite t'_1, appelée la *Newtonienne* de t_1 parce



qu'elle est le lieu des centres des coniques touchant BC, CA, AB et t_1 (théorème de Newton). Si l'on observe que

$$\frac{A_1B}{A_1C} = \frac{A'_1C'}{A'_1B'} = \frac{A_2C}{A_2B}, \text{ etc.}$$

on voit que t_2 et t'_1 sont des lignes homologues dans les triangles semblables ABC, A'B'C', ou des *lignes complémentaires* du triangle ABC. Ces droites sont donc parallèles et leurs distances au centre de gravité G de ABC sont dans le rapport 2 : 1.

Deux transversales réciproques sont les asymptotes d'une même hyperbole circonscrite au triangle de référence. Cette proposition résulte immédiatement d'une proposition connue.

2. Bien que les transformations (t_1, t_2), (t_1, t'_1) aient déjà été étudiées (*), il n'est pas sans intérêt d'en reprendre l'étude pour la compléter.

A une droite t_1 correspond, en général, une seule droite t_2 et la dépendance entre ces droites est symétrique; la transformation (t_1, t_2) est donc *involutive*. Lorsque t_1 passe par A, t_2 se confond

(*) Voir ANNALES DE MATHÉMATIQUES, 1866, p. 118 (de Longchamps), et ANNUAIRE DE L'ASSOCIATION FRANÇAISE POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES, CONGRÈS DE CAEN (Neuberg).

avec BC; donc un côté du triangle de référence a pour transversale réciproque une droite *quelconque* menée par le sommet opposé. Pour cette raison, on dit que BC, CA, AB sont les *droites principales* de la transformation (t_1, t_2). Les droites B'C', C'A', A'B' et la droite de l'infini, qui sont leurs propres transformées, sont des *lignes doubles.*

Supposons que la droite t_1 tourne autour d'un point fixe P, et soient P_a, P_b, P_c les points de rencontre de AP, BP, CP avec BC, CA, AB. Les points A_1, B_1, C_1 engendrent des ponctuelles perspectives; il en résulte que les points A_2, B_2, C_2 se correspondent dans trois ponctuelles projectives (A_2), (B_2), (C_2). Par conséquent, la droite t_2 enveloppe une conique π qui touche les supports de ces ponctuelles. Le point où π touche BC est le point de la ponctuelle (A_2) qui correspond au point C considéré comme élément de la ponctuelle (B_2). Or, lorsque B_2 coïncide avec C, B_1 se confond avec A et t_1, avec AP ; A_1 passe alors en P_a, et A_2 devient l'isotomique P'_a de P_a.

Ainsi, *la transformée par transversales réciproques d'un point P est une conique* π, *qui touche les côtés du triangle de référence aux isotomiques* P'_a, P'_b, P'_c *des points* P_a, P_b, P_c *où ces côtés sont rencontrés par les droites AP, BP, CP.*

Les droites AP'_a, BP'_b, CP'_c concourent en un point P', appelé le *réciproque* de P et aussi le point de Gergonne de la conique π. Par conséquent, *toute conique inscrite au triangle* ABC *est l'enveloppe de la transversale réciproque d'une droite pivotant autour du réciproque du point de Gergonne de la conique.*

On peut prendre pour t_1 les parallèles menées par P aux côtés du triangle ABC; les transversales réciproques de ces droites sont des parallèles aux mêmes côtés. Connaissant ainsi trois couples de tangentes parallèles, on détermine aisément le centre de π.

3. Si le point P se transporte à l'infini, la droite t_1 se déplace parallèlement à elle-même, et les ponctuelles (A_2), (B_2), (C_2) deviennent *semblables.* On en conclut que la droite t_2 enveloppe une parabole inscrite au triangle ABC. Le point de Gergonne P', réciproque d'un point à l'infini, est situé sur la seconde ellipse de Steiner (qui touche BC, CA, AB en A', B', C').

On peut démontrer ce résultat autrement. En effet, la droite de l'infini est une position de t_1 et coïncide avec sa réciproque. En

renversant les rôles de t_1 et de t_2 on peut aussi dire que lorsque t_1 roule sur une parabole inscrite au triangle ABC, la Newtonienne, qui est parallèle aux diamètres de la parabole, doit conserver une direction constante, et il en est de même de t_2. Ce raisonnement prouve que les diamètres de la parabole sont parallèles à la direction constante marquée par le point P.

4. Examinons quelques cas particuliers.

Si P coïncide avec G, P′ est également en G et π devient la seconde ellipse de Steiner.

En prenant pour P le réciproque de l'orthocentre, on obtient la conique inscrite au triangle ABC et ayant pour centre le point de Lemoine.

Pour engendrer le cercle inscrit, il faut placer P à l'intersection des droites joignant A, B, C aux points de contact de BC, CA, AB avec les cercles exinscrits adjacents, c'est-à-dire au *point de Nagel.*

Les cercles exinscrits donnent lieu à une solution analogue.

5. Soit D l'intersection des droites t_1 et t_2. Cherchons le lieu de D lorsque t_1 pivote autour de P; cela revient à trouver le lieu du centre d'une hyperbole circonscrite au triangle ABC et dont une asymptote tourne autour de P. Sur chaque droite t_1, on trouve un seul point D, à moins que D ne coïncide avec P. Or les droites t_2 qui passent par P sont les deux tangentes t, t' menées de P à la conique π. On en conclut que la courbe cherchée est une cubique ayant un point double en P et tangentes en ce point aux droites t, t'.

6. Considérons deux transversales réciproques perpendiculaires; ce sont les asymptotes d'une hyperbole équilatère circonscrite au triangle de référence. Leur point de concours, d'après un théorème connu, parcourt le cercle des neuf points.

En considérant l'hyperbole comme la transformée par inversion triangulaire d'un diamètre du cercle circonscrit au triangle ABC, on voit que les droites de Simson relatives aux extrémités du diamètre transformé sont les asymptotes de l'hyperbole.

M. De Tilly donne lecture des points essentiels d'un Mémoire *Sur les trois principes fondamentaux, axiomes, ou hypothèses de la Mécanique rationnelle (inertie, indépendance, réaction).*

Sur la proposition de M. Mansion, la section vote l'impression

de ce Mémoire dans les ANNALES, pour qu'il puisse servir de thème à la discussion relative aux principes de la Mécanique dont il a été question dans plusieurs séances antérieures.

M. Mansion fait ensuite les deux remarques suivantes : 1° Selon lui, dans les équations de la mécanique pure ou appliquée, il n'entre que des longueurs et des coefficients numériques. 2° Mais cette proposition n'implique pas qu'il n'y ait quelque chose d'absolu dans les phénomènes de mouvement : non seulement, il y a des forces ou causes d'altération du mouvement rectiligne uniforme, mais tout mouvement rectiligne uniforme a une cause.

M. Mansion présente à la section un travail de M. de Salvert intitulé : *Mémoire sur une classe de quadratures de fonctions elliptiques par rapport à leur module.* Sont nommés commissaires pour examiner ce travail. MM. de Sparre et Ch.-J. de la Vallée Poussin.

Il est donné lecture du rapport suivant du R. P. Thirion sur un mémoire de M. Pasquier intitulé : *La décimalisation du temps et de la circonférence :*

La question de la décimalisation du temps et de la circonférence, très simple en théorie, devient pratiquement très complexe dès qu'on l'envisage, comme il convient, dans ses rapports avec les habitudes prises, les travaux du passé, les instruments de mesure et les tables numériques en usage, les systèmes d'unités adoptés, les exigences discordantes des physiciens et des astronomes, etc. De là des discussions jusqu'ici sans issue, des solutions variées préconisées et combattues avec un égal succès et une multiplicité d'aperçus disséminés dans des brochures, des articles de revues, des comptes rendus de congrès ou de réunions scientifiques. Une synthèse nette de ces documents, mettant en relief les faits principaux et les opinions les mieux fondées, serait certainement d'un grand intérêt et d'une réelle utilité.

C'est ce travail de coordination et d'exposition critique que s'est imposé M. Pasquier. Il a cherché, avec raison, moins à défendre une idée qu'à éclairer le débat ; et il s'est attaché surtout aux discussions récentes, les plus intéressantes et les plus importantes d'ailleurs, sur lesquelles il a recueilli personnellement ou puisé

dans des documents difficilement accessibles, des renseignements qui ajoutent beaucoup à la valeur et à l'intérêt de son travail.

Nous en proposons volontiers l'impression aux ANNALES de la Société scientifique.

Ces conclusions sont adoptées.

M. Goedseels présente à la section des tables de conversion relatives au degré divisé décimalement. M. Pasquier est nommé commissaire pour les examiner.

M. Mansion fait une courte communication sur le mouvement keplérien considéré comme équivalent à une infinité de mouvements épicycloïdaux. Il reproduira ce travail sous une forme plus développée dans une session ultérieure.

Mercredi 25 avril 1900. Le secrétaire donne lecture du rapport suivant de M. Le Paige sur le travail intitulé : *Le degré du méridien terrestre, mesuré par la distance des parallèles de Berg-op-Zoom et de Malines par W. Snellius, publié par le R. P. Bosmans.*

« Le travail de Snellius, exhumé aujourd'hui par le R. P. Bosmans, est une contribution importante à l'histoire des travaux géodésiques.

On ne connaissait jusqu'ici, outre l'*Eratosthenes Batavus,* que la publication due à Musschenbroeck d'une partie des opérations faites par W. Snellius. La publication que fait le R. P. Bosmans du manuscrit de la Bibliothèque royale de Bruxelles est intéressante en ce qu'elle complète d'une manière heureuse nos connaissances sur les travaux entrepris par l'inventeur de la méthode des triangulations. Ce n'est pas le lieu de faire remarquer l'importance de ce procédé, apprécié dès l'origine par l'abbé Picard (*Mesure de la Terre,* Paris, 1671, in-f° impr. royale) et appliqué depuis lors avec tous les perfectionnements suggérés par une étude plus approfondie du problème.

Au siècle précédent déjà, les Pays-Bas avaient eu l'honneur de rencontrer en Gemma Frisius un astronome qui l'un des premiers, sinon le premier, avait appliqué à la description d'un pays une méthode analogue à nos levers topographiques et qui le premier

avait indiqué le procédé de détermination de la différence de longitude entre deux lieux par le transport de l'heure.

Les Pays-Bas ont eu ainsi une part heureuse dans l'initiative des travaux vraiment scientifiques conduisant à la connaissance de la terre.

Le R. P. Bosmans a fait une œuvre utile en tirant de l'oubli le manuscrit de Snellius.

L'introduction intéressante et les notes nombreuses qu'il a jointes à l'introduction et au texte même du géomètre hollandais ajoutent à la valeur de cette publication.

Je suis heureux de proposer à la section l'impression dans les Annales du travail du R. P. Bosmans et d'adresser des remerciements à l'auteur „.

Ces conclusions sont adoptées.

M. Folie communique à la section un exposé de ses travaux astronomiques intitulé : *Dix-huit ans de travaux. Bilan de l'astronomie sphérique en 1900.* MM. Le Paige et Dusausoy sont nommés commissaires pour l'examen de ce mémoire.

M. Goedseels expose les résultats de ses recherches sur *les fonctions des moyennes arithmétiques et leurs erreurs moyennes.* MM. De Tilly et Folie sont nommés commissaires pour l'examen de ce travail.

Le R. P. Bosmans présente à la section un *manuscrit inédit de Michel Coignet,* contenant notamment un *Traité des sinus.* Il propose la publication dans les Annales de la Société, d'une partie de ce manuscrit, avec une introduction et des notes historiques et explicatives. Il signale l'intérêt que présente ce manuscrit au point de vue de l'histoire des mathématiques.

Cette communication donne lieu à un échange d'observations entre les différents membres présents à la séance.

M. Le Paige est nommé commissaire pour examiner le travail du R. P. Bosmans.

Deuxième section

—

Mardi, 24 avril 1900. La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus :

Président : le R. P. H. De Greeff, S. J.
Vice-Présidents : M. F. Dewalque,
M. G. Van der Mensbrugghe.
Secrétaire : le R. P. Lucas.

La section propose comme sujet de concours la question suivante :

On demande des recherches nouvelles sur les carbures métalliques, spécialement sur les carbures doubles.

Les mémoires envoyés en réponse à cette question devront être adresses au secrétariat, 11, rue des Récollets, à Louvain, avant le 1er octobre 1901. Les mémoires en réponse à la question proposée en 1899 (Annales, t. XXIII, p. xvii ou t. XXIV, p. 10) peuvent être envoyés à la même adresse jusqu'au 1er octobre 1900.

M. Duhem envoie un mémoire intitulé : *Les théories électriques de J. Clerk Maxwell, étude historique et critique.* Sont nommés commissaires pour l'examen de ce travail : MM. de Hemptinne, Mansion et le R. P. Thirion.

M. Van der Mensbrugghe décrit une expérience très simple permettant de remplacer subitement la pression exercée sur une masse liquide par une autre pression notablement moindre ; voici en quoi consiste cette expérience :

On attache, à quatre mètres, par exemple, au-dessus du sol, un vase en fer-blanc de forme quelconque et présentant deux tubulures, l'une en haut, l'autre en bas. Sur celle-ci, on adapte un tube épais en caoutchouc dont l'extrémité libre plonge dans l'eau d'un réservoir placé sur le sol ; on ferme alors cette extrémité plongée et par la tubulure libre du vase supérieur, on verse de l'eau jusqu'à

ce qu'elle déborde. Cela étant, on bouche hermétiquement la tubulure et on ouvre l'extrémité inférieure du tuyau de caoutchouc: à l'instant même, le vase de fer-blanc est tout à fait déformé, de l'extérieur vers l'intérieur.

M. Van der Mensbrugghe se propose de continuer les expériences de ce genre.

M. Louis Henry fait une communication sur le *Glycol succinique normal* $(HO)CH_2 - CH_2 - CH_2 - CH_2(OH)$.

Il fait remarquer toute l'importance, tant au point de vue physique qu'au point de vue chimique, des séries des dérivés homologues normaux $> C - (CH_2)_n - C <$. Parmi toutes ces séries, l'une des plus intéressantes serait celle des *glycols* $(HO)CH_2 - (CH_2)_n - CH_2(OH)$. Malheureusement on n'en connait guère jusqu'ici que les deux premiers termes, les *glycols éthylénique* $(HO)CH_2 - CH_2(OH)$ et *triméthylénique* $(HO)CH_2 - CH_2 - CH_2(OH)$. M. L. Henry s'est proposé d'appeler à l'existence le troisième terme, le glycol normal en C_4 ou *glycol succinique* $(HO)CH_2 - (CH_2)_2 - CH_2(OH)$, à l'aide duquel il sera possible de passer à des composés de l'étage C_5 et de l'étage C_6.

M. Louis Henry est parti de l'alcool *cyano-butylique normal* $CN - (CH_2)_2 - CH_2(OH)$, composé qu'il a fait connaître précédemment et dont la préparation n'offre aucune difficulté.

Soumis à une hydrogénation énergique — méthode de Ladenburg — cet alcool cyané se transforme en alcool *amino-butylique normal* $(HO)CH_2 - (CH_2)_2 - CH_2(NH_2)$. Celui-ci constitue un liquide quelque peu épais, bouillant sans décomposition, à la température de 205°-206° sous la pression ordinaire. Cette stabilité sous l'action de la chaleur était à prévoir, puisque les alcools ne réagissent pas sur les amines. Elle est intéressante à constater si l'on se rappelle que le dérivé *chlorhydrique* correspondant, $Cl\,CH_2 - (CH_2)_2 - CH_2(NH_2)$, se transforme à la distillation en *pyrollidine* $\begin{matrix} CH_2 - CH_2 \\ CH_2 - CH_2 \end{matrix} > NH$, par suite de la réaction des composants *éther haloïde* $H_2C - Cl$ et *amine* $H_2C - NH_2$ l'un sur l'autre.

Soumis à l'action de l'acide nitreux $(HO)NO$, l'*amino-butanol* $(H_2O)CH_2 - (CH_2)_2 - CH_2(NH_2)$, fournit du *glycol succinique*, composé bouillant vers 235°-240° sous la pression ordinaire.

Il est regrettable que ces réactions successives soient si médiocrement avantageuses, au point de vue du rendement. M. Louis Henry espère trouver une méthode plus satisfaisante, sous ce rapport, pour arriver au *glycol succinique normal* en partant du *nitrile butyrique normal* $CN - (CH_2)_2 - CH_2Cl$ γ *chloré,* produit de la réaction du *chloro-bromure du triméthylène* $ClCH_2 - CH_2 - CH_2Br$ sur le cyanure de potassium KCN, composé qu'il a fait connaître en 1885 (*) et qui depuis lors a été, à diverses reprises, fructueusement employé au point de vue synthétique.

Dans une seconde communication, M. Louis Henry s'occupe de *la valeur relative des diverses unités d'action chimique des éléments plurivalents.*

La notion de la *valence* des éléments, ou comme l'on a dit à l'origine, de l'*atomicité,* est une des plus importantes parmi toutes celles dont s'est enrichie la chimie générale. Elle est d'une application continuelle dans la chimie tout entière.

M. L. Henry rappelle quelques idées classiques concernant la valence. Il distingue dans les *unités d'action chimique* des éléments les unités d'action chimique *ordinaires* ou *habituelles* et les unités d'action chimique *extraordinaires* ou *supplétives.*

Selon lui, il n'y a pas d'*identité* à établir entre ces unités d'action chimique d'ordre distinct.

La question qu'il se propose de traiter est celle de savoir *quelle est la valeur relative des diverses unités ordinaires d'action chimique des éléments plurivalents.* Ainsi l'*oxygène* et le *soufre* sont des éléments regardés comme *bivalents,* l'*azote* comme un élément *trivalent,* le *carbone* comme un élément *quadrivalent.* Il s'agit de savoir si ces deux, trois ou quatre unités d'action chimique sont, dans chacun de ces corps, *identiques* ou *différentes* en valeur.

On aperçoit de suite l'importance de cette question générale au point de vue de l'individualité des composés chimiques. Les composés *simples* OX_2, SX_2, NX_3, etc., où les diverses unités d'action chimique sont satisfaites par un même radical, sont nécessairement *uniques,* chacune de leur espèce, quelle que soit la valeur

(*) Comptes rendus de l'Acad. des sc., t. CI, p. 1158.

relative des diverses unités d'action chimique de ces éléments. Les combinaisons *mixtes*, au contraire, telles que OXX', SXX', etc., où ces unités d'action chimique sont satisfaites par des radicaux divers, de deux sortes au moins, doivent être *uniques* ou *multiples*, chacune de leur espèce, suivant que les diverses unités d'action chimique des éléments *plurivalents* sont *identiques* ou *différentes* de valeur.

Il y a là l'indication de la méthode générale à suivre pour résoudre la question; cette méthode consiste essentiellement à examiner si un composé mixte $R^{n}X_{n-1}X'$ où X' satisfait successivement les diverses unités d'action chimique *n* de l'élément R est représenté par *une* variété *unique*, toujours la même, ou par des variétés *multiples*.

En même temps que cette *méthode chimique*, la plus importante évidemment, on peut employer pour résoudre cette question, une *méthode physique*. Celle-ci consiste dans la *détermination des chaleurs de combustion* des divers dérivés hydrocarbonés des hydrures correspondants à ces éléments plurivalents, par la substitution successive aux atomes de H de radicaux tels que — CH_3, C_2H_5, etc. Si les diverses unités d'action chimique sont de valeur identique, les chaleurs de combustion doivent croître à partir de l'hydrure d'une manière proportionnelle au nombre des atomes d'hydrogène substitué.

M. Louis Henry rappelle la solution qu'il a donnée à cette question générale en ce qui concerne le *carbone*.

Il s'occupe successivement aujourd'hui de l'oxygène, du soufre, de l'azote et du phosphore.

Au premier abord, les deux unités d'action chimique de O paraissent être de valeur inégale. L'eau est en effet un composé fonctionnellement dissymétrique, comme le prouve l'action différente des métaux alcalins sur H_2O et sur RHO.

$$H_2O \text{ sol.} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + NaOH \text{ sol.} + 31{,}19 \text{ c.}$$

$$NaOH \text{ sol.} + Na \text{ sol.} = H \text{ gaz} + Na_2O \text{ sol.} - 11{,}68 \text{ c.}$$

Aussi, tandis que Na chasse H de HOH, H expulse Na de Na_2O pour le transformer en NaOH.

Mais cette dissymétrie fonctionnelle est *d'ordre accidentel* et non

d'ordre absolu. Il suffit de remplacer le métal R — Na ou K — dans les alcalis par un groupement hydrocarboné tel que — CH_3, etc., pour rendre à l'hydrogène toute sa sensibilité à l'action des métaux alcalins.

$$\overset{b}{H}O\overset{a}{H} + Na = \overset{b}{H}O\overset{a}{Na} + H.$$
$$\overset{b}{H}O\overset{a}{Na} + CH_3\,Cl = \overset{b}{H}O(\overset{a}{CH_3}) + Na\,Cl.$$
$$\overset{b}{H}O(\overset{a}{CH_3}) + Na = \overset{b}{Na}O(\overset{a}{CH_3})$$

Du méthylate sodique, on passe aisément à $\overset{b}{Na}O\overset{a}{H}$.

Or, il n'existe qu'*une seule soude*, qu'*une seule potasse* caustiques, $\overset{b}{Na}O\overset{a}{H} = \overset{a}{Na}O\overset{b}{H}$.

Les deux unités d'action chimique de O, *a* et *b*, sont par conséquent identiques.

M. Louis Henry fait remarquer qu'en partant de $\overset{a}{H}O\overset{b}{H}$, il serait intéressant de comparer des éthers simples *mixtes* renfermant des radicaux hydrocarbonés fort différents de poids, tels que notamment :

$$O < \begin{matrix} CH_3{}^a \\ C_5H_{11}{}^b \end{matrix} \quad \text{et} \quad O < \begin{matrix} C_5H_{11}{}^a \\ CH_3{}^b \end{matrix}$$

Nul doute que des composés de cette nature ne manifestent une identité parfaite.

La comparaison des *chaleurs de combustion* des dérivés méthyliques de l'eau HOH, autorise également à admettre l'identité de valeur des deux unités d'affinité de l'atome O.

	Chaleur de combustion	
H_2O		0
$CH_3 - OH$	170.6	170.6 calories.
$CH_3 - O - CH_3$	173.6	344.2 id.

M. Louis Henry s'occupe successivement du *soufre*, bivalent, de l'*azote* et du *phosphore triatomiques*. La conclusion générale est que les diverses unités d'action chimique de ces éléments, malgré leur dissemblance fonctionnelle, sont au fond de même valeur.

Un mémoire spécial sera consacré à l'examen de cette question dans tous les développements qu'il comporte.

Le R. P. Schaffers, S. J., expose les grandes lignes et les conclusions d'un travail étendu sur *Les plaques sensibles au champ électrostatique* et montre à la section un grand nombre de spectres électrostatiques réalisés au cours de ses expériences. Ce travail sera publié *in extenso* dans la seconde partie des ANNALES. On en trouvera un résumé sous le titre *Les fantômes électrostatiques sur les plaques sensibles,* dans la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, IIe série, t. XVIII, livraison du 20 juillet 1900, pp. 125-143; ce résumé est accompagné de la reproduction, en phototypie, de quatre spectres obtenus par les procédés imaginés par l'auteur.

Troisième section

—

Mardi, 24 avril 1900. Le secrétaire donne connaissance du rapport de MM. Cloquet et De Lantsheere sur le travail de M. Scarsez de Locqueneuille : *De l'origine orientale des styles mycénien et dorien.*

M. Jean Capart, conservateur-adjoint aux musées royaux, ajoute quelques considérations à celles des deux commissaires.

La section vote l'insertion aux ANNALES du travail de M. Scarsez de Locqueneuille, sous la réserve que l'auteur tiendra compte des observations présentées, en revoyant son mémoire avant l'impression.

Il est donné lecture des Rapports suivants de M. le Dr Henseval, du R. P. Dierckx, S. J., et de M. l'abbé Monier sur le mémoire portant la devise *In varietate unitas*, et envoyé en réponse à la question de concours posée par la Section : *Étude comparée du rein (néphridie) chez les Gastéropodes Prosobranches et Pulmonés.*

Rapport de M. le Dr Henseval

On considère aujourd'hui le rein des mollusques comme une *néphridie,* c'est-à-dire un canal faisant communiquer le cœlome avec l'extérieur.

Après avoir fait l'étude historique de la question et avoir exposé

l'état actuel de nos connaissances, l'auteur aborde l'étude objective de la néphridie.

Pendant leur développement embryologique, les Prosobranches et les Pulmonés subissent des modifications dans la disposition des organes : une torsion ventrale dans le plan antéro-postérieur, puis une torsion secondaire latérale. Ces mouvements produisent des déplacements des organes qui rendent les gastéropodes asymétriques.

M. R. Perrier a interprété d'une façon particulière les phénomènes qui sont la conséquence de cette asymétrie et il a basé sur cette théorie une classification des Prosobranches.

L'auteur du mémoire examine et réfute la théorie de M. R. Perrier point par point.

1. En s'appuyant sur les recherches de MM. Ray Lankester et Erlanger, il démontre que le rein des Monotocardes ne provient pas de la fusion des deux reins des Diotocardes, mais en représente uniquement le rein gauche.

Il ne reste du rein que le canal excréteur qui sert de conduit génital.

2. La glande néphridienne, que décrit M. R. Perrier chez les Monotocardes, n'est pas une formation spéciale à ce groupe; c'est une portion de l'appareil rénal, homologue de l'uretère primaire des Stylommatophores.

Cette proposition est mise en lumière par des considérations d'anatomie comparée basées sur des recherches personnelles de l'auteur, qui présentent un grand intérêt.

La description de la glande néphridienne correspond exactement à celle de l'uretère primaire des pulmonés : les rapports sont les mêmes; ces organes ont même aspect et même couleur. La circulation que décrit M. R. Perrier pour la glande néphridienne correspond à celle que décrit l'auteur pour l'uretère primaire de l'arion.

Seulement il ne peut admettre l'interprétation de M. R. Perrier et il pense avec raison que la glande néphridienne des Monotocardes, tout comme l'uretère, reçoivent le sang qui revient de la cavité palléale où il s'est hématosé.

L'auteur a fait une étude très soignée de la structure de ces organes qu'il trouve être identiques. Ses recherches lui ont permis

de rectifier les erreurs commises à ce propos par M. R. Perrier. Les faits suivants viennent aussi à l'appui des interprétations de l'auteur :

3. L'uretère de la paludine et de la valvée est l'homologue de l'uretère primaire des stylommatophores.

4. L'uretère de la paludine et, par conséquent, l'uretère des stylommatophores, est l'homologue du rein gauche des Diotocardes hétéronéphridés.

5. Chez les Monotocardes supérieurs, le lobe gauche du rein appartient à la portion ectodermique de la néphridie et il correspond, avec la glande néphridienne de ces Monotocardes, à l'uretère de la paludine.

Une étude très attentive de la néphridie faite chez les différents types de Prosobranches et de Pulmonés a permis à l'auteur de ramener l'appareil rénal au schéma typique de la néphridie.

La portion de la néphridie qui se modifie et se différencie le plus est la portion ectodermique. Elle présente des aspects variés, décrits par l'auteur. La portion mésodermique, au contraire, ou rein proprement dit, reste essentiellement la même.

L'auteur résume ensuite l'état de nos connaissances sur les fonctions de la néphridie des Gastéropodes, en y ajoutant des remarques qui lui sont suggérées par la structure et la circulation de l'uretère.

L'auteur a une connaissance parfaite de toute la bibliographie de la question. Il a exposé le sujet avec une grande concision et l'idée générale se dégage nettement de son travail. Il a fait des observations personnelles qui étendent nos connaissances et qui lui ont permis de rectifier plusieurs erreurs de ses devanciers. Son mémoire est accompagné de dessins d'une exécution remarquable et qui montrent avec quelle attention l'auteur a poursuivi ses recherches.

Ce mémoire me paraît digne des encouragements de la Société scientifique et il figurera avec honneur dans ses publications.

Rapport du R. P. Dierckx

La néphridie des Gastéropodes, souvent désignée sous le nom de « corps de Bojanus » est un organe important. Ses modifications ont servi de base à la classification des Prosobranches

adoptée par Edmond Perrier et l'école française du Museum d'histoire naturelle.

C'est aussi un organe complexe et encore problématique. Il suffit pour s'en convaincre d'énumérer les noms divers que les auteurs lui ont donnés, les diverses portions qu'ils y distinguent, les fonctions variées qu'ils lui attribuent. Chez les Prosobranches, il est à la fois le " canal „ ou le " sac papillaire „ de l'Haliotis, la " glande néphridienne, organe de réserve et glande hématique, „ des Monotocardes, la " glande rénale „ des Sténoglosses avec ses deux lobes si différenciés. Chez les Pulmonés il s'identifie avec la " glande rénale proprement dite „, à côté de laquelle on signale le " rein latéral „ ou " vésicule urinaire „ ou " uretère primaire „ et le " canal excréteur „ ou " uretère secondaire „.

S'orienter dans cet imbroglio et au besoin ramener à l'unité d'un type commun ces portions d'organe en apparence très diverses, voilà l'objectif de l'auteur. Nous allons voir par un exemple comment les faits ont justifié ses présomptions. Ce sera mettre en lumière la partie la plus personnelle du mémoire, et son importance au point de vue de l'anatomie comparée des Gastéropodes.

Préoccupé de son idée d'unification, l'auteur place en regard l'uretère primaire des Pulmonés et l'organe complexe des Prosobranches que M. Remy Perrier avait cru devoir baptiser du nom nouveau de " glande néphridienne „. Or une étude minutieuse, guidée par la méthode des injections et des coupes en série, lui fait découvrir de part et d'autre les mêmes rapports avec les organes avoisinants, la même circulation, la même structure. A frais, du reste, l'aspect et la couleur sont très semblables. Il faut donc bien conclure à l'homologie de ces deux organes considérés jusqu'ici comme des productions totalement différentes. La prétendue " glande néphridienne „ avec ses fonctions supposées d'organe de réserve et de glande sanguine n'est en réalité que le canal excréteur de la néphridie, l'uretère homologue de l'uretère primaire des Pulmonés.

L'auteur n'en est pas réduit à ce seul argument. M. R. Perrier n'avait pas trouvé la " glande néphridienne „ chez quelques Prosobranches, notamment chez la Paludine et la Valvée, mais il y avait reconnu un " uretère „. Rien de surprenant, puisque, d'après la thèse que nous analysons, l'uretère seul existe.

Il y a mieux. " Chez la Néritine, écrit M. R. Perrier, fait remarquable et unique parmi les Prosobranches, le rein n'est pas contigu au péricarde. Les deux poches sont séparées par *une cavité close de toutes parts* qui ne s'injecte pas par la cavité générale et qui règne sur toute la longueur du rein „. Aux yeux de l'auteur, cette cavité " close „ devait être ouverte aux deux bouts et s'identifier avec l'uretère. De fait, à l'examen microscopique, il trouva deux orifices, l'un postérieur communiquant avec le rein proprement dit, l'autre antérieur débouchant dans la cavité palléale.

Le rein de la Néritine ne constitue donc pas une exception, pas plus que celui de la Paludine et de la Valvée.

Après avoir solidement étayé son hypothèse, l'auteur l'applique sans difficulté aux différents groupes de Gastéropodes Prosobranches et Pulmonés.

Nous ne le suivrons ni dans ces nouveaux développements, ni dans la partie physiologique qui termine le travail. Il nous a paru superflu du reste de nous arrêter à la partie historique si richement documentée et si bien mise au point. Les deux autres rapporteurs n'ont pu manquer de les signaler dans leur aperçu général.

Qu'il nous suffise d'avoir montré plus spécialement que le mémoire, tout en répondant d'une façon originale à la question de concours, justifie sa devise " In varietate unitas „.

Nous souhaitons que la Société Scientifique encourage l'auteur à poursuivre sur d'autres groupes de mollusques, sur les Acéphales en particulier, la tentative d'unification de la néphridie qui, chez les Prosobranches et les Pulmonés, l'a conduit à un si plausible résultat.

Le troisième rapporteur, M. l'abbé Monier, conclut également au couronnement du mémoire.

Le secrétaire annonce à la section que le pli cacheté qui accompagnait le mémoire en question a été ouvert dans la séance du Conseil général de la Société scientifique du 28 mars 1900. L'auteur est le R. P. A. Deschamps, S. J. Le Conseil a couronné le mémoire, qui sera publié dans les Annales. La section vote des félicitations au lauréat.

M. Proost, directeur général de l'agriculture, fait la communication suivante : *La fixation de l'azote atmosphérique par les plantes cultivées.*

Lorsque nous visitâmes pour la première fois le laboratoire de *physique végétale* de la rue de Buffon, dont l'empereur Napoléon III avait confié la direction à M. G. Ville, malgré l'opposition de la Faculté, sur les instances, assurait-on, de M. le duc de Morny, nous fûmes frappés des expériences de culture dans le sable, instituées par le célèbre professeur du Muséum pour démontrer la fixation de l'azote atmosphérique par les plantes de la famille des légumineuses.

A cette époque, cette théorie n'était pas à la mode dans le monde savant. On en riait, on en faisait même des gorges chaudes, dans certains milieux ; les sommités du monde agricole, tels que Boussingault, qui l'avait d'abord adoptée en se basant sur les données expérimentales des cultures de sa ferme de Bechelbronn, en Alsace, l'ayant répudiée, Boussingault fut amené à formuler ces conclusions, non seulement à la suite de nouveaux essais de culture dans la terre végétale, mais aussi dans la ponce et dans le sable calcinés, c'est-à-dire dans un sol artificiel absolument stérile, dépourvu de toute matière organique.

Les premières expériences, exécutées tour à tour dans une atmosphère confinée ou renouvelée par des courants d'air continus, semblèrent prouver d'abord que les légumineuses avaient emprunté, sous une forme quelconque, une certaine quantité d'azote à l'atmosphère. Mais d'autres essais à l'air libre ou renouvelé, ne permirent plus de constater la fixation d'une quantité d'azote appréciable et pouvant entrer sérieusement en ligne de compte ; tandis que, quand il faisait intervenir l'engrais azoté, les plantes acquéraient un développement remarquable. Il en conclut que lorsque les végétaux, notamment les légumineuses, ont épuisé la réserve d'azote contenue dans la graine, *ils sont incapables de végéter normalement parce qu'ils ne peuvent puiser dans l'air la quantité d'azote nécessaire à leur alimentation.*

Quelques années plus tard — 1860 — Lawes et Gilbert arrivèrent aux mêmes conclusions en Angleterre, tandis que M. Ville affirmait énergiquement la fixation directe de l'azote libre gazeux de l'atmosphère *par les feuilles,* après avoir institué,

dans son laboratoire du Muséum, ses expériences dans le sable calciné.

Ceux qui affirment que Boussingault avait démontré la fixation de l'azote atmosphérique à cette époque étalent donc leur parfaite ignorance de l'histoire de la chimie agricole.

Pour se rendre un compte exact de l'opposition que nous rencontrâmes dans le monde savant lorsque nous instituâmes au jardin botanique de Louvain en 1884 les expériences dans le sable lavé de Tilly et du Ruppel et dans divers sables naturels de nos bassins tertiaires dont l'analyse avait établi la stérilité, il suffit de relire le *Manuel d'agriculture* de M. le professeur Ad. Damseaux de Gembloux, publié en 1885.

" La question si débattue des sources de l'azote des végétaux, écrivait M. Damseaux, *a fait un grand pas dans ces dernières années* par les travaux de M. Schloesing. Il paraît incontestablement établi aujourd'hui que l'air atmosphérique ne cède son azote ni aux végétaux ni à la terre même....

„ Les plantes doivent donc puiser à une autre source la matière première nécessaire à l'élaboration de leur matière azotée. La *nitrification* qui a lieu dans les sols fertiles est une des conditions les plus favorables à la formation d'aliments azotés pour les végétaux. Cet important phénomène n'est toutefois qu'une source intermédiaire d'azote pour la plante, c'est-à-dire que *l'azote gazeux de l'air n'intervient pas dans la formation de l'acide nitrique qui se produit* (p. 123). „

Or, dès 1880, nous enseignions à Louvain LE CONTRAIRE des propositions soulignées, malgré l'avis presque unanime du monde savant, après avoir reproduit, dans des conditions différentes, les expériences dans le sable de M. G. Ville.

M. G. Ville opérait en serre, dans le sable calciné. Nous opérions en plein air, dans les sables naturels, lavés ou non, cherchant à nous rapprocher ainsi des conditions normales de la végétation.

Nous avions cru devoir modifier de la sorte les expériences du professeur du Muséum, parce que les expériences dans le sable calciné, répétées par les autres savants, *ne donnaient pas les résultats annoncés par G. Ville.* Cette constatation impartiale nous valut même des récriminations très acerbes du professeur du

Muséum, tandis que, d'autre part, on prétendait que nous répétions servilement ses expériences et ses théories. En d'autres termes, nous suivîmes la ligne de conduite que doit s'imposer tout naturaliste imbu des principes de la méthode expérimentale si magistralement formulés par Claude Bernard. Nous en appelâmes du témoignage des spécialistes au témoignage de la nature elle-même; et les résultats que nous obtînmes dépassèrent singulièrement notre attente, car ils permirent de fournir chaque année, au jardin botanique de Louvain, la démonstration *publique* du fait contesté qui intéressait à un si haut point l'avenir de la culture des plantes dites *améliorantes;* et, d'autre part, ils nous amenèrent à constater une série de phénomènes importants, également contestés, tels que l'assimilation de la potasse insoluble dans les acides, dont les chimistes se servaient alors dans les laboratoires agricoles pour attaquer la terre, et l'assimilation, *par certaines plantes* et dans certaines conditions, de l'acide phosphorique tribasique de la craie.

M. J. Giele, ingénieur agricole, fils du directeur du jardin botanique de Louvain, dont le concours dévoué nous a permis de réaliser ces expériences avec tout le soin désirable, ayant relaté dans un travail spécial les recherches expérimentales en question, nous n'insisterons pas sur ce sujet. Si nous avons cru devoir y revenir, c'est que certains critiques ignorants ou de mauvaise foi, inspirés plutôt par des passions sectaires que par l'amour de la vérité, ont nié systématiquement la portée de ces expériences, contrôlées par de nombreux témoins au cours de plusieurs années et qui n'ont cessé de rappeler en Belgique l'attention sur la doctrine de la *sidération*, sur le fait capital de la fixation de l'azote libre de l'air par une série de plantes cultivées depuis avec profit dans nos régions agricoles les plus déshéritées.

Ceux qui ne voulaient pas *voir* et qui enseignent aujourd'hui la théorie " cléricale „ dont ils faisaient jadis des gorges chaudes, ont naturellement oublié complètement les recherches entreprises à l'université de Louvain de 1884 à 1890.

Les expériences du jardin botanique, dit M. Giele, confirmèrent de la façon la plus catégorique la théorie *discutée* et mirent à la portée de tous la démonstration expérimentale de la fixation de l'azote atmosphérique par certaines plantes.

Depuis lors, la *raison du phénomène* a été donnée par MM. Hellriegel, Schoesing, Laurent, etc., dont les recherches physiologiques ont expliqué pourquoi les cultures dans le sable calciné et stérilisé *ne pouvaient pas fournir la démonstration de la fixation de l'azote de l'air,* tandis que cette fixation devient possible dans les conditions où se sont placés les expérimentateurs du jardin botanique de Louvain *(Les cultures en pots du jardin botanique de Louvain.* Revue agronomique de l'Université) (*).

Il y a lieu de remarquer que ces expériences ne portaient pas seulement sur des légumineuses, mais sur diverses graminées de prairies, telles que la houlque laineuse, les fétuques, etc.

Ce dont le public a pu s'assurer à l'Exposition de Bruxelles (concours international de 1888), où M. le directeur Giele avait exposé les séries de cultures dans le sable en végétation depuis deux ou trois ans sans engrais azoté.

Donc, M. Ville avait tort d'enseigner l'antagonisme entre les légumineuses et les graminées au point de vue de la fixation de l'azote atmosphérique et ces expériences ne confirmaient pas non plus la thèse, trop absolue, qu'il avait soutenue à la Société centrale d'agriculture de Belgique, à savoir que tout l'azote d'une récolte de trèfle vient de l'air, car le trèfle ne végéterait point sans humus, et l'humus contient de l'azote combiné.

En réalité, la fixation de l'azote est fonction, toutes choses égales d'ailleurs, de trois facteurs principaux : la nature de la *plante*, du *sol* et de l'*engrais*.

Dès lors, disions-nous, le problème doit se poser autrement au point de vue de la comptabilité de la ferme et de la théorie des assolements.

Quelles sont les plantes capables de favoriser la fixation de l'azote libre dans le sol et quel est le coefficient de cette fixation pour chacune d'elles?

Posée de la sorte, la question s'élargissait singulièrement et laissait entrevoir une révolution scientifique de la culture et des assolements permettant au cultivateur de réaliser des économies

(*) Voir le n° du 30 juillet 1899 de la Revue générale des sciences pures et appliquées, page 560.

précieuses, puisque l'azote est l'élément le plus coûteux de l'engrais et que l'enfouissement des récoltes en vert introduit dans le sol des quantités d'humus considérables (*).

Mercredi, 25 avril 1900. M. l'abbé M. Lefebvre présente à la section le plan d'une étuve à cultures bactériologiques avec un nouveau modèle de régulateur de la température. La construction de l'appareil n'étant pas achevée, l'auteur se réserve de le présenter à la section, dans une prochaine réunion, en même temps qu'une description détaillée.

Le Secrétaire communique, au nom de M. J. H. Fabre, un travail d'entomologie intitulé *Les Psychés*. La section propose la publication de cette étude dans la Revue des Questions scientifiques. On la trouvera, dans cette Revue, seconde série, t. XVIII, livraison du 20 juillet 1900, pp. 5-39.

Jeudi, 26 avril. La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus :

Président :	M. de Lapparent;
Vice-Présidents :	M. J. Leclercq;
	M. le Cte de Limburg-Stirum;
Secrétaire :	M. Van Ortroy.

La section maintient la question de concours proposée l'année dernière (Voir Annales, t. XXIII, 1898-1899, première partie p. xvii; ou t. XXIV, 1899-1900, première partie, p. 10), s'il n'y est pas répondu avant le 1er octobre 1900.

M. l'abbé Bourgeat envoie un mémoire intitulé *La question des fossiles caractéristiques et son application à quelques formations géologiques*. M. de la Vallée Poussin est nommé commissaire pour l'examen de ce travail.

(*) Entrevu par Georges Ville, *nié depuis par Boussingault et ses disciples avec un acharnement fanatique*, ce fait est aujourd'hui universellement reconnu et expliqué (Em. Gauthier).

Les rites funéraires des Egyptiens préhistoriques font l'objet de la communication suivante de M. Jean Capart.

Nos connaissances au sujet du préhistorique égyptien se bornaient jusqu'en ces derniers temps à peu de chose. C'est à grand peine qu'on cherchait à retrouver dans les rituels, dans les signes de l'écriture, etc., des traces de l'état antérieur à la IVe dynastie, époque où les documents commençaient à être suffisamment précis et concordants. Des fouilles habiles firent sortir de terre un grand nombre de documents qui serviront à la reconstitution de l'époque préhistorique. Ce mot " préhistorique „ pouvant prêter à équivoque, il importe de le préciser. Il faut entendre par temps préhistoriques les temps antérieurs à la IVe dynastie; et par monuments préhistoriques les traces laissées sur le sol de l'Égypte aussi bien par les autochtones que par les envahisseurs étrangers, jusqu'au moment où l'ensemble de ces documents nous permet d'esquisser une histoire véritable. C'est la même tendance qui préside à la formation des collections préhistoriques du Musée du Parc du Cinquantenaire à Bruxelles où, pour pouvoir englober dans le préhistorique les Francs, qui en relèvent évidemment encore, on n'hésite pas à prolonger cette période jusqu'à l'avènement des Carolingiens. C'est de la préhistoire au sens large du mot; ce sera en grande partie, pour l'Égypte surtout, l'histoire de demain!

Les fouilles de Petrie à Ballas et Negadah (1894-1895) et Deshasheh (1898), d'Amelineau à Abydos (1895-1899), de Morgan à Negadah (1896), de Quibell à El Kab et Hiéraconpolis (1898-1900) sont venues apporter une vive lumière sur les Origines de l'Égypte. Elles ont permis d'étudier déjà bien des aspects de la question et parfois même d'esquisser à larges traits le développement de certains usages et de certaines coutumes. Nous nous contenterons pour le moment d'étudier très sommairement les modes d'ensevelissement.

Deux types de tombes frappent au premier abord; décrivons-les rapidement :

Les tombes qui paraissent les plus anciennes, creusées simplement dans le sol, sont de forme ovale et le cadavre *entier*, sans traces aucunes de momification, est placé dans la tombe, dans la position dite embryonnaire, les genoux fortement ramenés devant

la poitrine et la face cachée par les mains. La tête est d'ordinaire au sud.

Parfois l'on observe que le mort a été enveloppé dans une natte ou une peau de gazelle. Le mobilier funéraire se compose ordinairement de poteries de types variés, de grains de colliers en pierres dures, d'armes et outils en silex, parfois, de plaques en schiste verdâtre représentant d'ordinaire des animaux, de quelques morceaux de malachite ayant servi à préparer le fard, rarement enfin de peignes et autres objets en os ou en ivoire. Remarquons l'absence totale des métaux dans ces tombes du plus ancien type.

Les tombes de la seconde espèce nous présentent le cadavre *disloqué*, marque évidente d'un ensevelissement au second degré. La tombe elle-même est creusée en terre, simple fosse, ou bien déjà, chambre souterraine à laquelle donne accès un escalier ou un puits. Les ossements sont souvent placés pêle-mêle, sans ordre apparent; parfois, au contraire, on a cherché à reconstituer le cadavre aussi exactement que possible et on observe les variétés suivantes : le mort est remis dans la position soit étendue, soit embryonnaire (parfois entouré de restes d'étoffes); certains ossements font défaut; peut-être faut-il l'expliquer par le fait que les morts auraient été comme chez d'autres peuples (Guèbres par ex.) abandonnés aux oiseaux et ensevelis seulement après un complet désossement; — la tête est posée à part, en évidence, sur une brique; parfois il semble que seule la tête ait été conservée. Remarquons enfin qu'il arrive de rencontrer dans une seule tombe des ossements de plusieurs individus. Dans les sépultures de ce type apparaît déjà le métal et à côté du mobilier précédemment décrit se trouvent de grandes jarres contenant de la graisse ou des cendres.

Notons à côté de ces deux types principaux l'ensevelissement des corps entiers ou disloqués dans des cistes ou dans de grandes jarres. Rappelons sans insister sur ce point que la même coutume a été observée entre autres pour les sépultures préhistoriques d'Espagne (Siret) et pour les sépultures d'enfants à Carthage (Delattre).

Sous l'ancien empire égyptien, autant du moins qu'il a été permis de s'en rendre compte, le mort gisait étendu sans traces apparentes de momification. Les fouilles de Petrie à Deshasheh sont venues fournir d'intéressantes observations à ce sujet. Le

savant anglais a trouvé dans cette nécropole d'ancien empire des tombes des types les plus variés :

Le mort est accroupi *entier* en terre ou en cercueil;

Le mort est disloqué et les ossements placés *pêle-mêle* en terre ou en cercueil;

Le mort *disloqué* a été *reconstitué* en position embryonnaire ou droite, en terre ou en cercueil;

Parfois enfin les ossements ont été entourés de bandelettes pour former une *momie.*

Comment interpréter ces faits si variés et si peu en harmonie avec ce que nous connaissions des rites funéraires égyptiens? Peut-être qu'une étude attentive des éléments constitutifs de la nation égyptienne apportera une solution. C'est ce que nous allons essayer de faire en finissant, non sans déclarer hautement que ce n'est qu'un premier essai, sujet, il faut le craindre, à bien des objections.

Il semble qu'il faille considérer les premiers habitants de la vallée du Nil comme une population *nègre* dont on commence à retrouver des traces bien minimes encore. Disons seulement que sous la XIIe dynastie à Kahun et a Gurob on enterrait les enfants dans le sol même de la maison, ce qui rappelle la coutume fréquente chez les nègres de transformer du moins pour un certain temps la maison en tombe à la mort du propriétaire ou de l'un de ceux qui y habitent. Ces populations furent refoulées vers le centre de l'Afrique par l'arrivée de *libyens* auxquels il faudrait attribuer les tombes du premier type : cadavre intact, position embryonnaire (v. Hérodote à propos des Nasamons.) Ce même type de tombes se retrouve entre autres dans les dolmens de l'Algérie chez des peuples de même race. Des indices nombreux semblent indiquer sur ce fonds libyen une infiltration ou une invasion d'éléments *berbères* (les Anou ou Ananim ??) venus de la Syrie par l'isthme de Suez. Je pense que c'est d'eux que vient l'idée du démembrement du cadavre. Enfin les *Égyptiens pharaoniques*, partis de l'Arabie heureuse (Schweinfurth) franchissent la mer Rouge, et pénètrent en Égypte par l'Ouady Hammamat (de Qocéyr à Captos), — peut-être après une escale plus ou moins longue au pays de *Pount* (côte africaine de Souakim à Massouah). Ils combattent les populations qu'ils rencontrent, les refoulent ou les subjuguent et s'établissent

peu à peu dans la vallée du Nil, apportant l'idée de l'intégrité du cadavre comme principe fondamental de tous les rites funéraires. Cette idée finit par l'emporter, non sans de nombreuses concessions à l'ancienne coutume du décharnement (v. Deshasheh).

Cette lutte entre les deux principes est surtout intéressante à étudier dans la légende d'Osiris telle que les textes et le Pseudo-Plutarque nous permettent de la connaître. Il y a dans cette légende deux conceptions diamétralement opposées de la mort d'Osiris : dans l'une, le corps du dieu, enfermé dans un coffre, est jeté sur la côte de Syrie, à Byblos; il revient en Égypte engagé dans une colonne de bois. Set s'empare plus tard du corps, le dépèce et disperse les membres sur tout le pays : Isis les retrouve et en chaque endroit où l'un d'eux a été jeté, elle établit un tombeau renfermant le membre en question. C'est de là que dérive la coutume de dépecer le mort qui doit en tout être traité comme autrefois Osiris afin de devenir par là lui-même un Osiris. Le rôle joué dans cette forme de la légende par la côte syrienne pourrait bien indiquer l'origine de cette conception de la mort d'Osiris (V. aussi les remarques de Rougé, *Recherches sur les monuments qu'on peut attribuer aux 6 premières dynasties.* et de M. Pleyte, *Chapitres supplémentaires du livre des morts,* au sujet du culte des colonnes *An*, culte probable des *Ananin*).

L'autre légende d'Osiris nous raconte comment le dieu mis à mort fut embaumé par Isis aidée de plusieurs divinités, sans qu'il soit ici question de démembrement. Dans ce cas, pour expliquer les nombreux tombeaux du dieu on racontait qu'Isis dans le but de cacher à Set la véritable tombe avait enseveli dans différentes villes des statues d'Osiris. L'idée de l'intégrité du corps domine dans cette conception.

Ces deux idées luttèrent longtemps et sous l'ancien empire le mot *krs* exprimant l'ensevelissement peut être traduit, eu égard à son déterminatif par " *préparation des os* ".

Les rituels des diverses époques conservent des traces non équivoques de l'ancienne coutume et les textes où il est question du rassemblement des os sont connus de chacun. Inexpliquées précédemment, ces phrases sont devenues claires depuis les remarquables découvertes des dernières années. Espérons que les fouilles prochaines viendront encore apporter de nombreux éléments pour la solution de cet intéressant problème.

Quatrième section

Mardi 24 avril 1900. M. le Dr De Lantsheere présente à la section un malade atteint d'*arrachement partiel de l'iris avec cataracte,* à la suite d'un traumatisme par coup de fouet sur le globe oculaire.

L'intérêt du cas réside dans l'étendue de l'arrachement qui occupe la moitié de l'iris; celui-ci, étant libre de ses attaches, flotte sous forme de cordon dans la chambre antérieure de l'œil.

Le diagnostic au début n'était pas aisé à cause d'un épanchement de sang qui occupait la presque totalité de la chambre antérieure, ne laissant apercevoir dans le haut qu'une masse grisâtre qui en imposait au premier moment pour le bord du cristallin luxé. Cette masse était constituée par l'iris détaché, mais un peu soulevé : la disparition du sang permit seule de s'en assurer nettement.

Plus tard il s'est développé une cataracte, avec persistance de la perception lumineuse.

Il conviendra peut-être d'intervenir après la disparition complète des symptômes inflammatoires.

Les arrachements de l'iris se produisent à la suite d'une contusion de la sclérotique ou de la cornée au niveau ou près de l'insertion de l'iris.

Leur mécanisme n'est pas encore clairement établi : ou l'iris ne pouvant suivre les mouvements d'aplatissement du globe se détache, ou les muscles pupillaires par leur forte contraction agissent sur les insertions de l'iris.

Le R. P. Deschamps, S. J., docteur en médecine, présente quelques observations relatives à un cas d'avortement médical proposé par le Dr Th. Huyberechts et discuté dans la réunion précédente. Voici le résumé de ces observations.

Nous entendons par avortement toute opération entraînant nécessairement la mort du fœtus.

Principes. I. Il faut réprouver, comme essentiellement mauvaise: 1° toute action faite avec l'intention de provoquer un avortement; 2° toute action qui, de sa nature, ne tend pas à un autre effet direct et immédiat.

II. Une action qui, en même temps que l'effet utile directement et uniquement poursuivi, entraîne l'avortement comme conséquence, sera licite aux conditions suivantes :

1° L'effet utile que l'on poursuit doit être proportionné au dommage causé au fœtus;

2° Il doit être obtenu indépendamment de l'avortement en ce sens que l'avortement ne peut jamais servir de *moyen,* mais doit résulter de l'action posée en même temps que l'effet utile que l'on a en vue;

3° Cet effet utile ne doit pas pouvoir être obtenu autrement.

Il faut, dans la mesure du possible, assurer le baptême du fœtus. Les fœtus les plus petits doivent être baptisés sous condition, par immersion si on ne peut le faire autrement.

Application à l'enlèvement d'une tumeur ou à toute opération que l'on prévoit devoir être accompagnée d'avortement. — I. Cette opération sera illicite,

1° Si la tumeur ne met pas les jours de la mère en danger;

2° Si l'on pratique d'abord l'avortement comme moyen d'atteindre ensuite la tumeur;

3° Si l'on fait l'opération avant le moment où elle est jugée urgente, alors que l'on pourrait attendre que le fœtus soit suffisamment développé pour avoir certaines chances de vie.

II. L'opération sera licite si l'avortement est purement et simplement une conséquence — quoique prévue et nécessaire — de l'enlèvement d'une tumeur qui compromet l'existence de la mère, et si, en outre, l'enlèvement est effectué au moment où, sans grand danger, l'opération ne peut plus être reculée.

Celui qui pratique l'opération doit baptiser le fœtus ou le faire baptiser par une personne compétente.

III. *Application au cas particulier soumis à la section.* — Une femme enceinte de quatre mois est atteinte de tumeurs fibreuses multiples. La présence de ces tumeurs compromet l'issue de la

grossesse : elle expose à une fausse couche avec toutes les complications graves, résection placentaire, infection puerpérale. En supposant que la grossesse puisse arriver à terme, le nombre, la situation de ces tumeurs rendraient l'accouchement difficile, dangereux pour la mère et l'enfant. Ces tumeurs constituent d'ailleurs une situation dangereuse pour la mère.

L'opération radicale immédiate est illicite, si on peut la différer jusqu'au jour où on obtiendra un enfant ayant au moins quelques chances de vivre : sept mois, ou six mois avec couveuse.

Elle est licite s'il y a urgence.

M. le Dr Matagne fait une communication sur le *diagnostic de la syphilis.*

La syphilis est une des affections qui donnent le plus souvent lieu aux erreurs de diagnostic. Aussi je crois faire une œuvre utile en exposant le cas suivant, dont la nature est restée inconnue pendant plusieurs années.

Quand je vis pour la première fois cette malade, une femme de 46 ans, elle me montra tout d'abord son pied gauche fortement gonflé ; de chaque côté du pied deux fistules donnaient issue à un pus très fétide, la pression par place était douloureuse : le diagnostic semblait ne devoir présenter aucun doute ; il s'agissait d'une tumeur blanche du pied. Cette personne me montre ensuite sa poitrine dont toute la moitié droite, devant et derrière, est parsemée d'au moins vingt-cinq fistules, dont quelques-unes de très large dimension. Ces fistules s'étendaient fort loin sous la peau ; dans plusieurs la sonde pénétrait complètement ; je ne sentais cependant pas de rugosités sur la surface des côtes. Sous la clavicule du même côté en avant du creux de l'aisselle, existait une tumeur dure, du volume d'un œuf de pigeon. L'aspect général de la poitrine semblait imposer aussi bien que celui du pied, le diagnostic de tuberculose, bien que l'existence de la tumeur, qui n'avait pas l'apparence d'une glande tuberculeuse, pût laisser un doute à ce sujet.

Ayant ensuite interrogé cette personne sur le mode de début de sa maladie, elle me fit savoir que les premières manifestations qui attirèrent son attention dataient de plus de trois ans. Elle éprouvait à cette époque un obstacle à la défécation ; obstacle provoqué par plusieurs tumeurs siégeant au rectum.

En avril 1896, un chirurgien lui pratiqua une opération sur le fondement ; huit jours après une nouvelle intervention était nécessaire, suivie d'une troisième opération deux mois plus tard. A l'examen de la malade, je constate la cicatrice d'une suture au périnée et sur le coccyx. Une petite fistule peu profonde existait encore au milieu de la suture périnéale. A la marge de l'anus se montrait encore une petite tumeur de la grosseur d'une cerise, recouverte d'une muqueuse rouge vif.

Un an avant la première opération, une tumeur consécutive à une contusion, avait pris naissance à la poitrine, au milieu de la ligne axillaire et avait au moment de l'opération sur le rectum, le volume d'un œuf de poule. Après l'opération, cette tumeur prit rapidement des proportions très considérables, et en quelques semaines, elle avait atteint le volume d'une noix de coco, et poussait des prolongements dans tous les sens. Les opérateurs qui, sur les instances de la malade, avaient consenti à pratiquer l'ablation de cette tumeur, n'osèrent finalement s'y hasarder. Elle fut soumise dans la suite à un traitement par les caustiques, qui amenèrent l'ulcération et l'élimination de la plus grande partie de la tumeur. Au commencement de 1898, une tuméfaction considérable s'empara du pied gauche, suivie de la formation des fistules. Le foie était considérablement hypertrophié, ainsi que la rate. La malade était dans un état d'émaciation extrême ; son teint d'un jaune paille prononcé.

En présence de cet ensemble de symptômes et de cette suite de phénomènes, je crus pouvoir éliminer le diagnostic de cancer et celui de tuberculose. Pour le cancer, il n'y avait plus d'hésitation possible ; quant à la tuberculose, le mode d'origine de la tumeur pectorale, l'état de bonne santé des poumons, l'historique de l'affection rectale, me paraissent devoir éliminer ce diagnostic ; une seule maladie pouvait, me semble-t-il, expliquer l'ensemble de phénomènes que présentait et qu'avait présenté cette malade : la syphilis ; les tumeurs du rectum, ainsi que celle de la poitrine ne pouvaient être que des gommes ; l'affection du pied ne pouvait être que gommeuse et réaliser ce que l'on a appelé en clinique la tumeur blanche syphilitique.

Je prescrivis aussitôt à la malade un traitement antisyphilitique intensif, l'iodure de potassium, 5 grammes par jour, et des pilules au

protoiodure de mercure, 6 centigrammes par jour; des compresses de sublimé sur toutes les plaies. Au bout de 15 jours toute suppuration avait cessé à la poitrine, et après un mois, toutes les fistules pectorales étaient cicatrisées. Le pied jusqu'alors semblait ne pas vouloir changer; la suppuration augmentait plutôt, lorsque je vis la tuméfaction prendre des proportions plus considérables; la suppuration du côté interne cessa presque complètement, les douleurs devinrent très vives, et cessèrent brusquement après l'issue d'un os que je reconnus être le scaphoïde, gangrené et ulcéré. A partir de ce moment, toute douleur cessa dans le pied, la suppuration s'atténua petit à petit, et après six mois de traitement, le pied était guéri. La tumeur située au-dessous de la clavicule se montra très rebelle; elle n'a diminué que des deux tiers. Le volume du foie et de la rate, qui pendant le traitement avaient augmenté, ont fini par diminuer également et continuent encore maintenant, malgré l'absence de tout traitement, à diminuer graduellement. La petite tumeur de l'anus, quoique fort réduite, existe toujours. L'état de santé générale de cette malade, que j'avais trouvée dans le marasme, est maintenant très bon, sa mine excellente.

Avant de terminer, j'ajouterai quelques mots au sujet des incidents qui se produisirent au cours du traitement. Le protoiodure de mercure ne fut pas toléré par la malade; il provoquait des vomissements, de la diarrhée et des coliques des plus douloureuses. Après trois semaines, je le remplaçai par des frictions à l'onguent mercuriel faites sur le ventre, d'abord tous les jours, puis tous les deux jours. Ce traitement put être suivi pendant un an, avec deux ou trois interruptions de quelques jours. Après une année surgirent quelques accidents qui m'obligèrent à interrompre l'administration de l'iodure de mercure. Ce furent d'abord des hémorragies utérines, puis des épistaxis très abondantes, et même un ictus apoplectique dont la malade fut d'ailleurs remise après 24 heures. A différentes reprises se sont manifestées également des coliques très vives avec douleurs poignantes dans la région du foie, suivies chaque fois de vomissements extrêmement abondants, plus de deux litres de bile verte. Ces derniers phénomènes étaient chaque fois suivis d'une diminution très marquée du volume du foie.

Ce qui put encore jusqu'à un certain point confirmer le diagnostic, c'était l'état de santé du mari, qui commençait à cette époque une paralysie générale et qui est actuellement colloqué.

Le Dr Swolfs traite d'un cas de *Railway Spine.* Cette communication sera publiée ultérieurement.

La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus.

Président : M. le Prof. Heymans.
Vice-Présidents : M. le Dr Th. Huyberechts.
M. le Dr De Launois.
Secrétaire : M. le Dr De Lantsheere.

Cinquième section

Mercredi 25 avril 1900. M. le Professeur Leplae fait une communication sur l'*emploi des machines en agriculture* et s'occupe du problème inquiétant de la main-d'œuvre agricole. Suit un échange d'observations présentées par MM. Van der Smissen, Léon Joly et Armand Julin, et en conclusion de cette conférence, la section décide de mettre au concours la question suivante :

Des moyens de remédier en Belgique à l'émigration croissante des ouvriers des campagnes vers les villes et les centres industriels.

Les mémoires envoyés en réponse à cette question devront être adressés au Secrétariat, 11, rue des Récollets, Louvain, avant le 1er octobre 1901. Les mémoires en réponse à la question proposée en 1899 (Annales, t. XXIII, p. xvii ou t. XXIV, p. 10) peuvent être envoyés à la même adresse jusqu'au 1er octobre 1900.

La section procède au renouvellement de son bureau pour l'année 1900-1901. Il est constitué comme suit :

Président d'honneur : le Cte François van der Straten-Ponthoz;
Président : M. Ernest Dubois;
Vice-Présidents : M. Léon Joly;
M. Edmond Leplae;
Secrétaire : M. Alfred Nerincx.

ASSEMBLÉES GÉNÉRALES

I

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MARDI 24 AVRIL 1900

La séance s'ouvre à 2 h. 1/2 à l'hôtel Ravenstein, sous la présidence de M. L. De Lantsheere, vice-président.

M. P. Mansion, secrétaire général, fait le rapport sur les travaux de la Société pendant l'année 1899-1900. En voici le résumé.

Publications. Pendant l'année qui vient de s'écouler, la Société scientifique de Bruxelles a achevé la publication du tome XXIII de ses Annales; de plus, elle a fait paraître un fascicule du tome XXIV qui correspond à l'année courante et quatre livraisons de la Revue des Questions scientifiques (avril, juillet, octobre 1899, janvier 1900).

I. Outre un grand nombre de notes moins étendues, le tome XXIII des Annales contient quelques mémoires, dont je crois utile de rappeler les titres : *Étude sur les procédés de simplification des calculs,* par M. Goedseels; *Flore fossile de Gergovie,* de M. le chanoine Boulay; *De la polyadénite aiguë dite fièvre ganglionnaire,* par M. Faidherbe, et enfin l'intéressant *Rapport* de M. Nerincx, *sur les travaux de la cinquième section depuis 1876.* Ces Mémoires ainsi que les autres communications originales de nos membres assurent une valeur durable au volume XXIII de nos Annales. Voici, au reste, comment les cinq sections se sont partagé approximativement les pages de ce recueil :

Ire, 85 pages; IIe 55 pages; IIIe, 110 pages; IVe, 65 pages; Ve, 50 pages.

Comme je le dirai tantôt à propos de la Revue des Questions scientifiques, plusieurs mémoires relatifs aux sciences physiques, naturelles, médicales ou sociales, qui auraient pu prendre place dans ce volume, ont été insérés dans la Revue, parce qu'ils pouvaient intéresser le grand public.

Le fascicule I du tome XXIV hélas, a paru plus tard qu'il n'eut fallu, c'est-à-dire trois mois après la séance de novembre.

Le fascicule II, relatif à notre session de janvier, est sous presse. Comme d'ordinaire, ce sont nos collaborateurs belges qui, malgré nos appels et réappels, nous ont envoyé leurs communications longtemps après le terme réglemenlaire. Je les exhorte de nouveau à être plus exacts à l'avenir dans l'intérêt de notre œuvre : il serait si facile à chaque auteur, semble-t-il, de remettre au secrétaire de sa section, les communications qui peuvent être imprimées immédiatement, sans devoir être soumises à des commissaires.

II. Les livraisons trimestrielles de la Revue des Questions scientifiques ont paru avec leur régularité habituelle, en avril, juillet, octobre 1899 et en janvier 1900.

Comme les années précédentes, on peut en classer les articles principaux en six grandes sections consacrées respectivement aux sciences mathématiques, physiques, naturelles, médicales et économiques, ou enfin aux questions de science générale, là où elle confine à la philosophie proprement dite.

a) 1. *R. P. J. Thirion.* Pour l'Astronomie grecque.

2. *E. Pasquier.* De la nomographie et de la nécessité de l'introduire dans l'enseignement.

3. *R. P. V. Meurs.* Les étoiles. Leur distance à la Terre, leur nombre, leur distribution dans l'espace.

4. *E. Goedseels.* Étude sur les erreurs d'observation.

5. *R. J.* Les Léonides.

b) 6. *R. P. M. Dechevrens.* Les variations de la température de l'air dans les tourbillons atmosphériques et leur véritable cause. *J. Vincent.* Réclamation de priorité. *R. P. M. Dechevrens.* Réponse.

7. *R. P. V. Schaffers.* L'exploration de l'atmosphère.

8. *G. Van der Mensbrugghe.* Sur les effets mécaniques produits par l'élasticité de l'eau.

9. *J. T.* Robert Boyle.

10. *G. Van der Mensbrugghe.* Sur une expérience d'hydrodynamique de M. J. P. Plateau. Historique et théorie nouvelle.

11. *P. Duhem.* L'œuvre de M. J. Van 't Hoff.

12. *G. Van der Mensbrugghe.* Le centenaire de l'Institution royale de la Grande-Bretagne.

c) 13. *J. H. Fabre.* Les Rhynchites.

14. *E. Beauvois.* Les blancs précolombiens figurés et décrits dans les plus anciens documents du Mexique et de l'Amérique centrale.

15. *A. de Lapparent.* Le granite.

16. *R. P. J. Van den Gheyn.* L'homme dans l'antiquité et dans le présent d'après un récent ouvrage de M. Keane.

17. *R. P. G. Hahn.* J. B. Carnoy.

d) 18. *Dr De Moor.* La responsabilité des épileptiques en justice.

19. *Dr Surbled.* Hallucination.

20. *J. B. André.* Les boissons spiritueuses au point de vue de l'hygiène.

21. *Drs Van Hoestenberghe, Royer et Deschamps.* Récit et étude d'une guérison subite de fracture.

22. *M. Henseval.* Les microbes du lait. Microbes pathogènes et microbes utiles.

e) 23. *Dr X. Francotte.* L'alcoolisme au point de vue de ses conséquences sociales.

24. *O. Pyfferoen.* La crise de la petite bourgeoisie.

25. *G. Vanden Bossche.* L'impôt sur les successions en Angleterre, en France et en Belgique.

26. *A. Nerincx.* L'assurance officielle contre l'incendie en Allemagne.

27. *A. D.* L'Université de Louvain.

f) 28. *R. P. G. Hahn.* L'âme, la matière et la conservation de l'énergie.

29. G. *Lechalas.* La lumière et la théorie des couleurs.

30. *J. J. Van Biervliet.* L'envers de la joie et de la tristesse.

31. *L. S.* A propos du libre arbitre.

Outre ces articles étendus, on trouve dans la Revue des comptes rendus de plus de soixante ouvrages et des revues de nombreux recueils périodiques relatifs à toutes les sciences dont s'occupe la Société : Mathématiques, astronomie, physique, climatologie,

chimie, art de l'ingénieur, minéralogie, géologie, botanique, zoologie, paléontologie, anthropologie, ethnographie, linguistique, hygiène, sciences sociales, agriculture, cosmologie, apologétique. Plusieurs de ces comptes rendus ou analyses sont de vraies études dignes de figurer dans des revues spéciales, par exemple, la notice consacrée par le R. P. Lucas à l'interrupteur électrolytique Wehnelt, celle de M. Pasquier à un livre récent sur la détermination des orbites, et d'autres encore.

La Revue reste donc digne de son passé et pourquoi ne le dirions-nous pas, sur certains sujets, elle ne peut être remplacée par aucune autre : où trouvera-t-on un article aussi original, aussi solidement documenté que celui des docteurs Van Hoestenberghe, Royer et Deschamps sur *une guérison subite de fracture,* ou, dans un ordre moins élevé, que l'étude de J. H. Fabre *sur les Rhynchites?*

Sessions. A la session de Pâques 1899, nous avons entendu successivement comme conférenciers MM. Van Biervliet, de Lapparent, Vanderlinden, à celle de janvier 1900, le R. P. Lucas. M. Van Biervliet nous a parlé de l'*Envers de la joie et de la tristesse;* il s'est efforcé de nous expliquer le mécanisme probable des réactions sensibles qui accompagnent ces émotions de l'âme et, pour finir, nous a donné la recette de la cure du bonheur, l'optimisme du cœur et de l'esprit. M. de Lapparent, dans sa conférence sur le *granite,* nous a fait croire, à nous profanes, grâce à son exposition limpide et imagée, que nous comprenions tous les mystères de l'origine à la fois plutonienne et neptunienne de cette roche fondamentale par excellence. La causerie de M. Vanderlinden, avec plans et diagrammes à l'appui, sur *les travaux d'entrée des ports,* nous a initié aux constructions gigantesques au moyen desquelles le génie de l'homme lutte contre la redoutable puissance de la mer et parvient à en triompher. Dans sa conférence avec projections lumineuses, *sur la photographie des couleurs,* à force d'ingéniosité, le R. P. Lucas est parvenu, d'abord à nous exposer le principe du procédé interférentiel de Lippmann, cette superbe vérification de la théorie ondulatoire de Fresnel; puis, après cette leçon de haute optique, parfois un peu trop haute même, il nous a montré, spéculativement, pour les yeux de l'esprit,

et pratiquement pour les yeux du corps, les magnifiques photographies des couleurs obtenues par les méthodes indirectes.

En novembre, pour la première fois, la Société scientifique de Bruxelles franchissait la frontière : elle s'en allait tenir sa session d'automne à Lille.

La section de médecine, qui avait eu l'initiative de cette innovation, fut reçue dans la grande cité du Nord avec une amabilité toute française, par M. Calmette, le savant directeur de l'Institut Pasteur. M. Calmette ne se contenta pas de montrer à nos confrères ce grand établissement scientifique, mais en outre, il leur fit une vraie conférence-causerie sur la peste, son microbe et le sérum antipesteux. Le lendemain, la section de médecine visita et admira les installations scientifiques, cliniques et hospitalières de la Faculté de médecine de l'Université catholique de Lille, toutes des créations de l'initiative privée. C'est à l'Université catholique aussi que les autres sections ont reçu l'hospitalité et tenu leurs séances particulières. L'assemblée générale eut lieu dans un des amphithéâtres de l'Université catholique sous la présidence d'honneur de Mgr Baunard, l'éminent recteur de Lille et la présidence M. Ch. Lagasse-de Locht : Mgr Baunard et M. Lagasse échangèrent à cette occasion des paroles élevées sur la mission providentielle de la France, sur la catholicité de la science, sur l'alliance naturelle de la foi et de la raison, ces deux sœurs, qui cherchent l'une et l'autre, dans les faits, « les traces de l'éternelle Bonté sur les chemins si variés de la nature, jusque dans les avenues mystérieuses de l'ordre surnaturel ». M. Denys, le savant professeur de Louvain, fit ensuite une conférence savante et originale sur les *Essais de traitement de la tuberculose par des produits du bacille,* où il mettait pour la première fois, sous les yeux du grand public, les résultats si remarquables obtenus par lui dans sa lutte contre la redoutable maladie.

Je viens d'esquisser l'histoire officielle de notre visite à Lille et j'adresse encore une fois, à cette occasion, l'expression de notre vive gratitude à nos confrères de France qui l'ont organisée, en particulier, à Mgr Baunard, à MM. Witz, Boulay, Desplats, Béchaux, sans oublier M. Calmette. Mais comment vous dire le charme des agapes fraternelles qui précédèrent et préparèrent les séances scientifiques ? Tous ceux qui ont pu y assister en garderont toujours le meilleur souvenir.

Etat actuel de la Société. Depuis la session de Pâques 1899, nous avons 32 nouveaux membres, parmi lesquels nous sommes heureux de pouvoir nommer Son Excellence le Nonce apostolique près Sa Majesté le Roi des Belges. Mgr Granito di Belmonte, archevêque d'Édesse, nous a autorisés, comme ses éminents prédécesseurs, NN. SS. Vannutelli, Ferrata, Nava di Bontife, Rinaldini, à l'inscrire dans la liste de nos membres fondateurs. Nous le remercions d'autant plus vivement de l'honneur qu'il a fait ainsi à la *Société scientifique* que nous y voyons un gage de la protection spéciale du Saint-Siège dont il est le représentant parmi nous.

La mort et des démissions trop nombreuses, hélas, nous ont fait perdre vingt membres pendant l'année écoulée. Parmi les morts, il en est trois que je ne puis passer sous silence; le R. P. Bareel, S. J., enlevé prématurément à ses frères en religion et dont les premiers travaux semblaient annoncer un futur physicien; M. de Marbais, agronome, professeur et conférencier distingué, dont plusieurs d'entre nous se rappellent l'éloquence primesautière, faite de science, d'humour et de bon sens; enfin, et pardessus tout, Mgr de Harlez, l'éminent orientaliste qui a été pendant tant d'années la gloire de l'Université de Louvain. Il a publié une centaine de livres et de mémoires étendus sur les langues, les philosophies ou les religions de l'Asie qui attestent l'étendue de ses connaissances et sa prodigieuse facilité à s'assimiler les idiomes les plus divers. A son érudition immense s'alliait un sincère dévouement aux âmes, l'amour des petits et des pauvres et la plus profonde piété. Mgr de Harlez restera l'une des plus pures gloires de la Belgique catholique et savante, dans la seconde moitié du XIXe siècle.

Distinctions. Le prix décennal des sciences physiques et chimiques pendant la période 1889-1898 a été décerné à l'unanimité à notre confrère M. Louis Henry, professeur à l'Université de Louvain; ajoutons que le jury a exprimé le regret, également à l'unanimité, de ne pouvoir partager le prix décennal entre l'œuvre de M. L. Henry et celle d'un autre de nos confrères les plus zélés, M. Gustave Van der Mensbrugghe, dont l'importance était, à son avis, bien près d'égaler celle des travaux du lauréat. Tout récem-

ment M. Henry a été nommé membre de l'Académie des sciences de Copenhague. M. Van der Mensbrugghe, de son côté, a été nommé membre honoraire de l'Institution royale de Londres, à l'occasion du centenaire de cette illustre association.

L'Académie des sciences naturelles de Philadelphie a conféré la médaille de la fondation Hayden, pour 1899, à M. G. Dewalque, en reconnaissance de la haute valeur de ses publications géologiques.

Mgr Mercier et M. Bruylants, tous deux professeurs à l'Université catholique de Louvain, ont été élus, le premier Correspondant de la classe des sciences morales et politiques de Belgique, le second de l'Académie royale de médecine.

Enfin, le 4 décembre dernier, M. Georges Lemoine, professeur à l'École Polytechnique, a été élu membre de l'Académie des sciences de Paris, dans la section de chimie, en remplacement de M. Friedel.

Nous adressons à nos confrères nos meilleures félicitations au nom de la *Société scientifique de Bruxelles ;* nous les adressons, en particulier, à M. Lemoine, qui fut notre président pendant l'année où le R. P. Carbonnelle nous fut enlevé; avec notre président actuel, comme premier lieutenant, M. Lemoine nous fit traverser sans encombre, grâce à son dévouement et à celui de M. Lagasse, les difficultés où notre Société faillit sombrer.

La parole est ensuite donnée à M. Witz, professeur aux Facultés catholiques de Lille, pour sa Conférence sur les *Victimes de l'électricité* .On la trouvera dans la livraison d'avril 1900 de la Revue des Questions scientifiques. Un résumé en a été donné aux pages 62 et 63 de la première partie de ce volume XXIV des Annales.

II

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU MERCREDI 25 AVRIL 1900

La séance s'ouvre à 2 h. 1/2, à l'hôtel Ravenstein, sous la présidence de M. Lagasse-de Locht, président.

M. le chanoine Delvigne donne lecture du rapport de M. le marquis de Beaucourt sur la *Société bibliographique de Paris :*

La *Société scientifique de Bruxelles* a fait à la *Société bibliographique* l'honneur de l'inscrire à l'ordre du jour de l'une de ses réunions. Nous venons répondre à son appel et l'entretenir brièvement de nos travaux.

Notre assemblée générale de 1899 a été tenue le 16 mai, sous la présidence de M. Lerolle, député de Paris, l'éloquent défenseur de nos libertés religieuses, et M. Godefroid Kurth nous avait envoyé un résumé des travaux de la *Société scientifique de Bruxelles.*

Le président de la Société, en présentant son rapport annuel, a rendu un hommage spécial à la mémoire de notre regretté secrétaire général, le comte de Bizemont, enlevé prématurément à son fécond apostolat. « Dieu, a-t-il dit, Dieu nous avait donné, dans les secrétaires généraux de notre Société, d'incomparables auxiliaires : René de Saint-Mauris, Henri de Bizemont ! Qui pourrait vous oublier ? Qui ne ressentirait des regrets amers au souvenir de tant de rares qualités mises au service d'une œuvre de foi, d'une œuvre de science ? Dure et cruelle épreuve pour ceux qui survivent et se voient privés de concours si précieux, de conseils si éclairés, de tels dévouements ! Adorons la main qui, à deux reprises, à seize ans d'intervalle, nous a frappés, alors que nous pouvions attendre de nos chers défunts de longs et féconds services. Mais bénissons-la aussi, cette Providence divine, de leur avoir donné, avant le temps, la récompense de si hautes vertus en les appelant à la vie éternelle, et efforçons-nous d'être dignes de les suivre quand, après avoir rempli notre tâche ici-bas, sonnera pour nous l'heure de paraître devant Dieu ! »

M. Lerolle a fait, dans son discours, un chaleureux appel à l'action. « Le péril de notre temps est moins dans l'audace du mal que dans l'inertie de ceux qui pourraient le combattre. Et cette faiblesse coupable s'accuse de mille façons, jusque dans la tiédeur de nos indignations en présence des droits chaque jour isolés, des outrages répandus sur tout ce que nous devons respecter. » Il a fait aussi appel à l'étude : « Le grand service que nous a rendu la *Société bibliographique*, c'est de nous exciter à l'étude, en nous donnant ces méthodes et ces moyens de travail que nous trouvons dans ses publications et dans ses catalogues. Ainsi elle a contribué à affermir nos convictions, à rendre notre pensée plus sûre, notre

volonté plus ferme, et par conséquent à rendre meilleure, plus raisonnée et plus féconde notre action. „ Il a loué la *Société bibliographique* de ce qu'elle fait pour la diffusion des publications populaires, pour la propagande au moyen des bibliothèques roulantes, par les dons de livres de prix aux écoles libres, " réparant ainsi une des plus monstrueuses injustices de notre temps, qui met en dehors de toute participation au budget de l'instruction publique des milliers d'enfants parce qu'ils commettent le crime d'être élevés selon la libre volonté des parents „. Il a montré le rôle utile rempli par la *Société bibliographique* en fournissant les éléments et aussi les documents pour les conférences populaires, pour cette propagande par la parole dont il est lui-même un des plus vaillants et des plus éloquents auxiliaires, et il a convié la Société à former des dossiers " contenant la thèse à soutenir, l'objection à prévoir, les arguments par lesquels on répondra à l'objection, et surtout tous ces petits faits d'actualité qui rendent si vivante la parole. „ Il a conclu ainsi : " Travaillons! travaillons! travaillons avec force, travaillons avec une inaltérable confiance. L'avenir est à nous si nous le voulons. Votre effort, aujourd'hui, c'est le devoir, c'est l'espérance; demain il sera la vérité triomphante, et, par elle, la France sera sauvée! „

Le 28 mai a eu lieu la bénédiction du nouveau local où la *Société bibliographique* s'est installée, au n° 35 de la rue de Grenelle, près du Comité catholique et de la Société d'éducation et d'enseignement, où elle se trouvait près d'anciens et illustres confrères et amis, M. Chesnelong, bientôt ravi à notre vénération, et M. Keller. Le distingué curé de Saint-Thomas d'Aquin, qui présidait à cette cérémonie, a prononcé une chaleureuse allocution : " Vous avez à lutter, a-t-il dit, avec tous les éléments déchaînés contre vous : le vent des mauvaises doctrines, la tempête des journaux, des revues et des livres irréligieux ou obscènes; puis ce flot de romans qui flattent la sensualité, excitent la curiosité, déchaînent toutes les passions malsaines du cœur humain. Ce n'est pas tout, vous avez contre vous la propagande systématique, le colportage organisé, les bibliothèques officielles ou officieuses de la Franc-maçonnerie, où la morale est sapée par la base, la vertu et l'honneur flétris par le ridicule, la religion ébranlée par le doute ou le sophisme : comment résister à tant d'influences délétères? C'est

bien là cet empoisonnement moral qui envahit tout l'organisme social, qui s'attaque à toutes ses facultés, qui désagrège, corrompt, et conduit fatalement à la mort; c'est l'influenza de l'esprit et du cœur, c'est la démoralisation, individuelle ou sociale, par le mauvais livre. Or, le mauvais livre, dit le P. Lacordaire, c'est le souffle du démon. »

Cette lutte, la *Société bibliographique* l'a poursuivie avec activité, par les multiples dons de livres de lecture, de livres de prix, de brochures, d'almanachs, par le renouvellement de ses deux cents dépôts de livres dans les bibliothèques roulantes de Paris et de la banlieue, par l'envoi de ses bibliothèques par abonnement, composés de 25 ou de 50 volumes choisis avec soin.

Elle l'a poursuivie en procédant à l'examen de nombreux ouvrages destinés aux lectures populaires, enrichissant ainsi ses catalogues, et les portant du chiffre de 5896 ouvrages inscrits depuis trente ans sur ces listes, au chiffre de 6050.

Elle l'a poursuivie par la publication de son Almanach du bon français, répandu à plusieurs milliers d'exemplaires, et en donnant, sur la demande de l'auteur, son patronage à l'excellente brochure de notre confrère M. Fénelon Gibon, secrétaire de la Société d'éducation et d'enseignement, dont cinquante mille exemplaires ont déjà été écoulés, et dont l'auteur fait en ce moment un nouveau tirage au même nombre.

Sur le terrain scientifique, les deux revues qui sont publiées sous le patronage de la Société ont poursuivi leur publication avec le même succès: le POLYBIBLION, REVUE BIBLIOGRAPHIQUE UNIVERSELLE, qui en est à son quatre-vingt-dixième volume et à sa trente-troisième année d'existence; la REVUE DES QUESTIONS HISTORIQUES, qui en est à son soixante-cinquième volume et à sa trente-cinquième année d'existence.

Le BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ BIBLIOGRAPHIQUE a, depuis plusieurs années, été rendu encore plus intéressant par l'adjonction d'une *chronique,* relatant tous les faits concernant les sociétaires : nécrologie, publications, conférences, prix décernés aux académies, distinctions honorifiques, etc., et qui publie, avec des articles divers, une correspondance bibliographique, des notices sur les ouvrages adressés par la section des publications populaires, et une bibliographie des gens du monde indiquant les ouvrages nouveaux

de nature à intéresser nos sociétaires, sous les rubriques : *Théologie, jurisprudence, sciences et arts, littérature, histoire, questions du jour.*

Trois nouveaux membres, entrés dans le Conseil de la Société en mai 1899, sont venus lui apporter le précieux concours de leur science, de leur expérience, de leur dévouement au bien : M. le chanoine Pisani, le si distingué auxiliaire de Mgr d'Hulst à l'Université catholique de Paris, où il occupait une chaire, et où il est encore professeur honoraire; M. le comte Christian de Kergorlay, ancien ministre plénipotentiaire, et M. Gabriel Martin, le coopérateur infatigable de tant d'œuvres où il prodigue les trésors de ses lumières et de son zèle apostolique. Lors de notre dernière assemblée générale, le vénéré comte de Lambel, l'admirable apôtre de la charité, a été nommé vice-président de la Société, et le comte Amédée de Bourmont, archiviste-paléographe, et depuis longtemps membre du Conseil et archiviste-bibliothécaire, a été promu à la charge de secrétaire général; enfin M. Gabriel Ledos, sous-bibliothécaire à la Bibliothèque nationale, qui avait si largement contribué, comme secrétaire général, au succès du Congrès bibliographique international de 1898, a été appelé aux fonctions d'archiviste-bibliothécaire.

Les travaux de ce Congrès, qui remplissent deux forts volumes grand in-8°, viennent d'être mis à la disposition des membres du Congrès et du public savant, qui y puiseront les données les plus variées et les plus précieuses sur le mouvement scientifique et littéraire, sur la production et la diffusion des publications populaires, sur les progrès de la science bibliographique proprement dite, enfin sur l'action et le développement de notre Société bibliographique durant la période décennale écoulée de 1888 à 1898. On se rappelle qu'il y a vingt ans que la Société, sur l'initiative de notre regretté confrère Léon Gautier, inaugura ce grand Congrès décennal, et le compte rendu que nous publions est le troisième offrant le tableau du mouvement intellectuel dans toutes ses branches.

Dans son local de la rue de Grenelle, la Société a, indépendamment de sa bibliothèque, où l'on trouve un choix d'ouvrages bibliographiques, de répertoires, de dictionnaires, etc., enfin des collections de Revues, un salon de lecture, où, moyennant une

faible cotisation, indépendante de celle de sociétaire, ses membres peuvent se retrouver et nouer des relations utiles au but qu'ils poursuivent. On y trouve de très nombreux recueils périodiques reçus par la Société en échange du POLYBIBLION, et aussi les principaux journaux politiques. La Belgique y est représentée par le COURRIER DE BRUXELLES et le BIEN PUBLIC. Les revues belges que reçoit la Société sont les suivantes : ANNALES DE L'ACADÉMIE D'ARCHÉOLOGIE. BULLETIN DE LA SOCIETÉ BELGE DE GÉOGRAPHIE, BULLETIN DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS, BULLETIN DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE BIBLIOGRAPHIE, DIETSCHE WARANDE, MISSIONS BELGES DE LA COMPAGNIE DE JÉSUS, le MUSÉON, MUSÉE BELGE, REVUE BELGE DE NUMISMATIQUE, REVUE BÉNÉDICTINE, REVUE DE BELGIQUE, REVUE DE DROIT INTERNATIONAL ET DE LÉGISLATION COMPARÉE, REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES, REVUE GÉNÉRALE, REVUE NÉO-SCOLASTIQUE.

Dans l'impossibilité où se trouvait la Société de se donner le luxe d'un local assez vaste pour y conserver de très nombreuses collections de Revues, la Société a cru faire une œuvre utile en en faisant bénéficier l'Université catholique, où ces collections ont été, cette année, installées dans une salle spéciale, sous son nom. Mais elle a conservé, au profit de ses sociétaires, non seulement le droit de les consulter, mais celui de les prêter, tant aux membres résidant à Paris qu'à ceux qui habitent la province, dans des conditions de nombre et de durée déterminées. La Société n'a conservé, à la rue de Grenelle, qu'un certain nombre de collections; pour les autres, au bout d'une période fixée, elles sont versées à l'Université catholique.

Tel est le tableau, en raccourci, de la vie de notre Société depuis un an. Nous espérons bien ouvrir des voies nouvelles, et poursuivre résolument, sur le terrain scientifique, comme sur le terrain populaire, avec l'aide de Dieu, la mission que nous avons entreprise il y a trente-deux ans, et qui n'a rien perdu de son importance et de son actualité.

Le Père Delattre, S. J., fait ensuite une Conférence sur la *Civilisation assyrio-babylonienne*. Elle est reproduite in extenso dans la livraison de juillet 1900 de la REVUE DES QUESTIONS SCIENTIFIQUES. En voici le résumé :

Le P. Delattre trace le tableau de la civilisation babylonienne et de la civilisation assyrienne, deux civilisations qui n'en font qu'une, et dont la seconde dérive de la première. Il met en relief les perfections de cette civilisation, sans en dissimuler les défauts.

Une religion, la plus coûteuse, la plus superstitieuse qu'il y ait eu, et profondément immorale comme tous les paganismes, une insatiable cupidité qui fait des Assyriens et puis des Babyloniens, durant sept siècles, le fléau de l'Asie occidentale, voilà le vilain côté des deux peuples.

Les Babyloniens et les Ninivites sont d'ailleurs policés. La civilisation des Babyloniens est très originale. Ils en ont créé, sans modèle, le principal instrument, leur écriture; ils ont fait de celle-ci un usage qui paraît merveilleux, quand on considère combien elle est compliquée; elle intervient dans toutes les manifestations de la vie assyrio-babylonienne, dans les plus vulgaires comme dans les plus hautes. — Les Babyloniens tinrent leur chronologie à jour durant environ trois mille ans. Ils semblent avoir fait quelque progrès dans les sciences naturelles. Ils ont certainement créé l'astronomie, et l'ont poussée plus loin qu'aucun autre peuple de l'antiquité.

Ils ont créé et fertilisé leur sol par de gigantesques travaux hydrauliques. Ils furent, comme les Assyriens aussi, un peuple commerçant et très soigneux de ses affaires, comme le prouve une infinité, non pas de papiers, mais de tablettes d'affaires, qu'ils nous ont laissées. Au XVIIe siècle avant notre ère, on voit déjà les caravanes marchandes de Babylone et de Ninive fréquenter la Phénicie et l'Égypte.

Les Assyrio-Babyloniens aimaient la vie élégante et les splendeurs de l'art. Les merveilles de leurs temples et de leurs palais, l'éclat de leurs nombreuses villes, le luxe de costumes et d'armures qu'ils étalaient à la guerre, fascinaient les peuples, qui n'en trouvèrent pas moins leur joug incommode et applaudirent à leur ruine.

Toast prononcé par M. Lagasse-de Locht, président de la Société scientifique, au Banquet du mercredi 25 avril 1900

MESSIEURS ET CHERS COLLÈGUES,

A la santé de deux hommes immortels :

S. S. Léon XIII et S. M. Léopold II !

Les circonstances n'ont pas permis, jusqu'à cette heure, que leurs noms illustres soient inscrits en tête de la liste des membres de la *Société scientifique de Bruxelles* et, peut-être, en essayant d'obtenir cette collaboration directe manquerions-nous aux règles d'une discrète diplomatie.

Cependant, Léon XIII et Léopold II appartiennent, j'ose le dire, d'esprit et d'âme, à la *Société scientifique de Bruxelles.*

L'un et l'autre sont des savants qui croient en Dieu et qui, contrairement à une mauvaise habitude toute récente, ne craignent pas d'invoquer publiquement et solennellement le nom de Dieu tout-puissant, Maître des sciences.

L'un et l'autre pratiquent notre religion catholique, apostolique et romaine, la plus scientifique qui soit, parce qu'elle a pour fondements terrestres, les faits de la psychologie, ceux de l'histoire objective, tous ceux que découvre, dans la suite des temps, l'observation profonde et précise de la nature humaine.

Léon XIII et Léopold II sont doués de l'esprit scientifique, plus rare qu'on ne le pense même chez certains savants. S'ils ne sont pas des professionnels de la Science, ils la servent en réalité avec indépendance et avec succès.

Avec indépendance, parce que l'esprit scientifique sincère, qui les distingue, les élève tout naturellement au-dessus des coteries scientifiques.

Avec succès, parce que ces deux maîtres ont compris, chacun dans sa sphère, ce qu'il fallait donner à l'humanité contemporaine pour lui assurer un avenir meilleur.

Léopold II, patriote belge, se fait, vis-à-vis des grandes Puissances, le champion à la fois de l'indépendance de notre vie politique et de l'extension de notre vie commerciale et industrielle.

Réfléchissons-y : un homme, sans esprit et sans méthode scientifiques, fût-il encore beaucoup plus intelligent que notre Souverain de génie, n'eût point ainsi rempli son devoir. Il n'en eût pas développé la conception fondamentale déjà ancienne, inspirée par de nombreux et longs voyages d'observation. Il n'eût pas dressé ce vaste plan qui embrasse plusieurs parties du monde, qui s'applique à chacune d'elles avec des modalités différentes, conformes à la nature, finement observée, et des choses et des hommes *(Vifs applaudissements).*

Et Léon XIII ? A-t-il hésité à nous rappeler que, sans la philosophie de saint Thomas d'Aquin, la raison des savants manquait de la boussole indispensable aux voyages d'exploration ?

A-t-il craint d'allumer le phare de l'Union des Églises, dont les feux vifs, à lointaine portée, ramèneront un jour aux rives de la patrie tant d'âmes anxieuses, ici ballottées sur l'océan de la révolte protestante, là-bas enlisées dans les marécages de la désobéissance schismatique ?

A-t-il été toujours bien compris quand, au frontispice de la célèbre encyclique *De conditione opificum*, afin que personne ne s'y trompât, il a gravé, pour les siècles, la plus complète et la plus belle démonstration de la propriété individuelle ?

N'a-t-il pas souligné, d'une façon particulière, au cours de l'encyclique sur l'Unité de l'Église, la science des faits, *scientia rei gestæ ?*

Quels succès ! Quelle autorité incontestée ! Quelle influence jusque sur le monde politique ! Quelle vie merveilleuse aux yeux des hommes et du Père céleste !

Léon XIII et Léopold II mériteraient d'être les protecteurs de la *Société scientifique de Bruxelles.* Leurs œuvres seront applaudies par nos arrière-neveux comme elles le sont par nous-mêmes.

Nous avons, en outre, Messieurs et chers collègues, le privilège de boire à leur santé, nous écriant de tout notre cœur, de toutes nos forces et d'une voix unanime :

Vive Léopold II notre Roi, toujours !

Vive Léon XIII Pontife et Roi, à jamais ! *(Applaudissements prolongés.)*

III

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE DU JEUDI 26 AVRIL 1900

L'assemblée générale s'ouvre à 2 h. 1/2 dans la salle de l'hôtel Ravenstein sous la présidence d'honneur de Mgr Granito di Belmonte, nonce apostolique à Bruxelles et la présidence de M. Lagasse-de Locht, président en exercice de la Société.

A l'ouverture de la séance M. Lagasse prononce le discours suivant :

EXCELLENCE,

La Société scientifique de Bruxelles est fière et triste tout à la fois d'avoir à saluer en la personne du Nonce apostolique un nouveau membre d'honneur.

Fière, parce qu'il s'agit de la personnalité, distinguée à tant de titres, de Votre Grandeur.

Triste, parce que nous savons trop, par expérience, combien les mérites des Représentants de Sa Sainteté Léon XIII parmi nous les désignent rapidement à de plus hautes destinées.

Ne nous abandonnons pas, Mesdames, Messieurs et chers collègues, à ce dernier sentiment. Réjouissons-nous plutôt de l'insigne honneur que Son Excellence nous fait en ce jour. Elle voudra bien, nous l'espérons, le renouveler plus d'une fois et notamment l'an prochain, quand nous célébrerons le 25e anniversaire de notre Compagnie, fondée en 1875 pour la défense commune de la foi et de la raison.

A cette époque, on parlait beaucoup moins qu'aujourd'hui de l'union de la science et de la foi.

M. Brunetière, qui se faisait applaudir le 30 janvier dernier au Palais de la Chancellerie à Rome par un auditoire savant et illustre, a eu en nous, disons-le sans fausse modestie, une sorte de précurseurs. Pourquoi pas des précurseurs... tout court ? Que signifie cette réserve voulue? Nous n'avons pas besoin de l'affirmer devant Votre Excellence : selon notre avis, à quelque point de vue que l'on se place, la science n'a pas plus fait banqueroute que la foi. Elles marchent, ces deux sœurs jumelles, sereines, belles et

magnifiques, dans la voie que leur ont ouverte, de toute éternité, l'idée et la réalisation mystérieuses de Dieu fait Homme.

Un savant italien, l'ancien ministre Luzzati, terminait une conférence brillante, intitulée : *Science et Foi,* récemment donnée à l'Académie romaine *dei Lincei* par un cri d'attente vers une souveraine intelligence " devant donner à l'esprit humain une „ conception de l'univers, qui sera capable de faire accorder avec „ l'évidence des sens, avec la perception de la matière et de ses lois, „ les intuitions éthiques et les plus hautes nécessités de la foi „.

Nous n'attendons plus, nous, cette souveraine intelligence. Elle est, Elle vit, mystère ineffable, parmi nous.

Et Votre Grandeur est ici le messager de choix du savant et immortel Léon XIII, que le Maître des sciences s'est choisi pour Représentant sur cette terre.

Si nous saluons avec respect en Votre Excellence un Prince d'ici-bas, nous nous inclinons profondément devant la majesté universelle du Pape illustre que Votre Grandeur représente, avec tant de dignité, auprès de notre éminent Souverain *(Applaudissements répétés).*

Son Excellence le Nonce apostolique a répondu à peu près en ces termes :

MONSIEUR LE PRÉSIDENT,
MESSIEURS,

Ma présence parmi vous en ce moment est la réponse la plus éloquente que je puisse faire à la très aimable invitation que vous avez bien voulu m'adresser pour la séance d'aujourd'hui, en même temps que vous me demandiez de vous permettre d'inscrire mon nom sur la liste des membres de la Société scientifique de Bruxelles.

Je tiens à vous remercier pour cette invitation et à vous assurer que, si vous vous trouvez honorés, comme vous le dites, d'avoir parmi vous le représentant du Saint-Siège Apostolique, de ma part personnellement, je me sens honoré aussi d'appartenir à une société de savants qui suivent le développement scientifique du monde entier et coopèrent à le promouvoir dans ce pays même.

Je ne suis pas assez orateur pour pouvoir prendre la parole parmi vous, mais il ne faut pas beaucoup d'éloquence pour vous dire que je suis charmé de connaître de plus en plus ceux qui sont les vrais trésors de la Belgique.

Il n'y a pas longtemps que j'ai l'honneur de représenter ici le Saint-Siège et, souvent déjà pourtant, j'ai eu l'occasion d'admirer les multiples œuvres de charité de votre pays. Mais aujourd'hui je me rends compte aussi, en prenant connaissance de votre association, du développement et des progrès scientifiques en Belgique. Votre pays est géographiquement petit, mais il s'impose à l'attention du monde entier, comme les faits le prouvent : de toutes parts, on recourt à vous, à vos talents, à votre travail, et disons-le tout bas, à vos capitaux.

J'ai donc bien raison, Messieurs, d'être heureux d'appartenir à votre Société, et encore une fois merci d'avoir bien voulu m'inviter à votre séance de ce jour *(Applaudissements)*.

M. Mansion soumet ensuite à l'assemblée les conclusions des commissaires chargés à la session de janvier d'examiner les comptes de la Société relatifs à l'année 1899. Ces comptes sont approuvés par l'assemblée. En voici les détails et le résumé :

RECETTES ET DÉPENSES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE PENDANT L'ANNÉE 1899

—

RECETTES		DÉPENSES	
		Revue	
Produit des abonnements .	10625,00	Impression, expédition, etc.	6705,60
Ventes.	85,75	Collaboration	4171,05
Subside de la Société. . .	1165,90	Administration.	1000,00
	11876,65		11876,65
		Séances et Annales	
Produit des cotisations . .	6560,00	Impression et expédition .	6872,80
Ventes.	59,00	Indemnité pour secrétariat, sections et séances. . .	2998,77
Subside de la Société. . .	3727,57	Administration et locaux .	475,00
	10346,57		10346,57

Société

Produits des coupons . .	3765,00	Subside à la *Revue* . . .	1165,90
Intérêts C. C.	60,25	Subside aux *Annales* . .	3727,57
Montant du déficit pris sur la réserve	1068,22		4893,47
	4893,47		

BALANCE

Dépenses	22223,22
Recettes.	21155,00
Déficit de l'exercice 1899	1068,22

Cet exercice a payé deux tomes des *Annales* au lieu d'un seul.

La parole est donnée à M. Leplae, professeur à l'Université de Louvain, pour une conférence, avec projections lumineuses, sur la *Culture des déserts*.

M. Mansion, secrétaire général, donne lecture des questions de concours et fait connaître le résultat des élections des membres du conseil et des bureaux des différentes sections.

Sont élus à l'unanimité comme membres du Conseil pour l'année 1900-1901, la vingt-cinquième de la Société scientifique :

Présidents d'honneur : MM. le Dr Lefebvre.
Cte Fr. van der Straten-Ponthoz.
Président : M. G. Lemoine.
1er Vice-Président : Chanoine Delvigne.
2e Vice-Président : M. A. Proost.
Secrétaire : M. P. Mansion.
Trésorier : M. J. De Bruyn.
Membres : MM. le Marquis de la Boëssière-Thiennes.
Léon De Lantsheere.
Fr. Dewalque.
G. Dewalque.
Dr A. Dumont.
E. Goedseels.
Ch. Lagasse-de Locht.
Dr Mœller.
E. Pasquier.
Chanoine Swolfs.
Léon t'Serstevens.
Ch.-J. de la Vallée Poussin.
G. Van der Mensbrugghe.

A la fin de la séance, une médaille est remise au R. P. Deschamps, S. J., pour son mémoire intitulé : *Étude comparée du rein (néphridie) chez les Gastéropodes, Prosobranches et Pulmonés* et répondant à la question mise au concours en 1898 par la 3e section de la Société scientifique. Ce mémoire, à la suite du rapport de trois membres (*), avait été couronné dans la séance du conseil de la Société scientifique du 28 mars 1900.

M. Lagasse-de Locht adresse quelques paroles de félicitation au lauréat, et déclare close la session de Pâques 1900.

(*) Voir ces rapports dans le compte rendu de la 3e section, pp. 131-135.

LISTE DES OUVRAGES

OFFERTS A LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES

du 1er mai 1899 au 1er mai 1900

Boulay. Où en est la question de l'enseignement scientifique dans les séminaires (Extrait de la REVUE DE LILLE, 1899). Une broch. in-8° de 56 pages. Arras, Paris, Sueur-Charruey, 1899.

André Broca. La télégraphie sans fil *(Actualités scientifiques)*. Un vol. in-18 de 202 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

E. Cahen. Eléments de la théorie des nombres. Congruences, formes quadratiques, nombres incommensurables, questions diverses. Un vol. gr. in-8° de VIII-403 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

J. Cauro. La liquéfaction des gaz. Méthodes nouvelles. Applications. Un vol. grand in-8° de 83 pages. Paris, Gauthier-Villars.

G. Chesneau. Lois générales de la Chimie. Introduction du Cours de Chimie générale, professé à l'École nationale des mines *(Encyclopédie des Travaux publics fondée par M.-C. Lechalas)*. Un vol. in-8° de 251 pages. Paris, librairie polytechnique Ch. Béranger, 1899.

R. P S. Chevalier. La nagivation à vapeur sur le haut Yang-Tse. Une broch. in-4° de 13 pages. Chang-Hai, imprimerie de la Mission catholique à l'orphelinat de T'ou-si-wè, 1899.

Cuniasse et Zwilling. Modes opératoires des essais du commerce et de l'industrie. Un vol. pet. in-8° de 302 pages. Paris, Georges Carré et C. Naud, 1900.

Cosme et Léon de Somzée. Étude sur les moyens de prévenir les collisions en mer. Etat actuel de la question (Août 1899). Une broch. in-4° de 39 pages. Paris. Emile Kapp, 1899.

Ernest Doudou. Les cavernes de Chokier. Traces y laissées par l'homme (Extrait de JADIS). Une broch. in-8° de 3 pages. Soignies, Delattre.

Ernest Doudou. Station préhistorique de Chokier. Communication faite à la Société d'Anthropologie de Bruxelles, dans la séance du 26 juin 1899. Une broch. in-8° de 3 pages. Bruxelles, Hayez, 1899.

Ernest Doudou. Etude sur les cavernes d'Engis (Extrait de l'ANTHROPOLOGIE, t. X, 1899). Une broch. in-8° de 14 pages.

Eugène Ferron. Esquisse historique des hypothèses principales sur la constitution intérieure des corps. Conférence tenue à Luxembourg le 21 janvier 1900 *(Association des ingénieurs luxembourgeois)*. Une broch. in-8° de 30 pages. Luxembourg, Ch. Schroell, 1900.

J. Fitz Patrick et Georges Chevrel. Exercices d'Arithmétique. Enoncés et solutions. Avec une préface de M. Jules Tannery. Un vol. gr. in-8° de 680 pages. Paris, librairie scientifique A. Hermann, 1900.

X. Francotte. Le sulfate de Duboisine dans le traitement de la paralysie agitante (Deuxième note). Une broch. in-8° de 7 pages. Bruxelles, Severeyns, 1899.

Jules Garçon. Répertoire général ou dictionnaire méthodique de bibliographie des industries tinctoriales et des industries annexes depuis les origines jusqu'à la fin de l'année 1896. Technologie et Chimie. T. I. Introduction et avertissement général. Notice sur les sources bibliographiques du dictionnaire. Tables. Un vol. in-8° de 74 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

Eric Gérard. Leçons sur l'électricité professées à l'institut électrotechnique Montefiore. Sixième édition. T. I et II. Deux vol. gr. in-8° de X-819 pages et de VII-791 pages. Paris, Gauthier-Villars. 1899.

J. Williard Gibbs. Equilibre des systèmes chimiques. Un vol. in-8° de 212 pages. Paris. Georges Carré et C. Naud, 1889.

Émile Guarini-Foresio Transmission de l'énergie électrique par un fil et sans fil. Une broch. in-8° de 50 pages. Liége, Henri Poncelet, 1899.

Émile Guarini-Foresio. Télégraphie électrique sans fil. Répétiteurs. Une broch. in-8° de 16 pages. Liége, Henri Poncelet, 1899.

J. Jamin et Bouty. Cours de physique de l'École polytechnique, par M. J. Jamin. Deuxième supplément, par M. Bouty. Progrès de l'électricité (Oscillations hertziennes. Rayons cathodiques et rayons X). Un vol. in-8° de 213 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

Charles Janet. Études sur les fourmis, les guêpes et les abeilles :

Note 1. Sur la production des sons chez les fourmis et sur les organes qui les produisent (Extrait des Annales de la Société entomologique de France, 1893). Une broch. in-12 de 10 pages.

Note 16. Limites morphologiques des anneaux post-céphaliques et musculature des anneaux post-thoraciques chez la Myrmica rubra. Une broch. in-8° de 36 pages. Lille, Le Bigot, 1897.

Note 17. Système glandulaire tégumentaire de la Myrmica rubra. Observations diverses sur les Fourmis. Une broch. in-8° de 30 pages. Paris, Carré et Naud, 1898.

Note 18. Aiguillon de la Myrmica rubra. Appareil de fermeture de la glande à venin. Une broch. in-8° de 27 pages. Paris, Carré et Naud, 1898.

Extrait des Comptes Rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. In-4° :

1. Sur les nématodes des glandes pharyngiennes des fourmis (Pelodera, sp). 20 novembre 1893, 3 pages.
2. Sur les nerfs de l'Antenne et les organes chordotonaux chez les Fourmis, 9 avril 1894. 4 pages.
12. Sur une cavité du tégument servant chez les Myrmicinae à étaler au contact de l'air un produit de sécrétion. 18 avril 1898. 4 pages.
13. Réaction alcaline des chambres et galeries des nids de Fourmis. Durée de la vie des fourmis décapitées. 11 juillet 1898. 4 pages.
14. Sur un organe non décrit servant à la fermeture du réservoir du venin et sur le mode de fonctionnement de l'aiguillon chez les Fourmis. 24 octobre 1898. 4 pages.
15. Sur le mécanisme du vol chez les Insectes. 23 janvier 1899. 4 pages.

C. de Kirwan. Le déluge de Noë et les races prédiluviennes *(Science et religion. Études pour le temps présent)*. Tomes I et II. Deux vol. in-12 de 64 pages chacun. Paris, Bloud et Barral, 1899.

C. de Kirwan. Le transformisme et le programme officiel de paléontologie (Extrait de la Revue Thomiste). Une broch. in-8° de 20 pages. Paris, F. Levé, 1899.

Ernest Lebon. Histoire abrégée de l'astronomie. Un vol. pet. in-8° de 268 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

Henri Lecomte. Le café. Culture. Manipulation. Production. Un vol in-8° de 342 pages. Paris, Georges Carré et C. Naud, 1899.

R. P. Leray, Eudiste. La constitution de l'univers et le dogme de l'Eucharistie. Un vol. in-8° de 275 pages. Paris, Ch. Poussielgue, 1900.

Georges Maupin. Opinions et curiosités touchant la mathématique d'après les ouvrages français des XVI°, XVII° et XVIII° siècles. Un vol. in-8° de 199 pages. Paris, Georges Carré et C. Naud, 1898.

L'abbé **Mémain**. Étude sur l'unification du calendrier et la véritable échéance de Pâques (Extrait du tome VIII des Annales du Bureau des Longitudes). Un vol. in-4° de 87 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

Capitaine commandant **Monthaye**. Mon journal de bord. D'Anvers à Léopoldville par le chemin des écoliers. Illustré de 83 phototypies et d'une carte du Bas-Congo avec une préface par M. Jules Leclercq. Un vol. in-8° de XII-214 pages. Bruxelles, Polleunis et Ceuterick, 1899.

de Nadaillac. Les Progrès des États-Unis. Facta non verba (Extrait de la Science catholique, 1899). Une broch. in-8° de 49 pages. Arras, Sueur-Charruey.

L. Niesten. Détermination de la déclinaison et de la composante horizontale de la force magnétique dans quelques lieux de la Belgique en 1899. Un vol. pet. in-8° de 58 pages. Bruxelles, Hayez, 1900.

Léon Noël. La conscience du libre arbitre. Un vol. pet. in-8° de 288 pages. Louvain, Institut supérieur de philosophie.

Maurice d'Ocagne. Traité de Nomographie. Théorie des abaques. Applications pratiques. Un vol. gr. in-8° de 480 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

Fernand Payen. Les Conseils de l'industrie et du travail en Belgique (Une tentative récente d'organisation du travail). Un vol. in-8° de VIII-242 pages. Paris, Arthur Rousseau, 1899.

Lucien Roure. Doctrines et Problèmes. Un vol. in-8° de III-526 pages. Paris, Victor Retaux, 1900.

Edgar F. Smith. Analyse électrochimique, traduction d'après la deuxième édition américaine revue et augmentée, par Joseph Rosset. Un vol. in-18 de XVI-203 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

Dr Surbled. Le diable et les médiums (Extrait de la Science catholique). Une broch. in-8° de 22 pages. Paris, Tequi, 1899.

Dr Surbled. Les frontières du surnaturel (Extrait de la Science catholique, août 1899). Une broch. in-8° de 15 pages. Arras, Paris, Sueur-Charruey, 1899.

Dr Surbled. Hantise (Extrait de la Science catholique). Une broch. in-8° de 22 pages. Paris, Arras, Sueur-Charruey.

Dr Surbled. La psycho-physiologie. Son passé et son présent (Extrait des *Comptes rendus des travaux du Congrès bibliographique international de 1898*). Une broch. in-8° de 10 pages. Paris, siège de la Société, 1899.

Dr Surbled. La vie de jeune homme. Un vol. in-18 de 160 pages. Paris, R. Maloine, 1900.

W. de Tannenberg. Leçons nouvelles sur les applications géométriques du calcul différentiel. Un vol. gr. in-8° de 192 pages. Paris, librairie scientifique A. Hermann, 1899.

Dr Georges Treille. Principes d'hygiène coloniale. Un vol. in-8° de 272 pages. Paris, G. Carré et C. Naud, 1899.

J. H. Van 't Hoff. Leçons de chimie physique professées à l'Université de Berlin. Traduit de l'allemand par M. Corvisy. Un vol. gr. in-8° de 162 pages. Paris, librairie scientifique A. Hermann, 1899.

E. Wallon. Leçons d'optique géométrique à l'usage des élèves de mathématiques spéciales. Un vol. gr. in-8° de VI-342 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1900.

Encyclopédie scientifique des Aide-Mémoire dirigée par **M. Léauté, membre de** l'Institut. Collection de vol. pet. in-8°. Paris, Gauthier-Villars et **Masson.**

Section de l'ingénieur :

G. Dariès. Calcul des canaux et aqueducs.
Gouré de Villemontée. Résistance électrique et fluidité.
G. F. Jaubert. Produits aromatiques artificiels et naturels.
Julien Lefèvre. La liquéfaction des gaz et ses applications.
G. Leloutré. Echappement dans les machines à vapeur.
Persoz. Essai des matières textiles:
Pozzi-Escot. Analyse chimique qualitative.
E. Vigneron et P. Letheule. Mesures électriques. Essais de laboratoire.

Scientia. Collection de vol. in-8° cart.

A. Cotton. Le phénomène de Zeeman.
Ch. Maurain. Le magnétisme du fer.
Fr. Wallerant. Groupements cristallins.

Deuxième excursion électrotechnique en Suisse, par les élèves de l'école supérieure d'électricité (Société internationale des électriciens). Un vol. gr. in-8° de XII-256 pages. Paris, Gauthier-Villars, 1899.

A Godefroid Kurth, professeur à l'Université de Liége, à l'occasion du XXVe anniversaire de la fondation de son cours pratique d'Histoire. Un vol. in-4° de 224 pages. Liége, Henri Poncelet.

L'Université de Louvain. Coup d'œil sur son histoire et ses institutions, 1425-1900. Un vol. in-8° de 192 pages. Bruxelles, imprimerie scientifique Charles Buelens, 1900.

Université de Louvain. Bibliographie (1834-1900). Un vol. in-8° de 386 pages. Louvain, Charles Peeters, 1900.

La vie au Pensionnat, apprentissage de la vie dans le monde, complément du livre de piété de la jeune fille, par l'auteur des paillettes d'or. Avignon, Aubanel frères, 1899.

D. Joanne Maura et Gelabert, episcopo Oriolensi auctore. De vita sensitiva et de anima brutorum. Un vol. pet. in-4° de 85 pages. Oriolae, ex typographia Cornelii Paya.

L. Michelangelo Billia. La tirannide del lunario. Prolusione letta all' Universita di Torino il 24 novembre 1898. Une broch. in-8° de 24 pages. Torino, 1900.

Alessandro Garelli. Il Diritto internazionale tributario. Parte generale : La scienza della finanza internazionale tributaria. Un vol. in-8° de XII-256 pages. Torino, Roux Frassati e C°, 1899.

Fabio Invrea. Elementi di Fisica. Vol. I. Meccanica. Calore. Un vol. in-8° de 344 pages. Unione tipografico editrice Torinese.

Dr Ramon Adan de Yarza. Rocas eruptivas de la provincia de Barcelona (Extracto del Boletin y Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona). Une broch. in-4° de 11 pages. Barcelona, Lopez Robert, 1899.

Juan Doyle, S. J. Tifones del Archipielago filipino y mares circunvecinos 1895 y 1896. Estudio de los mismos (Observatorio de Manila dirigido por los Padres de la Compania de Jesus). Un vol. in 4° de 110 pages. Manila, 1899.

Dr Antonio de Gordon y de Acosta. Declaremos en Cuba guerra a la Tuberculosis. Une broch. pet. in-4° de 32 pages. Habana, 1899.

J. B. Merino, S. J. Contribucion a la flora de Galicia. Suplemento I. Un vol. pet. in-4° de 51 pages. Tuy, Tipografia regional, 1898.

Manuel M. Miranda y Marron. El Catorce de Noviembre. Un vol. pet. in-8° de 125 pages. Mexico, 1899.

Manuel Moreno y Anda, M. S. A. Observaciones meteorologicas practicadas en el observatorio astronomico nacional de Tacubaya. Un vol. in-4° de 197 pages. Mexico, 1897.

Observatorio astronomico de Madrid. Memoria sobre el eclipse total de sol del dia 28 de Mayo de 1900. Un vol. in-8° de 109 pages. Madrid, 1899.

A. E. Salazar. Kalkulos sobre las kañerias de agua. Ensayo de unifikazion de las formulas usuales i de simplifikazion de los kalkulos bazada en la nozion de zirkuito idraulico Kondukzion del agua. Kalkulos sobre la potenzia, kon diagramas i tablas originales. Un vol. pet. in-4° de 246 pages. Santiago de Chile, 1898.

Keane. Man, Past and Present. Un vol. in-4° de 584 pages. Cambridge, at the University Press, 1899.

W. J. Lewis, M. A. A Treatise of Cristallography (Cambridge natural science manuals. Geological series). Un vol. in-8° de 612 pages. Cambridge, at the University Press, 1899.

Mis de Nadaillac. The Unity of the Human Species. From the Smithsonian Report for 1897, pages 549-569. Une broch. in-8° de 21 pages. Washington, 1898.

William Z. Ripley. A Selected bibliography of the Anthropology and Ethnology of Europe. Un vol. in-8° de 160 pages. Boston, 1899.

Walter Sidgreaves, S. J. Notes on the spectra of γ Cassiopeiae and o Ceti (Monthly Notices of R. A. S. May 1899). Une broch. pet. in-8° de 8 pages.

Léopold Fonck, S. J. Streifzüge durch die biblische Flora. Un vol. in-8° de XIV-167 pages. Freiburg im Breisgau, 1900.

Franz Xavier Kugler, S. J. Die Babylonische Mondrechnung. Zwei Systeme der Chaldäer über den Lauf des Mondes und der Sonne. Auf Grund mehrerer von J. N. Strassmaier, S. J. copirten Keilinschriften des Britischen Museum. Un vol. in-8° de IX-214 pages. Freiburg im Breisgau, 1900.

Zoologiska Studier. Festskrift Wilhelm Lilljeborg tillegnad pa hans attionde födelsedag af svenska zoologer. Un vol. in-4° de 360 pages. Upsala, 1896.

Den Norske Nordhaus-Expedition 1876-1878. Christiania.

XXV. Zoologi. Thalamophora.

XXVI. Zoologi. Hydroida.

***

Académie des sciences. Comptes rendus hebdomadaires des séances (année 1900). Paris.

Académie royale de médecine de Belgique :

Bulletin : 4e série, tome XIII, année 1899.

Mémoires couronnés et autres mémoires. Collection in-8°. t. XV, 4e fascicule. Procès-verbaux des séances de l'année 1899.
Annales de la Faculté des sciences de Marseille. Tome IX.
Annales de la Faculté des sciences de l'Université de Toulouse, pour les sciences mathématiques et les sciences physiques. Deuxième série. Tome I. Année 1899.
Annales de la Société géologique de Belgique. T. XXVI, 2e, 3e et 4e livr. T. XXVII, 1re livr. Liége.
Annales de la Société royale malacologique de Belgique. Tomes XXVIII, XXIX, XXXI, fasc. 1 et 2, XXXII et XXXIII. T. XXXIV, bulletin des séances : feuilles 3 à 8. Bruxelles.
Annales (tome XXIV, 1899) et Bulletin (25e année, 1898-1899) de la Société belge de microscopie. Bruxelles.
Annales de Philosophie chrétienne, 1900. Paris.
Annuaire pour l'an 1900, publié par le Bureau des longitudes. Paris.
Annuaire de l'Observatoire municipal de Paris, dit Observatoire de Montsouris, pour l'année 1900. Paris.
Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique, 1900, 67e année. Bruxelles.
L'Anthropologie. Tome XI. 1900. Paris.
Bulletin de la Station agronomique de l'État à Gembloux, n° 66. Bruxelles, 1899.
Bulletin de la Société astronomique de France, 1900. Paris.
Bulletin de la Société bibliographique et des publications populaires (31e année), 1900. Paris.
Bulletin de la Société belge d'électriciens. Tome XVI, 1899. Bruxelles.
Bulletin de la Société centrale forestière de Belgique, 7e année sociale, 1900. Bruxelles.
Bulletin de la Société royale belge de Géographie, 24e année, 1900. Bruxelles.
Bulletin de la Société belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie. T. X, fasc. 4; t. XII, fasc. 2; t. XIII, fasc. 1; t. XIV, fasc. 1. Bruxelles.
Bulletin mensuel du magnétisme terrestre de l'Observatoire royal de Belgique, par L. Niesten, 1re et 2e années, 1899 et 1900. Bruxelles.
Bulletin de la Société mathématique de France. Tome XXVIII, 1900. Paris.
Bulletin mensuel de l'Observatoire royal de Belgique. Novembre 1897 à juillet 1898. Bruxelles.
Bulletin de la Société des sciences de Nancy. Série II. Tome XVI. Fascicule XXXIII, 31e année, 1898. Nancy.
Ciel et Terre, 1899-1900. Bruxelles.
Le Cosmos, 49e année, 1900. Paris.
Études publiées par des Pères de la Compagnie de Jésus, 37e année, 1900. Paris.
Journal de l'École polytechnique. Deuxième série, 4e cahier. Paris.
Journal des sciences médicales de Lille, 23e année, 1900. Lille.
Polybiblion. Partie littéraire et partie technique, 33e année, 1900. Paris.
Le Progrès médical, 1900. Paris.
La Réforme sociale. Bulletin de la Société d'économie sociale et des Unions de la paix sociale, fondées par P.-F. Le Play. 20e année, 1900. Paris.
La Revue générale, 36e année, 1900. Bruxelles.
Revue néo-scolastique, publiée par la Société philosophique de Louvain, 7e année, 1900. Louvain.
Séances de la Société française de physique, année 1899. Paris.

Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux :
Mémoires. 5e série, tome IV.
Procès-verbaux des séances de la Société (année 1897-1898).
Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde de juin 1897 à mai 1898.
L'Université catholique, 1900. Lyon.

Bollettino della Societa romana per gli studi zoologici. Vol V, fasc. 3-6. Vol. VI fasc. 1-6. Vol. VII, fasc. 1, 2. Vol. VIII, fasc. 1, 2.
La Civilta cattolica, 1900. Roma.
Rivista di Fisica, matematica e Scienze naturali, anno I, 1900. Pavia.
Rivista internazionale di scienze sociali e discipline ausiliarie, 1900. Roma.

Revista contemporanea, 1900. Madrid.
Anales de la Asociacion de ingenieros y arquitectos de Mexico. Tomo VII, 1899. Mexico.
Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1900. Mexico.
Boletin del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya. Tomo II, n° 5, 1899. Mexico.
Boletin del Instituto geologico de Mexico. Num. 11, 12, 13. Mexico.
Memorias y Revista de la Sociedad cientifica Antonio Alzate. Tomo XII (1898-1899). Mexico.
Jornal de sciencias Mathematicas e Astronomicas publicado pelo Dr F. Gomes Teixeira. Vol. XIII, n° 6. Coimbra, 1899.
Anales del Museo nacional de Montevideo, publicados bajo la direccion de J. Arechavaleta. Fasc. XI, XII. Montevideo.
Annuario publicado pelo observatorio de Rio-de-Janeiro, para o anno de 1899. Rio-de-Janeiro.
Revista do Museo Paulista, publicada por H. von Ihering. Vol. III, 1898. S. Paulo.

The Damien Institute, 1900. Birmingham.
The Month, 1900. London.
Stonyhurst College Observatory. Results of Meteorological and Magnetical Observations with report and notes of the director, 1899. Clitheroe, 1900.
The Dublin Review, 1900. London.
St Xavier's College Observatory, 1899. Calcutta.
Bulletin of the U. S. Agricultural experiment station of Nebraska. Vol. XI, nos 55 à 59. Lincoln Nebraska.
Missouri Botanical Garden. Tenth Annual Report. 1899. St. Louis Mo.
The American Catholic Quarterly Review, 1900. Philadelphia.
The Catholic World, 1900. New-York.
American Chemical Journal, edited by Ira Remsen, Vol. 21 (1899), nos 1 à 5. Baltimore.
United States Geological Survey. Washington :
Eighteenth Annual Report 1896-1897. Six volumes grand in-4° cartonnés.
Nineteenth Annual Report 1897-1898. Sept volumes grand in-4° cartonnés avec un atlas.
Monographs XXIX, XXXI, XXXV. Trois volumes grand in-4° cartonnés, avec un atlas.

The Kansas University Quarterly. Series A : Science and Mathematics. Vol. VIII, 1899. Lawrence Kansas.
American Journal of Mathematics. Vol. XXI (1899), number 1. Baltimore.
The American Museum of Natural History. New-York :
Annual Report of the President etc, for the Year 1898.
Bulletin. Vol. XI, part. II, 1899.
Occasional Papers of the California Academy of Sciences. VI. New Mallophaga, III. San Francisco, 1899.
Proceedings of the California Academy of Sciences. San Francisco :
Botany. Vol I, nos 3 à 9.
Geology. Vol. I, nos 4 à 6.
Math.-Physics. Vol. I, nos 1 à 4.
Zoology. Vol. I, nos 6 à 12.
The Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of the Science. Vol. IX. Part. 4 (Session of 1897 1898). Halifax, Nova Scotian.
Annual Report of the Smithsonian Institution, 1896. Washington.
Annual Report of the Smithsonian Institution, 1896 U. S. National Museum.
Annual Report of the Smithsonian Institution, 1897.
Annual Report of the Smithsonian Institution, 1897. U. S. National Museum. I.
Transactions of the Academy of Science of St Louis. Vol. VIII, nos 8 à 12. Vol. IX, nos 1 à 7.
Bulletin of the Geological Institution of the University of Upsala. Vol. IV. Part. I, no 7. Upsala.

Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungun im Auftrag des mathematisch naturwissenschaftlichen Vereins in Württemberg herausgegeben von Dr. O. Böhlen und Dr. E. Wölffing, 1899, 1900. Stuttgart.
Publicationen der v. Kuffner'schen Sternwarte in Wien, herausgegeben von Dr Leo de Ball. V Band, 1900. Wien.

Bijdragen tot de taal- land- en volkenkunde van Nederlansch-Indië, uitgegeven door het Koninklijk Instituut voor de Taal- Land- en Volkenkunde van Nederlansch-Indië, 6e volgr., VII. 's Gravenhage.
Wiskundige opgaven met de oplossingen door de leden van het Wiskundig genootschap ter spreuke voerende " Een onvermoeide arbeid komt alles te boven ". 8e deel, 1e stuk, 1899. Amsterdam.
Revue semestrielle des publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la Société mathématique d'Amsterdam. Tome VIII (1899-1900). Amsterdam.

FIN DE LA PREMIERE PARTIE.

SECONDE PARTIE

MÉMOIRES

LA FERMENTATION ALCOOLIQUE

PAR

M. l'abbé Marcel MONIER

Les ferments sont des substances produites par des cellules vivantes susceptibles de transformer, en présence de l'eau, certains corps organiques nommés fermentescibles, en d'autres éléments ayant ensemble un calorique de combustion plus bas que celui des corps qui leur ont donné naissance. Ces ferments ont une composition chimique très compliquée et Schmidt, qui a étudié l'émulsine des amandes amères, lui donne pour formule C 18, 76. H 7, 13. N 14, 16. S 1, 25. O 28, 70.

Un certain nombre de ces ferments ont pu être isolés, quoique à l'état d'impureté, en les précipitant de l'eau ou de la glycérine dans lesquelles ils ont été dissous au préalable. D'autres, tels que celui que l'on suppose sécrété par la cellule de la levure de bière ou élaboré en elle, n'ont pu être isolés malgré les nombreux essais tentés par plusieurs expérimentateurs des plus savants.

Ce fait avait poussé l'illustre Pasteur à diviser les ferments en deux classes : 1° les ferments solubles produits de l'activité cellulaire, mais susceptibles d'agir encore une fois séparés de la cellule qui leur a donné naissance ; 2° les ferments figurés, lesquels réclament pour agir l'intégrité vitale de la cellule.

La levure de bière (saccharomyces cerevisiae) découverte par

Schwann, plongée dans une solution de sucre, décompose ce dernier en alcool et en anhydride carbonique. On admettait que chaque cellule du saccharomyces cerevisiae prenait en son intérieur une certaine quantité de sucre, l'y décomposait en alcool et en anhydride carbonique, puis éliminait ces corps dans le milieu ambiant pour absorber de nouvelles molécules destinées à être décomposées.

Certes, même en suivant ces idées, on n'en était pas moins amené à conclure à l'existence d'un ferment capable de produire ces transformations, mais on devait en outre admettre que ce ferment ne se produisait qu'au fur et à mesure des besoins et restait inclus dans la cellule aux dépens de laquelle il se formait ; le sucre rencontrait ce ferment lors de sa pénétration dans le micro-organisme. C'est d'ailleurs ce qu'admettaient les physiologistes les plus exercés, en s'appuyant sur des déductions scientifiques rigoureuses : " Il est fort possible, dit M. Léon Frédéricq professeur à l'Université de Liege, que le ferment produit par la levure se consomme pendant la fermentation au fur et à mesure de sa production. „ On devait donc dire avec Pasteur que la fermentation alcoolique s'identifiait avec la vie du saccharomyces cerevisiae, puisque une fois la cellule morte, la petite quantité de ferment ne pouvant plus se renouveler, le processus etait obligé de s'arrêter. L'illustre savant pouvait s'appuyer sur tous les faits expérimentaux susceptibles d'être mis au jour par l'étude approfondie de cette importante question, car tous démontraient à l'évidence qu'une fois la vie de la cellule anéantie ou suspendue, la fermentation prenait aussitôt fin : tous les phénomènes, produits par des agents physiques ou chimiques, susceptibles de tuer la ceilule faisant cesser le processus de la décomposition du sucre en alcool et en anhydride carbonique.

Tel était l'état du problème, lorsqu'il y a environ deux ans parut un travail fait par un savant allemand M. Büchner, susceptible de remettre le tout en question, car l'auteur prétendait avoir produit la fermentation alcoolique en dehors de l'activité des cellules vivantes de saccharomyces.

Bientôt une polémique s'éleva entre des physiologistes de divers pays, polémique que nous fûmes le premier à entreprendre dans un travail publié le 10 juin 1897 dans la Gazette médicale Belge et qui fut reproduit par diverses revues spéciales, entre autres

par la Gazette du brasseur. Nous avions été le premier aussi à contrôler les expériences de Büchner.

Dans ce travail nous suivrons pas à pas les péripéties de cette lutte scientifique à laquelle furent mêlés MM. Petit, professeur à l'Université de Nancy et Adolphe Frentz, directeur de la Gazette du brasseur, avec lesquels nous avons été spécialement en rapport, ainsi que divers autres spécialistes. Pour terminer nous insisterons sur plusieurs faits nouveaux que nos expériences nous ont permis de découvrir chemin faisant.

Dans son mémoire M. Büchner dit avoir pris une certaine quantité de levure de bière, qu'il a soigneusement broyée en présence de sable très fin. Il a ensuite repris ce mélange intime de saccharomyces et de sable, et l'a soumis à une pression de quatre à cinq cents kilogrammes. Le liquide ainsi obtenu fut filtré à la bougie Chamberland pour le débarrasser des cellules de levure qui avaient pu échapper au broiement et recueillir le ferment supposé en solution dans le liquide en expérience.

L'expérimentateur, après avoir mêlé une certaine quantité de ce liquide à une solution de sucre, a vu la fermentation se produire. Ces révélations étaient bien faites pour surprendre les biologistes, alors même qu'on ne s'appuierait que sur des considérations théoriques On sait, en effet, que la méthode employée pour l'extraction des ferments solubles consiste à les précipiter par l'alcool des substances, eau ou glycérine, dans lesquelles ils sont en solution, quitte à les redissoudre lorsqu'on veut s'en servir. S'il est vrai que le ferment de la levure de bière ne se produit pas au fur et à mesure des besoins pour être consommé à chaque instant lors de la fermentation, ce qui nécessite la vitalité de la cellule, pourquoi l'action de l'alcool sur le saccharomyces cerevisiae n'est-elle pas la même ? Pourquoi ne précipite-t-elle pas le ferment de façon qu'une solution préalable dans l'eau soit capable de le faire agir de nouveau ? Or, on sait que le contraire se passe et qu'une fois le saccharomyces cerevisiae plongé dans un excès d'alcool, la fermentation s'arrête pour ne reprendre jamais, malgré les solutions les plus étendues.

On pourra nous objecter que le ferment est précipité à l'intérieur de la cellule et figé avec elle, ce qui l'empêche de venir se redissoudre lors de l'addition d'une certaine quantité d'eau. L'expé-

rience suivante que nous avons entreprise à ce sujet et répétée à plusieurs reprises, nous a permis d'écarter cette difficulté

Nous prenons, comme le dit Büchner, une certaine quantité de levure de bière, que nous mélangeons avec une quantité égale de sable fin, puis après avoir placé le tout dans un mortier, nous triturons soigneusement de façon à permettre aux grains de sable de déchirer les cellules et, par conséquent, de laisser au ferment la faculté de se dissoudre dans l'eau. Le tout est ensuite repris et soumis à une forte pression qui nous permet de recueillir un liquide que l'on pourrait nommer extrait de levure.

Jusqu'ici, nous n'avons pas opéré d'une autre façon que ne le fit Büchner, mais au lieu de filtrer ce liquide à la bougie Chamberland, nous l'avons additionné d'une quantité d'alcool suffisante pour tuer les cellules qui avaient échappé à l'action de l'agent destructeur et en même temps précipiter le ferment supposé sorti de celles qui avaient été déchirées. Nous avons ensuite laissé évaporer l'alcool à la température ordinaire de notre laboratoire, puis nous avons fait une solution de sucre à laquelle nous avons ajouté le liquide dont nous venons de parler. Nous avons placé une série de tubes à réaction ainsi préparés, à l'ombre, au soleil et à une chaleur douce près du feu; aucune fermentation ne s'est produite.

Ce fait nous démontrait clairement que la vie de la cellule est nécessaire pour produire la fermentation alcoolique, ainsi qu'on l'a admis unanimement jusqu'à ce jour.

Les cellules restées intactes lors du broiement avec le sable fin étant mises hors de cause puisque nous les tuons par l'alcool, celles qui ont été atteintes par ce broiement le sont aussi, cette action mécanique les ayant tuées, reste le ferment supposé sorti de ces éléments cellulaires. Nous procédons avec lui comme on a l'habitude de le faire pour les ferments solubles ; or sa présence après ces manipulations, ne se révèle pas par la fermentation. Nous sommes donc en droit de mettre en doute son existence, tout au moins à l'état de réserve dans la cellule, comme l'exigent les déductions tirées des expériences de M. Büchner. Nous n'avons cependant pas voulu baser notre conviction sur cette seule expérience, nous avons ensuite opéré comme suit, en variant notre mode d'expérimentation.

Nous avons pris deux de ces lamelles de verre nommées porte-

objets, avec lesquelles on fait les préparations microscopiques. Après avoir mis entre ces deux plaques une minime portion de levure, nous les avons fait glisser l'une sur l'autre d'un mouvement lent et régulier pendant un certain temps, de façon à écraser toutes les cellules interposées entre elles. Par cette méthode, l'opération, si elle est faite avec soin, aboutit à l'écrasement de tous les éléments cellulaires. Nous avons pu nous en assurer par l'examen microscopique, alors que la même observation à l'aide du microscope nous a révélé que la simple trituration avec le sable fin préconisé par Büchner, laisse un grand nombre de cellules intactes, ce qui peut devenir une cause d'erreur.

Nous avons ensuite placé cette levure ainsi écrasée dans l'eau, sans la traiter cette fois par l'alcool, ce qui était inutile puisque les cellules étaient tuées mécaniquement. Toutes les tentatives que nous avons faites pour obtenir la fermentation avec le saccharomyces cerevisiae ainsi préparé sont demeurées sans résultat. Deux facteurs sont nécessaires pour opérer ce phénomène, la cellule vivante et le ferment dont nous cherchons à démontrer l'existence dans le liquide en expérience. Le premier facteur est supprimé par la mort et la fermentation ne se produit pas, donc le ferment n'existe pas dans la solution et nous devons admettre que cette fermentation est liée à la présence de l'agent que nous avons supprimé, à savoir la cellule vivante. Remarquons qu'ici encore rien n'empêchait le ferment d'entrer en solution et de révéler sa présence par la fermentation, puisque le broiement des cellules devait le mettre en liberté.

En troisième lieu, nous avons expérimenté en suivant exactement la méthode préconisée par Büchner.

Comme cet auteur, nous avons pris une certaine quantité de levure de bière que nous avons broyée au pilon avec son volume de sable très fin. Nous avons ensuite recueilli l'extrait de levure sous pression. Nous avons fait passer ce liquide à travers un filtre Chamberland dûment éprouvé, nous avons recueilli de cet appareil un liquide bien clair et totalement dépourvu de cellule de saccharomyces, ce liquide tenait en solution une certaine proportion de substances albuminoïdes coagulables par la chaleur et l'alcool.

Nous avons ensuite placé une quantité convenable de ce liquide purifié dans une série de tubes à réaction contenant une solution de sucre. Mais ici comme dans les deux premières séries d'expé-

riences, nous avons attendu en vain la production de la fermentation. Elle ne s'est jamais produite dans ces conditions, parce que, comme l'admettait Pasteur, l'élément essentiel, la cellule vivante faisait défaut.

A plusieurs reprises, nous avons soumis ce liquide clair dont nous venons de parler à l'action de l'alcool à 90 % dans le but de précipiter le ferment de sa solution, jamais nous n'avons pu obtenir cette poudre blanche ayant l'aspect des ferments que l'on est parvenu à isoler et capable de donner lieu à la fermentation alcoolique. On admettra aisément que nous doutions de l'existence en dehors de la fermentation elle-même, d'un corps aussi insaisissable et que nous admettions encore que, s'il se produit pendant la fermentation, il est détruit à chaque instant ; que de plus, il n'en reste plus de quantité appréciable dans la cellule lors de la cessation du phénomène.

Peu de temps après la publication de ce travail dont nous venons de donner la substance, nous recevions la lettre suivante d'un savant français, M. Petit, professeur à la faculté des sciences de l'université de Nancy, lequel ayant de son côté vérifié les expériences de Büchner, sans avoir aucune connaissance de nos recherches, venait confirmer ces dernières; cette lettre est datée du 13 juin 1897 :

« J'ai lu avec beaucoup d'intérêt, dit M. Petit, votre article de la Gazette medicale que vous avez bien voulu m'envoyer, et j'ai plaisir à constater que vous arrivez vous aussi à démontrer l'erreur de Büchner.

„ Je dis vous aussi, parce que dès l'apparition du travail de Büchner, je m'étais proposé de répéter ses expériences. Je l'ai fait, en me plaçant dans les conditions mêmes indiquées par l'auteur, mais en me bornant à une pression de 250 kilogrammes au lieu de 400 à 500 kilogrammes donnés dans le travail original. J'ai filtré sur filtre Chamberland stérile, j'ai effectué trois essais, chacun étant vérifié par des cultures sur peptone, glucose, gélatine. Le premier essai m'avait donné une fermentation après quatre jours dans le moût de bière, mais les cultures sur plaque montraient l'existence de colonies de levures. Les deux autres essais ne m'ont fourni aucune fermentation, ni dans le saccharure, ni dans le moût de bière, mais aussi mes cultures de contrôle sont restées stériles.

„ Je n'ai pas publié ces essais négatifs pour ne pas avoir une controverse longue et demandant beaucoup de travail, certain que la vérification serait faite par quelque savant, et conduirait au même résultat négatif.

„ Votre forme d'expérience, par écrasement entre deux lames de verre, est fort élégante, et montre d'une façon définitive qu'il s'agissait pour Büchner d'une publication hâtive avec des études incomplètes.

„ La seule critique que je me permettrai de faire à votre très intéressant travail a trait à votre conclusion. En effet, il me semble qu'on ne saurait, dans l'état actuel de nos connaissances, nier d'une façon absolue la possibilité d'une diffusion externe d'éléments du protoplasme ; actuellement, nous ne pouvons caractériser que très grossièrement les produits de diffusion, parce que tous nos moyens de séparation sont brutaux, mais nous n'avons pas le droit d'affirmer définitivement que la fermentation alcoolique se fait toute à l'intérieur de la cellule. „

Cette dernière partie de la lettre du savant français doit attirer notre attention, car elle fut pour nous le point de départ d'une série de recherches nouvelles sur lesquelles nous allons bientôt appuyer. Peu de temps après, l'auteur de cette missive publiait l'article suivant dans le Brasseur français :

“ Dans un précédent numéro de ce journal, je résumais le travail de Büchner sur la possibilité de produire la fermentation alcoolique sans levure, par une sorte de liquide magique, extrait toutefois de la levure, et je me montrais assez sceptique sur l'avenir de cette découverte, ne partageant que très peu l'enthousiasme de quelques-uns. Ma réserve était tout à fait justifiée et doublement, parce que Büchner s'est trompé. Au moment même où je publiais mon résumé, j'avais voulu reproduire les expériences si curieuses de Büchner, et sur trois essais, deux m'avaient donné des résultats tout à fait négatifs ; le troisième, seul, avait fourni dans le moût de bière une faible fermentation après quatre jours ; or, dans ce cas, on trouvait facilement des cellules de levure intactes, tandis que là où aucune cellule n'était restée, on n'avait pas de fermentation. Ma conviction était donc faite, mais je n'avais pas cru devoir publier mes essais, parce que cela m'eût engagé avec Büchner dans une polémique ; il aurait fallu refaire des expériences pour prouver l'erreur et en découvrir la cause : tout cela était peu

intéressant et devait prendre beaucoup de temps dont j'avais facilement un emploi plus utile.

„ Mais M. Marcel Monier publie dans le dernier numéro de la Gazette médicale belge (10 juin 1897), un travail très bien fait où il démontre d'une façon péremptoire l'erreur de Büchner ; il ne s'est pas contenté de répéter les expériences du savant allemand ou, du moins, d'essayer de le faire, puisqu'elles n'ont pas réussi, mais il a imaginé deux autres procédés pour tenter d'isoler la fameuse diastase qui devait fermenter les sucres. L'un d'eux est fort élégant. M. Monier met sur une lame, porte-objet de microscope, un peu de levure pure, il la recouvre avec une autre lame pareille, et en les faisant glisser l'une sur l'autre, il arrive à déchirer toutes les cellules, ce qui n'a pas lieu en broyant simplement avec du sable comme l'a fait Büchner ; en outre le procédé de M. Monier permet de constater au microscope si toutes les cellules, sans exception, ont été déchirées, et par conséquent sont mortes.

„ Ce point réalisé, il n'y a plus besoin de filtrer sur une bougie Chamberland, pour éliminer les cellules vivantes, et l'on évite, par suite, la possibilité d'affaiblir par cette filtration l'énergie de l'hypothétique ferment de Büchner. Eh bien ! en mettant ces cadavres de levure avec le liquide qui s'en était écoulé au contact d'une solution de sucre, M. Monier n'a obtenu aucune fermentation.

„ Cela est la condamnation définitive de la découverte de Büchner. En effet, il n'y a dans cette méthode, aucun agent chimique, aucune filtration qui puisse agir sur la diastase, si elle existait. „

Tel est le langage que ne craignait pas de tenir le savant français aux spécialistes auxquels il s'adressait, tant la vérification des nouvelles méthodes d'expérimentation que nous avons inaugurées lui paraissait concluante.

Dans notre travail du 10 juin 1897 que nous venons de passer en revue, nous appuyions sur ce fait qu'aucune expérience ne peut démontrer l'existence d'un ferment soluble capable de transformer le sucre en alcool et en anhydride carbonique ni dans le liquide où sont plongées les levures, ni dans les cellules elles-mêmes. Admettant cependant comme le fait le professeur Frédéricq, l'existence d'une diastase se consommant à chaque instant pendant la fermentation (voir Frédéricq, *Éléments de physiologie humaine*, au bas

de la page 28, édition de 1893), nous avions émis la théorie suivante tendant à rendre compte des faits observés : « Il doit exister un ferment soluble capable de transformer le sucre en alcool et en anhydride carbonique. Le sucre doit pénétrer à l'intérieur de la cellule pour subir sa transformation ; là, il provoque la sécrétion du ferment qu'il épuise au fur et à mesure de sa production. Puis il sort de l'élément cellulaire à l'état d'alcool et d'anhydride carbonique pour être remplacé par de nouvelles molécules de sucre qui, à leur tour, provoqueront la sécrétion. Ce phénomène se produira tant qu'il y aura en présence du sucre et de la levure vivante. Si le sucre fait défaut à un moment donné, ou si pour une autre cause la fermentation s'arrête, le ferment ne peut plus se retrouver ni dans le milieu ambiant, ni à l'intérieur de la cellule, puisque les molécules de sucre qui ont pénétré dans cette dernière ont épuisé la minime quantité de ferment dont elles avaient provoqué la sécrétion. »

D'après ces idées étayées sur les faits connus, le phénomène proprement dit de la fermentation, c'est-à-dire la transformation du sucre en alcool et en anhydride carbonique se fait tout entier dans la cellule, la diastase supposée existante ne diffusant pas dans le liquide ambiant. Notre savant correspondant M. Petit nous faisait remarquer, ainsi que nous l'avons vu plus haut, que l'on connaissait trop peu la composition chimique du milieu liquide où se trouvent plongées les cellules de levure pour avoir la certitude que le ferment supposé ne diffuse pas hors du corps cellulaire.

Il restait donc à prouver que cette diffusion n'a pas lieu ; c'est de ce côté que nous avons dirigé la nouvelle série de recherches que nous avons entreprises sur la fermentation alcoolique depuis le jour où notre premier travail sur cette question a été publié.

Avant d'entrer dans la description de nos expériences, nous devons faire remarquer d'abord que le signe le plus certain de la présence d'un ferment est la fermentation. Ainsi, là où nous voyons dans une préparation le sucre se transformer en alcool et en anhydride carbonique, nous pouvons conclure à la présence d'un ferment facteur de ce phénomène. Cette remarque semble vulgaire à première vue, mais nous avons tenu à la faire parce qu'elle servira de base à notre analyse.

Nous avions remarqué depuis longtemps que lorsqu'on prend une certaine quantité de levure et qu'on la place dans un tube à

réaction contenant une solution de sucre, cette levure entraînée par son propre poids tombe bientôt au fond du récipient. Si l'on observe alors avec attention, on voit que la fermentation se fait uniquement au fond du tube, au sein de la masse de levure à l'exclusion de la partie supérieure et claire du liquide. Ce fait ne se vérifie naturellement qu'au commencement de la fermentation, ou bien lorsque celle-ci est peu active; au cas contraire, l'effervescence finit par porter le saccharomyces dans toutes les parties du liquide, et la fermentation se généralise aussi dans toutes les régions du tube en expérience.

Ce fait devait attirer notre attention malgré son insignifiance apparente, mais il ne suffisait pas pour démontrer que le ferment supposé ne diffuse pas dans le milieu ambiant. Car on pouvait objecter que si la fermentation ne se produit pas à la partie supérieure des tubes, c'est que la diastase elle-même reste dans la partie inférieure des récipients et là produit la fermentation.

Pour prévenir cette objection, nous avons pris une série de feuilles de papier filtre très poreux dans lesquelles nous avons enroulé des fragments de levure légèrement comprimés, de façon à former des boules dont le centre était formé de la masse de levure, tandis que la paroi était composée par le papier filtre enroulé. Chacune de ces boules ayant été suspendue par un fil au milieu d'une solution de sucre contenue dans un vase de Berlin, nous avons placé le tout à une température convenable.

Voici ce que dans ce cas on peut toujours observer : la solution de sucre humectant le papier filtre vient en contact avec la levure située à l'intérieur et l'on voit des bulles d'anhydride carbonique diffuser à travers le papier, puis se faire jour jusqu'à l'atmosphère. Toujours la fermentation se fait au niveau de la masse de cellules, mais jamais on ne la voit se produire dans le liquide ambiant. Donc on peut conclure que, s'il existe un ferment soluble capable de transformer le sucre en alcool et en anhydride carbonique, il reste dans la cellule de levure et ne peut être mis en évidence dans le milieu liquide ambiant. En effet, puisqu'ici la masse de levure est suspendue au sein de ce liquide, le ferment devrait au cas contraire diffuser de toutes parts de cette masse de cellules, et produire la fermentation dans toutes les régions du vase; or ce fait ne se produit pas, donc il y a absence de ferment.

Bien plus, il arrive le plus souvent qu'après un certain temps

le papier filtre mouillé outre mesure finit par céder et laisse échapper une certaine quantité de levure. Si le récipient est bien immobile, cette masse de levure tombe lentement au fond et la fermentation continue au niveau de cette portion ainsi mise en liberté à l'exclusion de toute autre région de liquide sucré.

On peut encore procéder d'une autre façon. On prend un tampon d'ouate que l'on place au milieu d'un tube à réaction de fort calibre de façon à former deux compartiments, un supérieur et un inférieur, contenant chacun une solution de sucre. Lorsque l'ouate est bien humectée on laisse tomber dans le compartiment supérieur un fragment de levure. Tant que les cellules de levure n'ont pas passé dans le compartiment inférieur à travers le tampon d'ouate, la fermentation se localise exclusivement dans le compartiment supérieur. Ici encore, si la diastase existait dans le liquide, elle aurait dû passer avant les cellules de levure dans le compartiment inférieur et y produire la fermentation.

Poursuivant notre analyse, nous avons étudié le phénomène de plus près encore en nous aidant du microscope. Nous avons mis sur une série de porte-objets une goutte d'une solution de sucre dans laquelle nous avons placé une petite portion de levure. Après avoir muni ces préparations d'un couvre-objet et les avoir mises dans la chambre humide afin que la solution de sucre ne se desséchât pas, nous avons suivi au microscope les progrès de la fermentation. Nous avons toujours vu une ou plusieurs petites bulles d'anhydride carbonique se former au niveau des petites agglomérations de cellules de saccharomyces cerevisiae. Par contre nous n'avons jamais vu de bulles d'anhydride carbonique se produire là où il n'y avait pas de cellules de levure.

Donc en résumé, si l'analyse chimique ne nous permet pas encore de constater l'absence dans le liquide où vivent les levures d'un ferment soluble capable de transformer le sucre en alcool et en anhydride carbonique, l'observation attentive du phénomène de la fermentation permet déjà de conclure à la non diffusibilité de ce ferment supposé existant dans la cellule.

Avant de terminer nous avons encore quelques remarques d'un autre ordre à faire à propos de cette question de la fermentation alcoolique. Lors de la publication de notre premier travail, tendant à infirmer le fait que ce phénomène avait été obtenu sans le

secours de cellules vivantes, M. Adolphe Frentz, après avoir reproduit notre étude dans son excellente revue la GAZETTE DU BRASSEUR, faisait une remarque digne d'attirer notre attention: « La diastase, disait-il, ne pourrait-elle pas avoir été produite en assez grande quantité lors du travail antérieur des cellules écrasées et tuées, pour en laisser une portion active qui aurait traversé le filtre dans les expériences de Büchner ? »

Nous ferons remarquer qu'il aurait fallu un hasard exceptionnel pour que dans toutes nos expériences ainsi que dans celles de M. Petit et d'autres auteurs qui ont étudié expérimentalement la question, et sont arrivés au même résultat, l'accumulation ne se soit pas produite lors d'un travail antérieur, alors que cette accumulation se serait faite dans la levure employée par M. Büchner.

Pour voir si réellement une certaine quantité de diastase peut s'accumuler lors du travail antérieur, il est un moyen infaillible, c'est celui qui consiste à provoquer cette accumulation supposée en faisant fermenter pendant un certain temps la levure destinée aux expériences. Dans ces derniers temps nous avons dans ce but répété avec de la levure ainsi préparée toutes nos expériences publiées le 10 juin 1897 et que nous avons passées en revue au commencement de ce mémoire, nous devons dire que nous sommes arrivé au même résultat. En procédant de cette façon, la fermentation alcoolique ne se produit pas davantage en dehors de l'activité des cellules vivantes de saccharomyces.

De l'ensemble de ce travail, nous croyons pouvoir conclure que la fermentation alcoolique ne peut se faire en dehors de l'activité des cellules de levure. Cette conclusion est d'autant plus importante, que Büchner prétendait faire servir sa nouvelle méthode à l'extraction des toxines microbiennes et révolutionner la bactériologie en s'appuyant sur des faits qui ne se vérifient pas. Il ressort aussi de cette étude que s'il existe un ferment soluble capable de produire la fermentation alcoolique, il est épuisé au fur et à mesure de sa production et ne diffuse pas dans le milieu liquide où sont plongées les cellules de levure.

Liége, avril 1899.

ÉTUDE SUR LES PRISMES

A RÉFLEXIONS INTÉRIEURES

PAR

P. J. E. GOEDSEELS

Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique

---

I

Préliminaires

On enseigne dans les traités de physique que si un faisceau de lumière, perpendiculaire aux arêtes parallèles d'un prisme à section droite équilatérale, pénètre dans ce prisme par une des faces, et se réfléchit totalement sur la base; il sort du prisme, par la face opposée, sans subir le phénomène de la dispersion.

On enseigne aussi dans les mêmes traités que si un faisceau lumineux, perpendiculaire à l'intersection de deux miroirs plans, se réfléchit successivement sur le premier, puis sur le second miroir, il subit une déviation dont l'amplitude est égale au double de l'angle des deux miroirs.

Ces propriétés ont été mises à profit depuis longtemps dans les instruments connus sous les noms d'*équerres à miroirs,* d'*équerres à prismes* et de *sextants.* Elles ont servi en outre de principe à la construction de la plupart des instruments plus récents connus sous le nom de *télémètres.*

Nous n'entrerons pas ici dans les détails topographiques de la question, mais nous nous bornerons à indiquer brièvement les conditions physiques du problème qu'il s'agit de résoudre pratiquement ou moyen de ces instruments.

La première condition à remplir est qu'un rayon visuel ou lumi-

neux qui traverse les instruments dont nous nous occupons soit dévié de ce chef d'un angle A constant pour chaque instrument.

Cette condition est facilement remplie au moyen de deux miroirs faisant entre eux un angle $\frac{A}{2}$, et disposés de telle sorte que le rayon entrant soit situé dans un plan perpendiculaire à l'intersection des plans des deux miroirs.

On répond à ce dernier desideratum en donnant aux miroirs une forme rectangulaire, en plaçant deux arêtes supérieures dans un même plan et deux arêtes latérales en coïncidence; et en visant tangentiellement aux deux arêtes supérieures.

Un instrument ainsi constitué présente deux inconvénients pratiques : 1° la pellicule métallique réfléchissante, adhérente au verre, se ternit à la longue; 2° l'angle des deux miroirs subit des variations accidentelles.

On peut corriger ces deux inconvénients en employant des miroirs métalliques faisant corps l'un avec l'autre. Ce dispositif est réalisé en partie dans le télémètre *Roksandic*. Mais l'entretien du poli des miroirs exige beaucoup de soins.

On a imaginé de rendre l'angle des miroirs invariable en les constituant au moyen des faces d'un prisme. On a même réussi dans certains cas, notamment dans le télémètre *Souchié*, à supprimer la pellicule métallique réfléchissante et a utiliser le phénomène de la réflexion totale.

Seulement l'emploi de prismes introduit deux conditions nouvelles dans le problème.

On sait, en effet, que la lumière peut se disperser en traversant un prisme. Il est vrai que l'œil de l'opérateur est toujours placé très près des instruments dont nous nous occupons ici, et que par conséquent, la dispersion, si elle existe, n'est pas bien grande. Mais, si petite soit-elle, elle ne peut que nuire à la clarté des images; et il faut évidemment l'éviter si on peut le faire sans aucun inconvénient.

On sait aussi (la chose est du reste facile à prouver, par l'exemple du prisme équilatéral) qu'un rayon lumineux qui traverse un prisme, après s'être réfléchi intérieurement sur une ou plusieurs faces, peut subir une déviation qui dépend de l'inclinaison du rayon entrant sur la face d'entrée, de sorte que, pour obtenir la déviation A pour laquelle l'instrument est construit, il faut astreindre

l'observateur à viser sous une inclinaison déterminée. Mais on dote ainsi l'instrument d'une source d'erreurs accidentelles d'autant plus grande que l'observateur s'écarte davantage de l'inclinaison théorique.

M. Carl Max v. Bauernfeind, l'auteur du bel ouvrage intitulé *Elemente der Vermessungskunde* (*) est le premier qui ait eu l'idée, à notre connaissance, de chercher à combiner les faces d'un prisme de manière à l'affranchir de la cause d'erreurs accidentelles que nous venons de signaler, c'est-à-dire de manière à obtenir une déviation constante, et indépendante de l'inclinaison du rayon entrant sur la face d'entrée ; pourvu, bien entendu, que tout se passe dans un plan perpendiculaire aux arêtes parallèles du prisme, comme dans le cas des miroirs. Déjà dans l'édition de 1851 du susdit ouvrage, le problème est résolu. Mais il est traité d'une manière beaucoup plus complète dans les éditions suivantes.

L'auteur part de prismes triangulaires, et les assemble de diverses manières pour obtenir des prismes quadrangulaires, pentagonaux, symétriques ou non symétriques. Son travail constitue une étude analytique des plus complètes.

Lorsque nous avons lu cette étude pour la première fois, il nous a semblé qu'elle pouvait être complétée et remplacée en maintes circonstances par une synthèse générale, dont voici le principe :

1° La déviation D subie par un rayon qui traverse un prisme donné est une fonction déterminée de l'indice de réfraction α de ce rayon, de son inclinaison i sur la face d'entrée, et des angles a_1, a_2, ... a_n des différentes faces sur lesquelles le rayon s'est réfléchi à l'intérieur du prisme.

$$D = F(i, \alpha, a_1, a_2, \dots a_n);$$

2° Dès lors, il suffit de choisir les éléments a_1, a_2, ... a_n de manière que i et α disparaissent du second membre de la précédente égalité, et que la fonction restante soit égale à l'angle voulu A.

Les recherches que nous avons dirigées dans ce sens ont pleinement réussi. Le présent travail a pour but d'en exposer les résultats.

(*) Stuttgart, 1890, Verlag der I. G. Cotta'schen Buchhandlung.

II

Conventions relatives aux directions et aux angles

Les considérations géométriques relatives aux directions rectilignes et angulaires se simplifient et se généralisent de la manière la plus heureuse lorsqu'on se conforme systématiquement aux

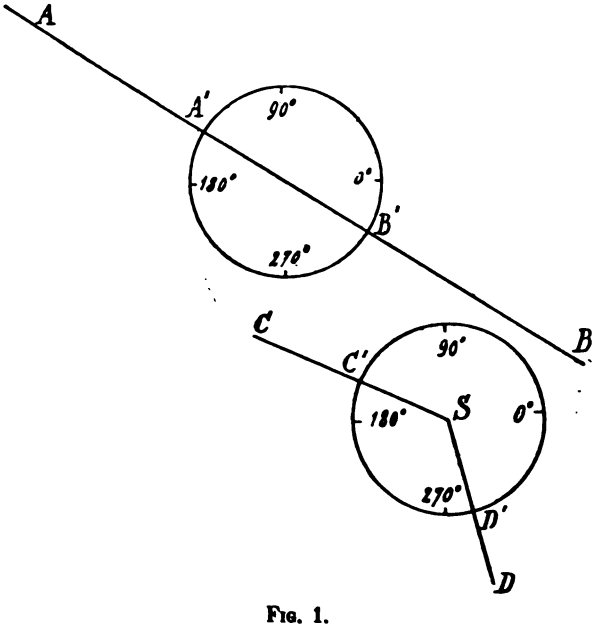


Fig. 1.

conventions suivantes, dont nous ferons usage dans la suite du présent travail.

Les directions des droites situées dans un même plan ou dans des plans parallèles, et leurs positions relatives peuvent être exactement définies au moyen d'une circonférence ou limbe gradué mobile, qu'on déplace parallèlement à lui-même.

Une droite quelconque AB étant considérée, on supposera le centre du limbe placé sur la droite et on définira les deux direc-

tions opposées, qu'on peut suivre sur cette droite, par les graduations A′ et B′ qu'elle intercepte sur la circonférence.

La graduation A′ définira la direction qui va de B vers A; la graduation B′, celle qui va de A vers B; ces deux graduations diffèrent donc de 180°.

De même lorsqu'il s'agit des positions relatives de deux directions SC et SD, ou en d'autres termes, d'un angle quelconque CSD, on supposera le centre du limbe placé au sommet S de l'angle, et on définira l'angle au moyen des deux graduations C′ et D′.

C'est ainsi que nous dirons l'angle C′D′ au lieu de l'angle CSD. Nous supprimerons même généralement les primes qui distinguent les graduations des autres points, et nous désignerons les directions et les graduations par les mêmes lettres.

Nous dirons par exemple

$$\text{mes. } CD = D - C$$

au lieu de

$$\text{mes. } C\hat{S}D = D' - C'.$$

Nous insistons sur ces conventions parce que l'emploi en est si facile et nous a déjà rendu tant de services que nous serions heureux de voir les autres en retirer les mêmes avantages. Ces conventions serviront du reste dans la suite du présent travail.

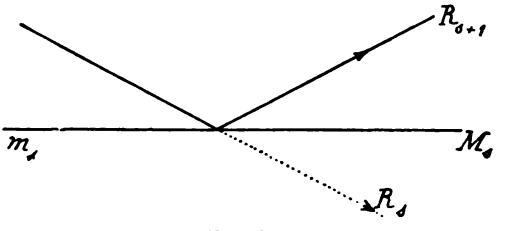


Fig. 2.

Si on considère par exemple un rayon incident R_s réfléchi sur un miroir plan dans une direction R_{s+1}, et si on place un limbe dans le plan des rayons lumineux; on peut calculer la graduation R_{s+1} connaissant R_s et une des deux directions M_s ou m_s interceptées par le plan du miroir. En effet, on sait par les lois de la

réflexion que le prolongement R_s et la direction réfléchie R_{s+1} sont symétriquement placées par rapport à m_s M_s.

On a donc

(1) $$R_s + R_{s+1} = 2M_s$$

ou

(2) $$R_s + R_{s+1} = 2m$$

selon que le zéro du limbe est en dehors de l'angle aigu R_s R_{s+1}, ou à l'intérieur de cet angle.

Si on appliquait indifféremment les deux formules (1) et (2) sans s'inquiéter de la position du zéro, on pourrait trouver pour R_{s+1} deux graduations, différant entre elles de 360°

Il est à peine besoin d'ajouter que rien n'empêcherait d'adopter diverses notations pour ces différentes valeurs de R_{s+1}. Mais dans la présente étude cela n'est pas nécessaire et rien n'empêchera de confondre les deux valeurs de R_{s+1}. Nous nous servirons donc indifféremment de la formule (1) quelle que soit la position du zéro. Seulement lorsque nous voudrons tenir compte de la possibilité d'un écart d'une ou de plusieurs circonférences entières, nous désignerons par m. 360, les multiples de 360°, y compris le multiple fictif $0 \times 360°$ ou zéro.

III

Parcours normal d'un rayon lumineux ou visuel, qui traverse un prisme. Caractéristique

Nous ne considérerons dans tout ce qui va suivre que des rayons lumineux ou visuels perpendiculaires aux arêtes parallèles des prismes.

Nous désignerons par R_s la direction du rayon avant l'entrée dans le prisme; par N_s la direction intérieure de la normale à la face d'entrée, par R_1 la direction du rayon R_s réfracté.

Le rayon R_1 peut se réfléchir intérieurement sur une face du prisme, ou bien parce que cette face est argentée, comme cela se fait dans certains prismes topographiques, ou bien parce que l'angle d'incidence a une valeur qui donne lieu à la réflexion totale.

Nous désignerons par M_1 une des deux graduations qui correspond à l'intersection du plan d'incidence et de la face réfléchis-

sante; et par R_2 la graduation du rayon réfléchi donnée par la relation (1).

(3) $$R_1 + R_2 = 2M_1.$$

Le rayon R_2 peut se réfléchir de la même manière que le rayon R_1, donner naissance à un rayon R_3 qui se réfléchit à son tour, et ainsi de suite, jusqu'à ce qu'enfin un rayon réfléchi R_{t+1} frappe une face par laquelle il sort en se réfractant dans une direction R_s.

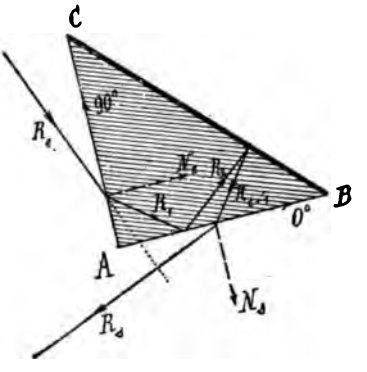


Fig. 3

Nous désignerons par N_s la direction extérieure de la normale à la face de sortie.

Chacun des prismes dont nous nous occupons dans cette étude est supposé approprié à un parcours R_e, R_1, R_2, ... R_{t+1}, R_t correspondant à une série N_e, M_1, M_2, ... M_t, N_s parfaitement déterminée. C'est pourquoi nous donnerons le nom de *parcours normal* au parcours en question.

Les propriétés qui s'appliquent à ce parcours ne s'appliquent généralement plus aux autres.

Nous avons donné le nom de *caractéristique* du parcours à l'expression C donnée par la formule

(4) $$C = 2\{M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \ldots - (-1)^t M_t\} - N_e + (-1)^t N_s.$$

Nous verrons plus loin l'importance de cette expression dans notre étude.

IV

Remarques relatives à la caractéristique et au parcours normal

Remarque 1. La caractéristique a toujours la forme

$$C = m.\,360 + 2\theta l$$

dans laquelle l est un angle aigu du premier quadrant, et θ *un certain nombre compris entre* -1 *et* $+1$.

En effet, on a d'abord, en vertu des lois de la réfraction, et en désignant par α l'indice de la réfraction

$$(5) \qquad \frac{\sin N_e R_e}{\sin N_e R_1} = \alpha, \text{ ou } \sin N_e R_1 = \frac{1}{\alpha} \sin N_e R_e$$

$$(6) \qquad \frac{\sin N_s R}{\sin N_s R_{t+1}} = \alpha, \text{ ou } \sin N_s R_{t+1} = \frac{1}{\alpha} \sin N_s R_s$$

Les sinus des angles $N_e R_1$ et $N_s R_{t+1}$ ne peuvent donc sortir de l'intervalle $\left(-\frac{1}{\alpha}, +\frac{1}{\alpha}\right)$. Or, ces angles ne peuvent être obtus. Par conséquent, si on désigne par l, l'angle aigu du premier quadrant dont le sinus vaut $\frac{1}{\alpha}$, et si on pose

$$N_e R_1 = m.\,360 + \theta' l$$

$$N_e R_{t+1} = m.\,360 + \theta'' l$$

les nombres θ' et θ'' sont nécessairement compris dans l'intervalle $(-1+1)$.

Mais on a, en outre, en vertu de la formule (3)

$$(7) \qquad \left\{ \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 2M_1 \\ R_2 + R_3 = 2M_2 \\ R_3 + R_4 = 2M_3 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ R_t + R_{t+1} = 2M_t\,. \end{array} \right.$$

En changeant les signes des relations de rangs pairs dans la série (7) et en additionnant les relations membre à membre, il vient

$$R_1 - (-1)^t R_{t+1} = 2 \{ M_1 - M_2 + M_3 \ldots - (-1)^t M \}$$

D'où l'on tire successivement, en vertu de (4),

$$(8) \qquad R_1 - (-1)^t R_{t+1} = C + N_s - (-1)^t N_s$$

$$(9) \qquad C = (R_1 - N_s) - (-1)^t \{ (R_{t+1} - N_s) \}$$

Mais

$$R_1 - N_s = \widehat{N_s R_1} + m.360 = \theta' l + m.360.$$

$$R_{t+1} - N_s = N_s R_{t+1} + m.360 = \theta'' l + m.360.$$

Donc

$$C = m.360 + l(\theta' + \theta'')$$

ou, en désignant par θ un certain nombre compris entre -1 et $+1$

$$C = m.360 + 2\theta l.$$

Corollaire. La caractéristique ne saurait jamais prendre la forme $(2m+1)\,180°$.

Remarque II. La même caractéristique peut correspondre à des parcours normaux différents.

En effet, la caractéristique

$$2 \{ M_1 - M_2 + M_3 - M_4 \ldots\ldots \} - N_s + (-1)^t N_s$$

ne change évidemment pas lorsqu'on permute d'une manière quelconque les termes du groupe impair M_1, M_3, M_5 ... ou du groupe pair M_2, M_4, M_6 ... entre eux dans chaque groupe.

Or, à chacune de ces permutations correspond un parcours normal différent.

Par conséquent, la même caractéristique peut correspondre à divers parcours normaux.

Remarque III. La caractéristique d'un prisme pour un parcours déterminé contient une suite de graduations qui dépendent de l'orientation du limbe. Il paraît certain, étant donné le rôle de la caractéristique, que sa valeur ne peut pas dépendre de cette orientation. Cependant on n'aperçoit pas l'exactitude de cette affirmation à la simple inspection de la formule (4) qui définit la caractéristique.

Examinons donc cette formule de plus près.

Le second membre peut être mis sous la forme : 1° dans le cas où t est pair

$$2(M_1 - M_2) + 2(M_3 - M_4) \dots + 2(M_{t-1} - M_t) + (N_s - N_e);$$

2° dans le cas où t est impair

$$2(M_1 - M_2) + 2(M_3 - M_4) \dots + 2(M_{t-2} - M_{t-1}) + (M_t - N_e) + (M_t - N_s).$$

On voit que, dans les deux cas, la caractéristique est formée par une série de différences.

Or, lorsqu'on change l'orientation du limbe, chaque terme de chacune des différences subit la même variation.

Donc la caractéristique ne change pas.

V

Problème fondamental

On donne l'angle N_eR_e *et la caractéristique* C. *On demande l'angle* N_sR_s.

On a, en vertu de la relation (9) et des deux relations suivantes :

$$N_sR_{t+1} = (-1)^t \{ N_eR_1 - C \} + m.\,360$$

On en déduit :

$$\sin N_sR_{t+1} = (-1)^t \{ \sin N_eR_1 \cos C - \cos N_eR_1 \sin C \}$$

En remplaçant les angles N_sR_{t+1} et N_eR_1 par leurs valeurs tirées des relations (5) et (6), la dernière égalité devient :

$$(10) \quad \sin N_sR_s = (-1)^t \{ \sin N_eR_e \cos C - \sin C \sqrt{\alpha - \sin^2 N_eR_e} \}$$

Comme l'angle N_sR_s est nécessairement aigu, il est entièrement défini par son sinus et, par suite, par la formule (10).

VI

Conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un prisme ne disperse pas la lumière, et donne un angle $R_e R_s$ indépendant de l'inclinaison du rayon entrant R_e sur la face d'entrée

Rappelons qu'il s'agit, par hypothèse, de rayons lumineux ou visuels situés dans un plan perpendiculaire aux arêtes parallèles du prisme.

Cela étant, on voit par la formule (10) que, pour que la lumière ne soit pas dispersée à la sortie, il faut et il suffit que le second membre soit indépendant de α, et, par conséquent, que $\sin C = 0$; en d'autres termes, que C ait une des deux formes $= m.\ 360°$, ou $(2m+1)\ 180°$.

Mais nous savons par le corollaire de la *Remarque 1* que C ne peut prendre la forme $(2m+1)\ 180°$. La condition nécessaire et suffisante pour qu'un prisme ne disperse pas la lumière se réduit donc à

$$C = m.\ 360.$$

Introduisant cette valeur dans la relation (10), on voit que

$$N_s R_s = (-1)^t N_e R_e.$$

On peut donc classer les prismes qui ne dispersent pas la lumière en deux catégories selon que

$$N_s R_s = -N_e R_e$$

ou

$$N_s R'_s = N_e R_e$$

Lorsque

$$N_s R_s = -N_e R_e$$

le rayon sortant R_s (fig. 4) fait avec la normale N_s à la face de sortie, un angle égal, en valeur absolue, à celui que fait le rayon entrant R_e avec la normale N_e à la face d'entrée. Mais, comme les deux angles sont de signes contraires, la déviation de R_e dans la direction R_s est la même que celle qui résulterait d'une réflexion

sur la bissectrice extérieure mM des deux normales. La déviation varie donc avec l'inclinaison $N_e R_e$ du rayon entrant R_e sur la normale N_e à la face d'entrée.

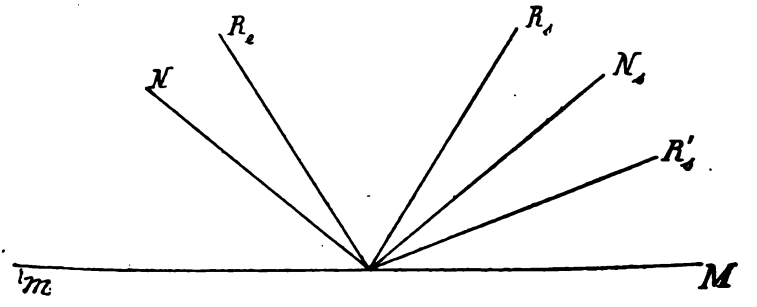


Fig 4

Si au contraire

$$N_s R'_s = N_e R_e$$

les deux angles ont même signe, et on a

$$R_e \hat{O} R'_s = N_e O N_s$$

La déviation $R_e \hat{O} R'_s$ est donc constante et égale à l'angle des deux normales N_e, N_s.

VII

Conclusion et exemples

Pour obtenir un prisme fournissant une déviation constante A, quelle que soit la direction du rayon entrant, et ne dispersant pas la lumière, il faut et il suffit qu'on prenne l'angle $N_e N_s$ égal à A, et un parcours normal présentant un nombre pair de réflexions intérieures, et correspondant à une caractéristique de la forme m. 360°.

Exemple I. L'exemple le plus simple que nous connaissions, d'un prisme répondant aux conditions requises, est le prisme imaginé par Bauernfeind et auquel il a donné le nom de Distanzmesser. Ce prisme est représenté figure 3.

La face BC est argentée. L'angle A est le double de l'angle B. Le parcours normal, représenté sur la figure 3, comprend un nombre pair de réflexions internes et correspond à la caractéristique C = m. 360°.

Exemple II. Un autre exemple nous est fourni par le prisme pentagonal de Bauernfeind, représenté figure 5. Si on place le limbe de manière que la graduation zéro corresponde à la direction AB, et la graduation 90° aux directions parallèles AE et BC, la direction DC correspond à — 45° ou + 315°, et la direction ED à — 22° 1/2 ou + 337° 1/2. Le prisme comporte quatre parcours normaux différents représentés sur la figure.

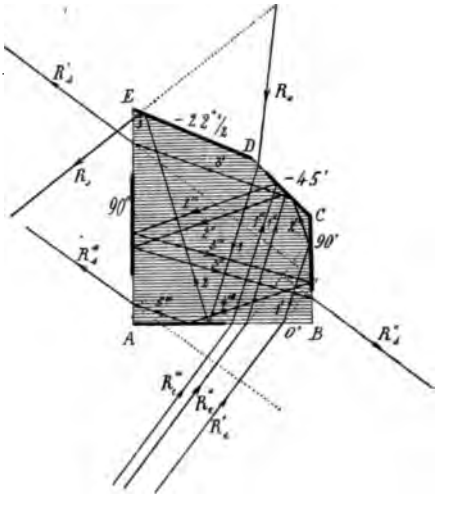


Fig. 5.

Le premier parcours R_e, 1, 2, 3, R_s correspond à $A = N_e N_s - N_s - N_e = \{ 180 - (-45 - 90) \} = 360 - 45 = -45°$. Le nombre des réflexions est de deux et la caractéristique vaut

$$2 \{ 0 - (-22\ 1/2) \} - (-45 - 90) + 180 = 360°.$$

Le second parcours R'_e, 1', 2', 3', R'_s correspond à $A = N'_e N'_s = 90°$. Le nombre des réflexions est de deux et la caractéristique vaut :

$$2 \{ 90 - (-45) \} - 90 + 180 = 360°.$$

Le troisième parcours R''_e, 1'', 2'', 3'', R''_s correspond encore à $A = N''_e N''_s = -90°$. Le nombre des réflexions est de deux et la caractéristique vaut :

$$2 \{ -45 - 90 \} - 90 + 0 = -360°.$$

Le quatrième parcours R'''_e, 1''', 2''', 3''', 4''', 5''', R'''_s correspond aussi à $A = N'''_e N'''_s = 90°$. Le nombre de réflexions est de quatre, et la caractéristique vaut :

$$2 \{ -45 - 90 + 90 - 0 \} - 90 + 180 = 0.$$

Le prisme peut donc servir à déterminer les angles de 45° et de 90°. De plus, en visant simultanément dans les directions R'_e et R''_e on peut déterminer l'angle de 180° formé par les directions R'_s et R''_s.

Enfin, si un des objets visés pour obtenir l'angle de 180° était trop brillant, on pourrait en diminuer l'éclat en utilisant la visée R'''_e pour laquelle le nombre de réflexions et par conséquent la perte de lumière est double.

L'EAU QUE NOUS BUVONS

PAR

le Dr LARUELLE

Si la question de l'eau potable intéresse tout le monde, elle mérite particulièrement de fixer l'attention des médecins et de ceux qui se préoccupent du bien-être général, à raison de l'importance de l'eau dans l'alimentation et du rôle que lui attribuent tous les hygiénistes, comme véhicule des agents pathogènes. C'est pourquoi, j'ai cru pouvoir exposer les notions élémentaires, que je me suis efforcé de rendre complètes, sur les qualités de l'eau de boisson, sur ses altérations et sur les moyens de les reconnaître. Dans des communications ultérieures, je compléterai ce travail en traitant des diverses sortes d'eaux potables et de leur valeur alimentaire, en étudiant les modes d'approvisionnement d'eau, en indiquant les moyens de purifier les eaux suspectes et de les rendre propres à la consommation.

§ 1. Qualités de l'eau de boisson et moyens de les reconnaître

L'eau est la boisson naturelle de l'homme, la seule nécessaire et suffisante; des peuples entiers, Turcs, Arabes, Indiens, Chinois, ne boivent que de l'eau ou les boissons qui en dérivent comme les infusions de thé ou de café.

L'eau doit étancher la soif, aider la déglutition, favoriser la digestion et les actes chimiques qui l'accompagnent, contribuer à la constitution de nos tissus par elle-même et par les sels qu'elle renferme.

Mais pour remplir ces conditions, l'eau de boisson doit présenter un ensemble de qualités diverses dont les unes la rendent agréable et appétissante, les autres facilement digestible et surtout inoffensive pour l'économie.

Tout le monde peut aisément se rendre compte des qualités qui rendent l'eau agréable et appétissante. C'est avant tout la *fraîcheur,* qualité qui fait qu'elle désaltère et qui résulte de la température de l'eau. Cette température doit sensiblement rester dans les limites de la température moyenne de l'année; si l'eau est chaude l'été, froide l'hiver, c'est un signe qu'elle provient des couches superficielles du sol et il faut la rejeter.

C'est la *limpidité* qui rend surtout l'eau appétissante; les eaux troubles renferment du limon et nous inspirent de la répugnance. Les eaux colorées ne plaisent guère non plus, quoiqu'elles puissent être d'une limpidité parfaite, comme les *eaux noires* de certaines rivières de l'Amérique du Sud, eaux colorées mais excellentes à boire.

L'eau doit être *inodore,* avoir une *saveur* faible et agréable au goût. Elle doit être *aérée* par la dissolution d'une proportion minime des éléments de l'air.

Mais l'eau terrestre n'est pas une eau chimiquement pure; elle renferme en solution des sels qui fournissent à l'organisme un élément indispensable à son entretien. Leur quantité varie dans d'assez grandes limites suivant l'origine de l'eau, et tantôt, la rend impropre à la consommation, tantôt en fait une excellente eau de boisson et même lui communique des vertus thérapeutiques.

On admet généralement qu'une eau de bonne qualité laisse, à l'évaporation, un résidu minéral supérieur à 1 décigramme par litre, et inférieur à 5 décigrammes pour la même quantité. La moitié de ce résidu est du carbonate calcaire.

Quelle que soit l'origine de l'eau, elle renferme en suspension un certain nombre de micro-organismes, soit que ceux-ci proviennent des couches du sol par où l'eau a filtré, soit qu'ils se soient mélangés à l'eau au moment où on la recueille à la surface. Une bonne eau potable n'en contient qu'un petit nombre, moins de cinq cents microbes par centimètre cube.

Enfin des matières organiques s'y trouvent aussi en quantité minime.

Si tout le monde peut apprécier certaines qualités de l'eau, la fraîcheur, la limpidité, etc., il est plus difficile de déterminer sa composition, de fixer la quantité de sels qui s'y trouvent en solution, d'établir l'importance des substances organiques, ou le nombre de bactéries qui s'y rencontrent en suspension.

On se rend aisément compte de la température d'une eau, en plongeant un thermomètre sensible dans une assez grande quantité de cette eau fraîchement retirée.

La saveur de l'eau se reconnaît le mieux quand l'eau est portée à une température de 20° C., l'odeur quand l'eau atteint 60° C., ou qu'elle descend à 0°.

C'est par comparaison avec l'eau distillée qu'on peut juger si un échantillon d'eau est suffisamment limpide et incolore ; on remplit deux éprouvettes de même capacité avec les deux sortes d'eau ; on les place sur du papier blanc et l'on examine par l'orifice en regardant de haut en bas (Gärtner).

L'*analyse chimique* permet de déterminer dans une eau donnée la quantité de sels de diverse nature et de matières organiques qu'elle renferme.

Nous avons dit que le résidu minéral et organique obtenu par l'évaporation au bain-marie d'un litre d'eau, et constitué pour une moitié par des sels calcaires, ne doit pas dépasser 5 décigrammes. Il existe cependant nombre d'eaux chargées de sels calcaires ; ce sont les *eaux dures*. Cette forte teneur en sels de chaux rend les eaux dures impropres à la préparation de certains aliments comme le café et les légumes ; ceux-ci durcissent à la cuisson, par suite de la combinaison qui se produit entre la caséine végétale et les sels de chaux. En outre, les eaux calcaires ont l'inconvénient de précipiter le savon en formant avec lui des composés insolubles, ce qui les rend impropres aux usages domestiques dont le principal est, sans conteste, le savonnage. Notons aussi, qu'au point de vue industriel, les eaux calcaires offrent un sérieux inconvénient ; par l'ébullition une grande partie des sels de chaux se précipite et vient tapisser sous forme d'un enduit calcaire les parois des récipients et des chaudières.

Les eaux de cette composition sont en règle générale impropres à la boisson, parce qu'elles sont lourdes, difficiles à digérer ; exception doit être faite pourtant pour quelques eaux connues,

comme l'eau de Saint-Galmier, bien supportée par l'estomac quoique très richement calcaire, à cause de l'excès d'acide carbonique qu'elle renferme.

L'analyse chimique écartera de la consommation les eaux calcaires, comme aussi les eaux *séléniteuses,* riches en sulfates, ou *salées,* riches en chlorures. Elle écartera surtout les eaux souillées de matières organiques, car leur présence est une preuve qu'il y a eu souillure du sol et de l'eau et doit attirer l'attention sur la possibilité d'infection de l'eau par des microbes pathogènes comme le bacille de la fièvre typhoïde.

La quantité d'eau nécessaire pour une analyse chimique est d'environ trois litres : on recueillera l'eau dans des bouteilles munies de bouchons en verre, en prenant soin d'éviter l'introduction accidentelle d'impuretés.

L'*examen microscopique et l'examen bactériologique de l'eau* complètent les renseignements fournis par l'analyse chimique.

« L'examen microscopique permet de reconnaître dans le sédiment d'une eau des particules provenant de l'homme lui-même ou de son ménage, tels sont des grains d'amidon ou de fécule de pomme de terre, des morceaux de charbon de bois et autres produits semblables, des matières fécales même, par exemple des parcelles de viande ayant traversé indigérées le tube intestinal et fortement colorées par la bile. La présence de ces divers produits dénote une souillure pleine de dangers „ (Gärtner).

Enfin l'examen bactériologique décèle dans l'eau la présence et le nombre des agents animés, microbes inoffensifs ou pathogènes qu'on y rencontre. Nous avons dit plus haut qu'on trouve constamment des microbes dans n'importe quelle eau ; mais, s'il est incontestable que toute eau renfermant des germes de maladies infectieuses est dangereuse au plus haut point, il est plus difficile de dire quand les eaux renfermant un certain nombre de vulgaires micro-organismes sont impropres à la consommation. Nous aurons plus loin, en traitant des diverses sortes d'eau, l'occasion de revenir en détail sur les conditions qu'il faut exiger de chacune d'elles, au point de vue de la teneur en micro-organismes.

La quantité d'eau nécessaire pour l'examen microscopique et les recherches bactériologiques est peu considérable ; on peut se servir de l'échantillon destiné à l'analyse chimique.

§ 2. Altérations de l'eau de boisson

Les divers procédés d'examen que nous venons d'exposer nous renseignent sur les altérations les plus fréquentes de l'eau potable; elles sont d'une grande importance.

Le manque de *fraîcheur* est une condition doublement défavorable, d'abord parce que l'eau ne rafraîchit pas, ensuite parce qu'une eau tiède est un milieu très apte au développement des organismes inférieurs. C'est tout particulièrement le cas pour les eaux courantes, eaux de fleuves ou de rivières.

L'eau trop froide présente d'autres inconvénients. S'il n'est pas douteux que l'eau froide ou glacée prise en petite quantité, stimule les fonctions digestives, l'abus de semblable boisson amène un certain degré d'affaiblissement et d'insensibilité des parois stomacales, et cause des troubles intestinaux, depuis la simple diarrhée jusqu'aux accidents cholériformes. Des désordres plus graves peuvent être la conséquence de l'ingurgitation même d'un seul verre d'eau glacée. Alexandre, après une course forcée, s'arrêta aux rives de l'Oxus et but à longs traits l'eau glaciale du fleuve. Cette imprudence faillit coûter la vie au conquérant et à son médecin Philippe. Ce n'est donc pas sans raison que l'on attribue, à l'époque des chaleurs, certains décès rapides et nombre d'affections graves à l'absorption de boissons froides ou glacées.

Le *manque de limpidité*, avons-nous dit, est dû à la présense de limon et se rencontre particulièrement dans les eaux de surface. Si on laisse reposer ces eaux, on constate dans le dépôt qui se forme au fond du vase, une forte proportion de matières organiques et de germes; ce qui doit suffire à les faire condamner.

L'*odeur des eaux suspectes* provient des décompositions de matières organiques sous l'action des microbes. C'est assez dire qu'il faut les rejeter, tout comme les eaux qui ont un *goût fade*, douceâtre, occasionné par des matières qui s'y trouvent en putréfaction. Inutile de dire que ces eaux ne sont guère appétissantes.

C'est aussi le défaut des eaux *peu aérées*, comme de l'eau qui a bouilli. Ces eaux sont lourdes et indigestes, mais elles peuvent reprendre facilement leur légèreté si on les bat et surtout si on les laisse pendant quelque temps séjourner à l'air.

Certaines eaux laissent à l'évaporation *un résidu minéral et*

organique supérieur à ce qu'elles doivent fournir. C'est au chimiste à déterminer la nature et la composition de ce résidu.

Nous avons vu que la présence d'un excès des sels calcaires donne à l'eau ce qu'on appelle sa dureté. L'ébullition ne suffit même pas à corriger ce défaut, car si une partie des sels calcaires est précipitée à 100°, une autre partie reste en solution.

La présence du chlore, de l'acide sulfurique, de l'acide nitrique, de l'ammoniaque et de l'acide nitreux en excès dans des proportions connues des chimistes mais variables suivant l'origine des eaux indique une souillure d'importance plus ou moins grande, sans qu'on puisse trop facilement rejeter les eaux offrant cette composition.

A vrai dire " ce n'est pas en se basant sur l'un ou l'autre élément constitutif d'une eau que l'on peut déclarer que celle-ci est véritablement souillée; on doit considérer l'ensemble des résultats de l'analyse et tenir compte en même temps de la nature du sol et des conditions spéciales qui peuvent appartenir en propre à une localité souvent très limitée „ (Gärtner).

Mais l'eau potable peut renfermer des sels autrement dangereux que les sels qui entrent habituellement dans sa composition, je veux parler de véritables poisons.

Le voisinage de certains établissements industriels entraîne fréquemment la souillure des eaux de surface, notamment des rivières; nous en avons, à la frontière de notre pays, un exemple malheureux (eaux de l'Espierre). Les produits ou les résidus de la fabrication pénètrent ou sont déversés dans le lit du fleuve et rendent l'eau nuisible. Les sources elles-mêmes, les puits fermés situés dans le voisinage de fabriques qui donnent lieu à la production de substances toxiques doivent être particulièrement surveillés.

Il arrive aussi qu'on trouve dans l'eau des conduites, du plomb provenant des tuyaux. Le fait est cependant d'une grande rareté et les conduites de plomb peuvent résister indéfiniment sans présenter la moindre altération, car l'eau dépose à la face interne des conduites un revêtement calcaire qui protège le métal contre l'action de l'oxygène ou de l'acide carbonique, gaz qu'on trouve parfois en excès dans l'eau.

Le chimiste seul pourra déceler la présence du plomb dans l'eau

et si elle en renferme, celle-ci sera déclarée impropre à la consommation.

Ces altérations de l'eau méritent incontestablement d'attirer l'attention; elles ne présentent cependant qu'une importance relative, si l'on songe aux dangers qu'entraîne la présence dans l'eau d'*un excès de matières organiques, sous la forme d'organismes vivants, germes de maladies diverses.*

Tous les microbes peuvent vivre dans l'eau, et notamment tous ceux qui sont considérés comme capables d'entraîner une maladie; mais parmi ceux-ci, il faut mettre en première ligne les microbes du typhus et du choléra, peut-être aussi l'agent actif de la dysenterie, et nombre d'autres germes, qui, sans présenter une virulence aussi spéciale, sont à même d'entraîner des dérangements intestinaux.

L'eau est le principal véhicule par lequel ces redoutables ennemis pénètrent dans le corps humain, et il n'est pas étonnant qu'il en soit ainsi, si l'on songe au manque de protection dont nous entourons les sources, les puits, les cours d'eau. En cas d'épidémie de typhus ou de choléra, comme en tout temps du reste, on répand sur le sol, à l'air libre, sur un fumier, au voisinage des puits, les déjections des malades; on lessive les linges des cholériques, des typhisés, dans une fontaine ou dans un ruisseau; et c'est à peine si, depuis quelques années, les médecins ont engagé les gens aisés à procéder à une désinfection rigoureuse des selles et du linge des malades. Aussi n'est-il guère de localité dans notre pays où l'on n'ait vu la fièvre typhoïde éclater, presque toujours, à la suite d'ingestion d'une eau contaminée; les rapports des commissions médicales en font foi.

Ce n'est pas pourtant que, dans nos contrées, ces germes vivent indéfiniment dans l'eau; en général ils n'y trouvent pas un milieu favorable à leur développement et à leur multiplication. Ainsi, dans l'eau de fontaine à la température de 10°, le bacille du choléra ne semble pas rester vivant au delà de trois jours, et le bacille typhique pendant plus de huit jours (Gärtner). Ils ne sont pas si rapidement tués dans les eaux courantes et moins encore dans les eaux stagnantes, flaques d'eau, étangs, lacs où ces bactéries trouvent une température plus élevée, des matériaux nutritifs plus abondants. Des recherches récentes ont établi que le

bacille typhique vit dans les eaux de rivière jusque trois mois. En ce qui concerne le choléra, nombre d'observateurs ont constaté que le bacille de cette maladie vit longtemps dans les eaux stagnantes. Il existe même actuellement une forte tendance à rejeter pour un certain nombre de cas d'épidémie de choléra, l'importation en Europe des germes morbides de provenance asiatique, car plusieurs hygiénistes, à l'étranger, ont constaté la présence du bacille du choléra dans les cours d'eau — notamment dans la Seine — et dans notre pays, le professeur Denys, il y a quelques années, n'a pas hésité à déclarer infectés par le bacille du choléra, les bassins de l'Escaut et de la Meuse.

S'il en est ainsi, le germe du choléra est acclimaté dans nos eaux et les épidémies peu importantes qu'on voit de temps en temps éclater dans les localités antérieurement infectées pourraient bien n'avoir d'autre cause que la contamination des eaux de surface.

En dehors des bacilles du choléra et de la fièvre typhoïde, l'eau peut renfermer les germes de la dysenterie et de la fièvre intermittente là où ces maladies existent ; aussi nombre de microbes dont l'action nocive sur l'organisme humain n'est pas aussi intense. Parmi ceux-ci, il faut citer avant tout le bacille commun des selles, qui pourtant est un hôte habituel de notre intestin, mais qui dans certaines conditions peut acquérir une virulence telle, une activité pathogénique si multiple qu'il est capable à lui seul de provoquer les affections les plus diverses des voies digestives, depuis la simple diarrhée jusqu'au choléra nostras. Une épidémie de dysenterie survenue à Anvers, il y a quatre ans, paraît n'avoir eu d'autre cause que la présence de ce bacille dans l'eau filtrée distribuée en cette ville; aussi les autorités militaires ont cru devoir condamner cette eau immédiatement.

L'existence dans une eau donnée, d'un grand nombre de germes, saprophytes vulgaires ou ferments, ne doit pas constituer, comme on l'a prétendu naguère, une présomption en faveur de la contamination de l'eau par des germes pathogènes.

Les travaux de captage des sources, soit par des puits soit par des galeries, introduisent dans les eaux les plus pures, un certain nombre de bactéries qui peuvent y vivre et s'y développer;

souvent même, dans ce cas, une seule espèce microbienne prospère dans l'eau, et le danger d'infection est nul. Si toutefois les conditions locales sont mauvaises, et si l'épuisement du puits n'amène pas la diminution du nombre des germes, on fera bien de veiller à l'assainissement du puits et au besoin à sa suppression. On agit de même si l'eau renferme un grand nombre d'espèces de microbes, car ce développement d'espèces différentes n'est possible que dans les eaux sales dont la teneur en matériaux nutritifs est très grande. Enfin l'eau peut apporter dans notre intestin, certains parasites, vers intestinaux, anchylostome duodénal, toenias, etc., soit comme tels, soit sous forme de larves.

L'eau étant un milieu généralement pauvre en matières nutritives, ne se prête guère à la multiplication des germes et ne renfermera qu'exceptionnellement les produits toxiques fabriqués par ceux-ci ; *les poisons microbiens qui ne sont pas détruits par l'ébullition :* toutefois les eaux de surface, notamment certains fleuves qui reçoivent les eaux résiduaires des villes renferment parfois un nombre tel de micro-organismes que, même après ébullition, ces eaux peuvent présenter des inconvénients étant donné que ces poisons existent aussi dans la substance même des microbes.

On le voit, notre eau potable peut être fréquemment la cause de malaises, d'intoxications, et surtout de maladies graves. Nous venons de dire que les germes de ces affections, typhus, choléra, etc. nous sont le plus souvent apportés par l'eau ; en revanche, la présence de ces germes dans l'eau est liée à celle de l'homme et de ses relations. « Toutes les eaux, qui peuvent être souillées par des bactéries provenant du voisinage de l'homme, sont exposées à être infectées par des microbes pathogènes. »

« Ainsi en est-il avant tout *des eaux libres* dans les endroits où la population est dense, et où les habitations sont nombreuses, ainsi en est-il des rivières, des lacs, des étangs, des réservoirs et des puits ouverts. En effet, le vent et surtout les eaux résiduaires des villes, les eaux de la surface du sol, provenant des pluies y introduisent de grandes masses de bactéries, et, le cas échéant, des germes pathogènes. »

« Les sources elles-mêmes, ainsi que les puits fermés peuvent, dans certaines circonstances, être infectés par des eaux sales provenant du voisinage de l'homme. Tel sera le cas, par exemple, s'il

se trouve tout près de ces sources d'eau, des trous à fumier, des fosses à purin ou des bourbiers stagnants ; le puits est-il en même temps mal couvert, ses parois sont-elles perméables, le sol est-il poreux ou crevassé de façon que les liquides provenant des couches supérieures ou des couches latérales puissent y pénétrer sans subir une filtration suffisante ou enfin la couche aquifère arrive-t-elle jusqu'à la zone du sol où se trouvent des bactéries, on comprend que les conditions locales deviennent défavorables. A chaque instant, si des germes morbides viennent par hasard à se rencontrer dans le voisinage, il peut se produire une infection » (Gärtner).

Si l'homme est la cause première de la contamination de l'eau, on conviendra facilement que nous devons à tout prix protéger les sources et les cours d'eau, que nous devons apporter la plus grande attention dans le choix de l'eau potable et au besoin corriger, atténuer les défauts de l'eau, supprimer les causes d'infection si nous l'utilisons pour la boisson. Nul n'a le droit de se désintéresser d'une question aussi importante, mais, disons-le franchement, ce souci incombe surtout aux autorités, quelles qu'elles soient, qui ont pour mission d'alimenter d'eau potable les agglomérations plus ou moins importantes. Elles auront à tenir compte de tous les faits que nous exposerons dans un prochain article avant de se décider dans le choix des sources d'alimentation.

ÉTUDE SUR LA MÉTHODE DE TOBIE MAYER

PAR

P. J. E. GOEDSEELS

Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique

I

Préliminaires

Lorsque des inconnues x, y, z... sont déterminées au moyen de systèmes d'équations telles que

$$(1) \qquad \left\{ \begin{array}{l} a_1 x + b_1 y + c_1 z + \& = m_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + \& = m_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_n x + b_n y + c_n z + \& = m_n \end{array} \right.$$

dans lesquelles les seconds membres sont des résultats d'observations, on détermine généralement un nombre d'équations supérieur à celui des inconnues, et on cherche à combiner ces équations entre elles de manière à rendre plus ou moins probable la compensation des erreurs inconnues dont les seconds membres peuvent être affectés.

Trois méthodes sont usitées, pour arriver à cette fin. La méthode la plus ancienne, imaginée par le savant astronome allemand Tobie Mayer, a été exposée par lui dans un mémoire intitulé *Abhandlung über die Umwälzung des Monds um seine Axe*... et inséré dans les Kosmographische Nachrichten und Sammlungen auf das Jahr, 1748, Wien, Nürnberg 1750. Deux autres méthodes : la méthode des moindres carrés, et celle de Cauchy ont été inventées et publiées plus tard.

Chacune de ces méthodes présente des avantages et des inconvénients. Il est donc nécessaire de se rendre un compte exact de la valeur de chacune des trois méthodes en présence, si l'on veut être à même de faire un choix judicieux, le cas échéant.

Le présent travail est le résultat des recherches que nous avons entreprises dans ce but pour la méthode de Mayer. Nous y établissons les quatre propositions suivantes :

1° La méthode de Mayer usitée de nos jours diffère sensiblement de la méthode originale ;

2° La méthode moderne est susceptible d'une simplification importante ;

3° Il y a lieu de revenir, dans certains cas, au procédé primitif ;

4° Ce procédé primitif et le procédé moderne présentent certains avantages importants qui n'ont pas encore été signalés jusqu'à ce jour.

Pour développer ces quatre points aussi clairement que possible, et de plus, pour être bien d'accord avec le lecteur, nous exposerons d'abord nos idées sur les principes qui doivent, à notre avis, servir de base aux trois méthodes signalées plus haut, sans prétendre nullement revendiquer la priorité de ces principes, quoique nous ne les ayons encore vu formuler nulle part comme nous le faisons ici.

Nous rappellerons en outre quelques définitions, afin d'éviter tout malentendu.

Définitions. 1° Les équations telles que (1) ont reçu le nom d'équations de condition.

2° On entend par résidus correspondant à un système quelconque $x = x'$, $y = y'$, $z = z'$, etc., les différences entre les premiers et les seconds membres des équations de condition, lorsque les inconnues y sont remplacées respectivement par x', y', z',

3° Nous entendrons par valeurs isolées des inconnues les diverses valeurs qu'on obtiendrait pour ces inconnues en combinant les équations de condition de toutes les manières possibles.

4° Les trois méthodes : de Mayer, des moindres carrés et de Cauchy déduisent des équations de condition, un système d'équations renfermant exactement autant d'équations que d'inconnues,

et dont les solutions sont les valeurs adoptées pour les inconnues. Ces systèmes d'équations résultants ont reçu le nom d'*équations finales* ou *normales*.

Principes. La théorie des erreurs, en général, et les méthodes précitées, en particulier, ont pour but de combiner les résultats des observations de manière à rendre probable la compensation des erreurs dont ces observations sont affectées, et à en déduire ainsi des valeurs probables pour les inconnues.

On arrive à ce but en combinant les équations de condition par voie d'addition ou de soustraction et en en déduisant ainsi des équations finales. Il est clair que si on a de la chance les erreurs dont les seconds membres m_1, m_2, ... m_n sont affectés se détruiront plus ou moins, et que les solutions des équations finales seront très précises.

Mais il ne faut pas qu'en cherchant à éviter un mal on s'expose à tomber dans un pire, et qu'en se ménageant des chances pour que les erreurs se compensent on s'expose, en cas de mauvaise chance, à ce que les erreurs s'accumulent.

On doit donc, à notre avis, combiner les équations de condition de manière que l'accumulation des erreurs soit impossible. On y arrive en effectuant la combinaison des équations de condition, pour en déduire des équations finales, de telle sorte que les solutions de ces équations finales soient des moyennes entre un nombre plus ou moins grand de valeurs isolées.

Les observateurs admettent fréquemment que la probabilité de la compensation des erreurs dans une moyenne augmente avec le nombre des valeurs isolées que cette moyenne embrasse.

L'examen de ce principe d'ordre pratique est complètement étranger au présent travail, nous l'admettrons donc dans la suite; ou plutôt nous raisonnerons dans l'hypothèse où les circonstances sont telles que le principe en question puisse être admis. Nous ferons cependant certaines réserves à ce propos en temps et lieu.

Enfin, remarquons pour terminer ces préliminaires, que les trois méthodes précitées, les seules connues, s'appliquent exclusivement à des équations linéaires.

La méthode à suivre pour transformer les équations quelconques en équations linéaires est exposée partout.

II

Méthode originale de Mayer

1° *Exposé de la méthode.* Les équations de condition dont s'occupe Mayer, dans son mémoire précité, ont reçu préalablement la forme

$$(2) \qquad \begin{cases} x + b_1 y + c_1 z \ldots = m_1 \\ x + b_2 y + c_2 z \ldots = m_2 \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x + b_n y + c_n z \ldots = m_n \end{cases}$$

Elles sont classées en réalité, quoique l'auteur ne le fasse pas explicitement, de manière que la série $b_1, b_2 \ldots b_n$ des coefficients de la deuxième inconnue forment une série croissante. Le nombre des équations est un multiple de celui des inconnues, de sorte que si on désigne ce dernier nombre par m, on a $n = pm$.

La méthode de Mayer consiste à additionner ensemble les m premières équations, puis les m suivantes et ainsi de suite; et à former ainsi m équations *finales* ou *normales* entre les m inconnues. Ce sont les solutions de ces m équations finales qu'adoptait le savant astronome.

2° *Examen de la méthode.* Pour apprécier cette méthode, il convient de considérer séparément le cas de deux et le cas de plus de deux inconnues.

Premier cas. Les inconnues sont au nombre de deux. Désignons par la lettre β les coefficients de y dans le deuxième groupe d'équations de condition, et par la lettre μ les seconds membres dans le même groupe. Adoptons la lettre S pour indiquer une somme de termes de même nature.

Les équations finales sont :

$$(3) \qquad \begin{cases} px + \mathrm{S}b \,.\; y = \mathrm{S}m \\ px + \mathrm{S}\beta \,.\; y = \mathrm{S}\mu \end{cases}$$

et les solutions sont respectivement

$$(4) \qquad x = \frac{\begin{vmatrix} Sm, & Sb \\ S\mu, & S\beta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} p, & Sb \\ p, & S\beta \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} p, & Sm \\ p, & S\mu \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} p, & Sb \\ p, & S\beta \end{vmatrix}}.$$

Nous nous occuperons exclusivement de la valeur de x. Ce que nous en dirons s'appliquera aussi à y.

Remarquons tout d'abord que Sb est la somme des p premiers termes d'une série croissante, et que $S\beta$ est la somme des p derniers. Le dénominateur des inconnues est donc toujours supérieur à zéro, et ne donne jamais naissance ni à une indétermination, ni à une impossibilité.

D'un autre côté le dénominateur peut être mis sous la forme :

$$(\beta_1 - b_1) + (\beta_1 - b_2) \dots + (\beta_1 - b_p) + (\beta_2 - b_1) + (\beta_2 - b_2) \dots + (\beta_p - b_p)$$

tandis que le numérateur peut être mis sous la forme correspondante

$$(m_1\beta_1 - \mu_1 b_1) + (m_1\beta_1 - \mu_2 b_2) \dots + (m_1\beta_1 - \mu_p\beta_p) + (m_2\beta_2 - \mu_1 b_1) \\ + (m_2\beta_2 - \mu_2 b_2) \dots + (m_p\beta_p - \mu_p b_p).$$

Par conséquent si on désigne respectivement par $N_{s,t}$ et par $D_{s,t}$ le numérateur et le dénominateur de la valeur qu'on obtiendrait pour x en associant une équation quelconque

$$(5) \qquad x + b_s y = m_s$$

du premier groupe avec une équation quelconque

$$(6) \qquad x + \beta_t y = \mu_t$$

du second groupe, la solution en x préconisée par Mayer peut être mise sous la forme

$$(7) \qquad x = \frac{S\,N_{s,t}}{S\,D_{s,t}}.$$

Comme la série $b_1, b_{2p}, \dots, b, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ est croissante chaque dénominateur $D_{s,t} = (\beta_t - b_s)$ est supérieur à zéro.

La valeur finale de x est donc une moyenne entre la plus petite et la plus grande des solutions qu'on obtiendrait pour x en associant une équation quelconque du premier groupe à une équation quelconque du second.

L'accumulation des erreurs est donc évitée dans la méthode de Mayer appliquée à deux inconnues.

En outre le nombre d'associations dont il vient d'être question étant de $p^2 = \frac{1}{4} n^2$, les valeurs moyennes adoptées par Mayer embrassent un assez grand nombre de valeurs isolées et présentent par conséquent de nombreuses chances de compensation pour les erreurs.

Une réflexion se présente ici à l'esprit. Si on associait les équations primitives de toutes les manières possibles, au lieu de se borner à associer chaque fois une équation du premier groupe à une équation du second, on pourrait former $\frac{2p(2p-1)}{1.2}$ ou $p(2p-1)$ au lieu de p^2 associations. Comme $p(2p-1)$ surpasse p^2 de $p(p-1)$ unités on doit se demander si une méthode, qui fournirait, pour chaque inconnue, une valeur moyenne finale embrassant les $p(2p-1)$ valeurs isolées de cette inconnue, comme c'est le cas pour la méthode des moindres carrés (*), ne présenterait pas plus de chances de compensation que la méthode de Mayer et ne serait pas préférable.

On peut dans cet ordre d'idées faire valoir ce qui suit en faveur de la méthode de Mayer.

Si on considère une des associations exclues par Mayer, par exemple

$$(8) \qquad \begin{cases} x - b_1 y = m_1 \\ x + b_3 y = m_3 . \end{cases}$$

la valeur de x qui correspond à cette association est

$$(9) \qquad \frac{m_1 b_3 - m_3 b_1}{b_3 - b_1} .$$

(*) Voir Massoc. *Théorie élémentaire des déterminants*. 1900. Théorème de Van Geer, p. 80, n° 38.

Les deux termes b_3 et b_1, appartenant au même groupe, sont souvent assez voisins l'un de l'autre. Leur différence peut donc être petite. Il en résulte que l'erreur du numérateur peut être divisée par une expression fractionnaire assez petite, et se trouver ainsi multipliée en réalité par un nombre assez grand.

La méthode de Mayer exclut donc de la formation de la moyenne finale des valeurs qui peuvent être mauvaises. Cet argument milite évidemment en faveur de la méthode de Mayer.

L'emporte-t-il sur le nombre des valeurs isolées, c'est une de ces questions d'ordre pratique que les sciences mathématiques sont impuissantes à résoudre. Il faut laisser à chacun le soin de la décider sous sa propre responsabilité, en s'inspirant dans chaque cas concret, des éléments de la cause.

Pour notre part, nous penchons fortement du côté de Mayer.

Deuxième cas. Le nombre des inconnues surpasse deux. Lorsque le nombre des inconnues surpasse deux, on peut encore mettre les solutions de Mayer sous la forme

$$\frac{S\,N_{s,t,u\ldots}}{S\,D_{s,t,u\ldots}}. \tag{10}$$

$\frac{N_{s,t,u\ldots}}{D_{s,t,u\ldots}}$ étant la valeur de x obtenue en associant une équation quelconque du premier groupe, avec une équation quelconque du second, une équation quelconque du troisième et ainsi de suite.

L'emploi des déterminants permet de voir facilement la chose. Seulement dans ce cas, les dénominateurs $D_{s,t,u\ldots}$ ne sont plus nécessairement positifs. Dès lors, il n'est plus certain que la méthode de Mayer fournisse des valeurs moyennes entre les valeurs isolées des inconnues, et il n'est plus certain que l'accumulation des erreurs soit impossible.

Si on persiste dans ces conditions à appliquer quand même la méthode de Mayer, la prudence exige qu'on calcule les limites des erreurs dont les valeurs finales peuvent être affectées, ou bien l'ensemble des résidus correspondant à ces valeurs; et qu'on se rende compte ainsi du degré de confiance que méritent les résultats auxquels on a abouti.

Nous ajouterons que ces limites et l'ensemble des résidus constituent des renseignements précieux, lors même qu'on est certain d'avoir affaire à des valeurs finales moyennes.

3° *Calculs inhérents à la méthode originale de Mayer.* Nous aurons à comparer ultérieurement la méthode originale de Mayer à la méthode moderne au point de vue de la simplicité des calculs. Des comparaisons analogues sont nécessaires, dans les applications pratiques, lorsqu'on veut décider en connaissance de cause si c'est à la méthode de Mayer, à celle des moindres carrés ou à celle de Cauchy, qu'il convient d'accorder la préférence.

Ces comparaisons se font de la manière la plus sûre lorsqu'on décompose les calculs relatifs à chaque méthode en opérations simples auxquelles on attribue le même coefficient d'importance. Pour ne pas entraver la marche régulière de notre étude, nous avons rejeté ces évaluations dans un appendice. Nous y avons trouvé que la méthode originale de Mayer exige en tout :

$$m(5n - m) - 3n + \frac{4}{3}m(m^2 + 3m - 1) + 5mn$$

opérations simples.

III

Méthode moderne. Simplification de cette méthode

1° *Exposé de la méthode.* L'exposé le plus complet que nous ayons trouvé du procédé de Mayer tel qu'il est appliqué de nos jours, figure dans le beau *Cours d'astronomie pratique* de M. Caspari. Voici en quoi il consiste.

Le coefficient de x au lieu d'être partout égal à 1 est simplement rendu positif en multipliant par — 1 les équations de condition où ce coefficient a primitivement le signe —.

La première équation finale est obtenue en additionnant ensemble toutes les équations.

Pour obtenir la seconde équation finale, on rend positifs tous les coefficients de la deuxième inconnue en multipliant par — 1 les équations où ce coefficient est négatif; et on ajoute de nouveau toutes les équations de condition; et ainsi de suite.

En évaluant comme précédemment les calculs inhérents à la méthode on trouve

$$m(m+1)(n-1) \tag{11}$$

opérations simples.

2° *Simplification de la méthode.* La méthode moderne est susceptible d'une simplification considérable.

Considérons à cet effet, pour plus de clarté, l'exemple suivant.

$$\left\{\begin{array}{l} a_1 x + b_1 y + c_1 z = m_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = m_2 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_8 x + b_8 y + c_8 z = m_8 \end{array}\right. \tag{12}$$

dans lequel tous les coefficients de x ont été rendus positifs, comme nous l'avons indiqué.

Supposons, pour fixer les idées, qu'en inscrivant sur trois lignes parallèles les signes des coefficients des trois inconnues, on obtienne le tableau suivant :

$$\begin{array}{cccccccc} + & + & + & + & + & + & + & + \\ + & + & - & - & - & - & - & - \\ + & - & + & + & + & + & - & - \end{array}$$

Les coefficients de x dans les trois équations finales seront ainsi

$$\begin{array}{l} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 \\ a_1 + a_2 - a_3 - a_4 - a_5 - a_6 - a_7 - a_8 \\ a_1 - a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 - a_7 - a_8 \end{array}$$

De plus pour obtenir les coefficients de y et de z, ainsi que les seconds membres, il suffira de remplacer, dans le tableau précédent, la lettre a successivement par les lettres b, c et m; en remarquant, bien entendu, que si un nombre quelconque représenté par a_s est positif, par hypothèse, les nombres représentés par b_s, c_s, m_s, peuvent être positifs ou négatifs.

La valeur de x donnée par les équations finales modernes sera donc le quotient de deux déterminants à trois colonnes, identiques

à la colonne ci-dessus, à la lettre près. Les valeurs de y et de z sont formées d'une manière analogue. L'identité de toutes ces colonnes subsiste évidemment lorsqu'on y fait les mêmes additions de lignes, et les mêmes multiplications par des facteurs constants. En outre, puisque ces multiplications se font à la fois aux numérateurs et aux dénominateurs, les valeurs des inconnues ne changent pas.

On peut donc se borner à opérer sur la colonne ci-dessus. Rien n'empêche même de supprimer la lettre a et d'opérer sur le tableau.

$$\begin{array}{l} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \\ 1 + 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 \\ 1 - 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 \end{array}$$

En ajoutant la première ligne à la seconde, et en la soustrayant de la troisième; puis en multipliant respectivement la deuxième et la troisième par $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, on obtient le dispositif

$$\begin{array}{l} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \\ 1 + 2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \\ .\;.\;2\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; + 7 + 8 \end{array}$$

D'où, en retranchant la troisième ligne de la première.

$$\begin{array}{l} 1 + 3 + 4 + 5 + 6 \\ 1 + 2 \\ 2 + 7 + 8 \end{array}$$

On voit, sur cet exemple, qu'on ne change rien aux solutions des équations finales, si, au lieu de les additionner trois fois de suite, toutes ensemble, comme nous l'avons indiqué, en effectuant les changements de signes nécessaires pour rendre positifs d'abord tous les coefficients de x, puis ceux de y et enfin ceux de z, on se borne à rendre les coefficients de x positifs, et à grouper par voie d'additions les équations de conditions 1, 3, 4, 5, 6; les équations 1, 2; et les équations 2, 7, 8.

Il résulte evidemment de la une simplification considérable.

Nous verrons dans l'appendice un exemple choisi au hasard, et

pour lequel la simplification a pour effet de supprimer 2100 opérations sur 2790.

Nous y verrons aussi qu'on peut admettre comme un maximum pour toutes les opérations, jusqu'au calcul des résidus inclusivement

$$(13)\quad \frac{1}{2}m(m+1)(n-1)+\frac{4}{3}m(m^2+3m-1)+5mn$$

3° *Examen de la méthode moderne.* Il est facile de voir que si les coefficients de deux ou plusieurs inconnues ont les mêmes signes, deux ou plusieurs équations finales sont identiques, et la méthode moderne est inapplicable.

Dans ce cas il est absolument nécessaire de revenir à la méthode originale.

Pour examiner la méthode moderne à d'autres points de vue, nous distinguerons comme précédemment les équations à deux et celles à plus de deux inconnues

Premier cas. Équations à deux inconnues. Supposons comme précédemment les équations de condition placées de telle sorte que les coefficients de y aillent en croissant, et les coefficients de x rendus préalablement positifs. Désignons par la lettre b les coefficients négatifs et par β les coefficients positifs de y. Les équations de condition seront ainsi de la forme

$$(14)\quad \left\{\begin{array}{l} a_1x - b_1y = m_1 \\ a_2x - b_2y = m_2 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_sx - b_sy = m \\ \alpha_1x + \beta_1y = \mu_1 \\ \alpha_2x + \beta_2y = \mu_2 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \alpha_tx + \beta_ty = \mu_t \end{array}\right.$$

En formant le groupement des signes de la première colonne des déterminants fournis par la résolution des équations finales on trouve

$$\begin{array}{l} +1+2\ \ldots\ldots+s+1+2+\ \ldots\ldots+t \\ -1-2\ \ldots\ldots-s+1+2+\ \ldots\ldots+t \end{array}$$

d'où en simplifiant de la manière connue

$$+1+2 \ldots\ldots + s \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots + 1 + 2 \ldots\ldots + t$$

La méthode moderne revient donc à grouper ensemble d'une part les équations de condition dans lesquelles les deux coefficients sont de signes contraires; d'autre part les autres équations.

La valeur finale de x sera donc

$$(15) \qquad x = \frac{\begin{vmatrix} Sm, & -Sb \\ S\mu, & S\beta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Sa, & -Sb \\ S\alpha, & S\beta \end{vmatrix}},$$

Le numérateur se compose donc d'une somme de termes tels que

$$\begin{vmatrix} m_2, & -b_2 \\ \mu_5, & \beta_5 \end{vmatrix}$$

et le dénominateur d'une somme de termes correspondants tels que

$$\begin{vmatrix} a_2, & -b_2 \\ \alpha_5, & \beta_5 \end{vmatrix}$$

ces termes correspondants étant l'un le numérateur l'autre le dénominateur de la valeur isolée de x issue de la deuxième equation du premier groupe et de la cinquième équation du second groupe.

Or, chacune des st combinaisons qu'on peut former avec une equation du premier groupe et une équation du second figurent dans le developpement de la valeur (15) de x.

D'un autre côté, le denominateur $a_2\beta_5 - \alpha_5 b_2$ et tous les dénominateurs analogues sont essentiellement positifs.

Par consequent la valeur de x fournie par la méthode moderne est une moyenne entre les st valeurs isolées de x correspondant aux st combinaisons precitées.

La méthode moderne jouit donc d'une propriété analogue à celle dont jouit la methode originale dans le cas de deux inconnues. Il y a cependant une difference à l'avantage de la méthode originale.

Nous avons vu en effet que le nombre des valeurs isolées embrassées par la moyenne est de $\frac{n^2}{4}$ ou $\frac{(s+t)^2}{4}$ dans la méthode originale. Nous venons de voir que ce nombre est de st dans la méthode moderne.

Or, on sait que st est inférieur à $\frac{(s+t)^2}{4}$, sauf dans un seul cas : celui où $s = t$ et où $st = \frac{(s+t)^2}{4}$.

Par conséquent, la méthode originale embrasse généralement plus de valeurs isolées que la méthode moderne, et n'en embrasse jamais moins. Donc, à ce point de vue, la méthode ancienne est la meilleure, et il y a lieu d'y revenir dans la plus large mesure possible. On comparera, dans chaque cas concret, la valeur st à $\frac{(s+t)^2}{4}$; on calculera de plus la différence $(4n - 1)$ entre les évaluations (11) et (13) des opérations numériques nécessaires d'une part dans la méthode originale, d'autre part dans la méthode moderne et on se décidera dans l'un ou l'autre sens en se basant sur toutes ces données numériques.

Exemple. Si on voulait appliquer la méthode de Mayer aux 8 équations à deux inconnues à l'aide desquelles M. Faye a déterminé, par les moindres carrés, la valeur du grand axe et l'excentricité du géoïde terrestre supposé elliptique (*Cours d'astronomie.* Première partie, p. 297), et dans lesquelles $s = 7$, $t = 1$, $n = s + t = 8$; la méthode originale exigerait $(4n - 1) = 31$ opérations simples de plus que la méthode moderne. En revanche tandis que celle-ci ne fournirait que des valeurs moyennes entre $st = 7$ valeurs isolées, la méthode originale fournirait des moyennes entre $\left(\frac{s+t}{2}\right)^2 = 16$ valeurs.

La réponse en faveur de la méthode originale ne nous paraît pas douteuse dans cet exemple.

Deuxième cas. Équations à plus de deux inconnues. Nous avons vu, à propos de la méthode originale, que la valeur d'une solution quelconque peut être mise sous la forme (10)

$$\frac{\text{S. N}_{s,t,u,\ldots}}{\text{S. D}_{s,t,u,\ldots}}$$

dans laquelle $N_{s,t,u,\ldots}$ et $D_{s,t,u,\ldots}$ sont respectivement le numérateur et le dénominateur d'une valeur isolée.

Nous avons vu en outre que les dénominateurs $D_{s,t,u,\ldots}$, pouvant être positifs ou négatifs, la méthode pouvait ne pas donner des valeurs moyennes entre les valeurs isolées; et nous en avons conclu que dans les cas où l'on persiste quand même à employer la méthode, il faut absolument se prémunir contre les insuccès, en calculant les résidus correspondant aux solutions données par la méthode, et, si c'est possible, les limites des erreurs dont ces solutions peuvent être affectées.

Tout cela peut être répété textuellement pour la méthode moderne dans le cas où le nombre des inconnues est supérieur à deux.

Il en résulte que, jusqu'à preuve du contraire, c'est à la méthode la plus simple qu'il convient d'accorder la préférence.

Or si on compare les évaluations (11) et (13), on voit que leur différence δ vaut

$$\delta = m(5n - m) - 3n - \frac{m}{2}(m+1)(n-1)$$

$$\begin{array}{llll}
\text{Pour } m = 3, & \delta = 6n - 3, & \text{et comme } n > 3, & \delta > 15 \\
m = 4, & \delta = 7n - 6, & \ldots\ldots\ n > 4, & \delta > 22 \\
m = 5, & \delta = 7n - 10, & \ldots\ldots\ n > 5, & \delta > 25 \\
m = 6, & \delta = 6n - 15, & \ldots\ldots\ n > 6, & \delta > 21 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots
\end{array}$$

C'est donc la méthode moderne, simplifiée bien entendu, qui mérite ici la préférence.

IV

Conclusion

Comme nous l'avons dit au début de notre étude :

1° La méthode moderne diffère sensiblement de la méthode originale.

2° La méthode moderne est susceptible d'une importante simplification.

3° Il y a lieu de revenir, dans certains cas, au procédé original.

4° Les deux procédés présentent certains avantages qui n'ont pas encore été signalés jusqu'à ce jour.

Les trois premières propositions ont été établies plus haut. Il nous reste à donner les explications relatives à la quatrième :

Les raisons que donne Mayer pour justifier sa méthode, tiennent plus du sentiment que de la rigueur mathématique « L'avantage de la méthode, dit-il, résulte de ce fait que le groupement des équations, décrit ci-dessus, établit entre les équations finales une distinction aussi grande que possible; attendu que les inconnues sont d'autant mieux déterminées que cette distinction est plus grande ».

La justification de la méthode moderne, dans les auteurs qui la donnent, n'est pas plus sûre.

En réalité, l'avantage de la méthode n'est certain que dans le cas de deux inconnues, et résulte de la propriété que nous avons démontrée pour les solutions, et en vertu de laquelle ces solutions sont des valeurs moyennes entre un certain nombre de valeurs isolées. Comme cette propriété n'a pas encore été, que nous sachions ni énoncée, ni démontrée, comme d'autre part, elle a une importance considérable, nous avons cru pouvoir la signaler au lecteur comme étant un des points caractéristiques établis dans notre étude.

APPENDICE

DÉMONSTRATION DES FORMULES EMPLOYÉES POUR ÉVALUER LES CALCULS

I

Méthode originale de Mayer

Conventions. Avant d'exposer la voie que nous avons suivie pour trouver les évaluations dont nous avons fait usage dans notre étude, nous devons poser en fait qu'il y a évidemment de l'arbitraire dans ce genre d'évaluation. On ne peut donc leur attribuer d'autre valeur que celle d'une indication générale qui entre en ligne de compte lorsqu'il s'agit de prendre une décision, mais ne dicte pas entièrement celle-ci.

Voici comment nous procédons :

Nous considérons une addition ou une soustraction de deux termes comme une opération simple de valeur 1. Nous attribuons la même valeur à la recherche du logarithme d'un nombre, ou à l'opération inverse, attendu que les calculateurs se servent généralement de tables suffisamment précises pour rendre l'interpolation inutile.

Il résulte de ces conventions que le calcul d'un polynome de n termes vaut $n - 1$ opérations simples, qu'un produit ou un quotient en vaut 4, etc.

Formations des équations finales. Pour donner la forme (2) aux équations de condition (1), correspondant par exemple à m inconnues, on doit effectuer mn divisions. Ce passage exige donc :

(1) $4mn$ opérations simples.

Chaque équation finale comprend $\frac{n}{m}$ équations de condition,

et exige par conséquent m additions de $\frac{n}{m}$ termes. Une équation finale vaut donc $m\left(\frac{n}{m} - 1\right)$ opérations simples. Comme il y en a m, il faut en tout $m^2\left(\frac{n}{m} - 1\right)$ ou $m(n - m)$ opérations simples. En ajoutant cette évaluation à l'évaluation (11), on arrive à un total de

$$(2) \qquad m(5n - m) \text{ opérations simples.}$$

Résolution des équations finales. Nous supposons qu'on résolve les équations finales par élimination successive, parce que c'est ce procédé qui est le plus souvent suivi par les calculateurs.

Soit donc un système final de m inconnues.

$$(3) \qquad \begin{cases} A_1 x + B_1 y + C_1 z = M_1 \\ A_2 x + B_2 y + C_2 z = M_2 \\ A_3 x + B_3 y + C_3 z = M_3 \end{cases}$$

On déduit de la première équation, par m divisions, donc par $4m$ opérations simples.

$$(4) \qquad x = \frac{M_1}{A_1} - y\frac{B_1}{A_1} - z\frac{C_1}{A_1}$$

Introduisant cette valeur de x dans les $(m - 1)$ dernières équations (1), on trouve

$$(5) \qquad \begin{cases} y\left(B_2 - A_2\frac{B_1}{A_1}\right) + z\left(C_2 - A_2\frac{C_1}{A_1}\right) = M_2 - A_2\frac{M_1}{A_1} \\ y\left(B_3 - A_3\frac{B_1}{A_1}\right) + z\left(C_3 - A_3\frac{C_1}{A_1}\right) = M_3 - A_3\frac{M_1}{A_1} \end{cases}$$

Un binome quelconque, par exemple $B_2 - A_2\frac{B_1}{A_1}$, exige les opérations simples suivantes : 1° la recherche du logarithme de A_2 ; 2° l'addition de ce logarithme à celui de $\frac{B_1}{A_1}$ déjà déterminé

antérieurement; 3° le passage au nombre de $A_2 \frac{B_1}{A_1}$; 4° la soustraction de ce nombre de B_2.

Le calcul d'un binome vaut donc 4 opérations simples. Comme il y a $m(m-1)$ binomes, la formation de tous les binomes des équations (15) exige $4m(m-1)$ opérations. En ajoutant cette évaluation à la précédente, on arrive à cette conclusion que pour diminuer d'une unité le nombre des inconnues des équations finales (13), il faut

(6) $4m + 4m(m-1)$ ou $4m^2$ opérations simples.

En poursuivant les opérations jusqu'à ce qu'on arrive à une équation à une seule inconnue, on a effectué en tout

$$4m^2 + 4(m-1)^2 + 4(m-2)^2 \ldots\ldots 4 \times 2^2$$

ou

$$4 \{ m^2 + (m-1)^2 + (m-2)^2 \ldots\ldots + 2^2 + 1^2 \} - 4$$

ou encore

(7) $$\frac{2m(m+1)(2m+1)}{3} - 4$$

opérations simples.

Il reste à faire les substitutions à rebours dans une série d'équations telles que

(8) $$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_3 z = \beta_3 \\ y = \alpha_2 - \beta_2 z \\ x = \frac{M_1}{A_1} - y\frac{B_1}{A_1} - z\frac{C_1}{A_1} \end{array} \right.$$

La première équation (8) exige 4 opérations simples.

Les autres renferment respectivement 1, 2, 3 ..., $(m-1)$ produits tels que $z\beta_2$, $y\frac{B_1}{A_1}$, $z\frac{C_1}{A_1}$. Il y a donc en tout $\frac{1}{2}m(m-1)$ de ces produits. Or, le logarithme du second facteur de chacun d'eux est déjà antérieurement connu. Chaque produit n'exige donc plus que 3 opérations simples.

L'ensemble des produits représente donc $\frac{3m}{2}(m-1)$ opérations.

Les produits étant connus, le calcul de y par la deuxième équation (18) exige une soustraction, et vaut 1, le calcul de x par la m^{me} équation (18) exige $(m-1)$ soustractions et vaut $(m-1)$. En général il y aura donc du chef de ces soustractions $1+2+\ldots+(m-1)$ ou $\frac{1}{2}m(m-1)$ opérations à effectuer. Le total des opérations pour la résolution des équations finales est donc de

$$(9)\quad \frac{2}{3}\frac{m(m+1)(2m+1)}{3}-4+4+\frac{3m}{2}(m-1)+\frac{m}{2}(m-1)$$

ou

$$(10)\qquad \frac{4}{3}m(m^2+3m-1) \text{ opérations simples.}$$

Calcul des résidus. Le calcul d'un résidu quelconque

$$m_s - a_s x - b_s y - c_s z$$

comporte m produits et m additions algébriques, donc en tout $5m$ opérations simples. Comme il y a n équations de condition, et par suite n résidus, le calcul de ceux-ci exige

$$(11)\qquad 5mn \text{ opérations simples.}$$

Dans la méthode originale $a_s = 1$. Il y a donc lieu de retrancher $3n$ opérations de cette évaluation.

Résumé

En somme la méthode originale de Mayer exige :

$m(5n-m)$ opérations simples pour la formation des équations finales.

$\frac{4}{3}m(m^2+3m-1)$ opérations simples pour la résolution des équations finales.

$5mn-3n$ opérations simples pour le calcul des résidus.

II

Méthode moderne

Sauf les calculs nécessaires pour la formation des équations finales, les calculs sont les mêmes que pour la méthode originale.

Or, la formation d'une équation finale exige $(m + 1)$ additions algébriques de n termes chacune.

La formation des m équations finales exige donc

$$m\,(m + 1)\,(n - 1) \text{ opérations simples.}$$

A cette évaluation il convient d'ajouter comme dans le cas précédent :

$\frac{4}{3}m\,(m^2 + 3m - 1)$ opérations pour résoudre les équations finales

et $5mn$ opérations pour calculer les résidus.

La simplification que nous avons introduite dans la méthode moderne porte sur la formation des équations finales.

Comme elle dépend des circonstances, il est impossible d'en faire une évaluation générale exacte. On peut toutefois admettre, comme une première indication, que le nombre des opérations nécessaires pour former les équations finales est réduite au moins de moitié.

En effet, on peut toujours, en ajoutant ou en retranchant la première ligne du groupement des signes, faire disparaître de chaque ligne les signes les plus nombreux, ou la moitié dans les lignes où il y a autant de signes + que de signes —. Désignons respectivement par p', p'', ... le nombre de signes qui restent ainsi dans les diverses lignes à partir de la seconde incluse.

On peut ensuite retrancher la deuxième ligne de la première et faire disparaître ainsi p' signes de cette première ligne.

Si on s'arrête là dans la simplification, les équations finales comprendront respectivement $(n - p^1)$, p', p'', p''' ... équations de condition et exigeront par conséquent

$$(m+1)\left\{\left(\frac{n}{2} - 1\right) + \left(\frac{n}{2} - 1\right) + (p'' - 1) + (p''' - 1) \ldots\right\}$$

ou au plus

$$m(m+1)\left\{\frac{n}{2}-1\right\} \text{ opérations simples.}$$

Auparavant elles en exigeaient $m(m+1)(n-1)$.

La réduction est donc au moins de moitié.

Si nous examinons, par exemple, les équations (12) à trois inconnues que nous avons traitées pour exposer notre simplification, nous constatons que la formation des équations finales exige

$$m(m+1)(n-1) = 84 \text{ opérations simples.}$$

Dans la méthode simplifiée, il faut, pour la première équation finale, calculer quatre polynomes à cinq termes. Pour la deuxième équation finale, il y a quatre binomes, et pour la troisième équation finale, quatre binomes à former. Cela fait en tout

$$4 \times 4 + 4 + 4 \times 2 = 28 \text{ opérations.}$$

La simplification peut donc atteindre des proportions considérables.

Mais l'exemple que nous avons choisi est beaucoup plus simple que ceux qu'on rencontre dans la pratique. Les évaluations précédentes ne donnent donc qu'une faible idée de la simplification que nous avons introduite dans la méthode.

Si on répète les mêmes opérations, par exemple pour les 94 équations de condition à 5 inconnues qu'on rencontre à la page 55 du travail publié par M. Folie, Directeur honoraire de l'Observatoire royal de Belgique, sur la *révision des constantes de l'astronomie stellaire,* dans le tome VII de la nouvelle série des Annales astronomiques, publiées dans cet établissement, on réduit les opérations nécessaires à la formation des équations finales de 2790 à 690.

Ce dernier renseignement est évidemment plus significatif que le précédent. Les deux exemples réunis prouvent que nous restons certainement en dessous de la vérité en admettant comme

première indication que les calculs nécessaires pour former les équations finales sont réduits de moitié.

Nous admettons donc pour l'ensemble des calculs de la méthode simplifiée, au maximum

$$\frac{1}{2} m (m+1)(n-1) + \frac{4}{3} m (m^2 + 3m - 1) + 5mn$$

opérations simples.

DE LA DÉCIMALISATION

DU TEMPS ET DE LA CIRCONFÉRENCE

PAR

M. Ern. PASQUIER

Professeur à l'Université de Louvain

GÉNÉRALITÉS

Quand, en 1585, Simon Stévin proposa de tout décimaliser, la question de la décimalisation du temps et de la circonférence était posée en principe. En fait, depuis un siècle surtout, on l'a souvent discutée, parfois même un peu vivement. Comme elle a été reprise ces derniers temps et qu'elle est toujours pendante (*), nous avons pensé faire œuvre utile en résumant certains travaux relatifs à la

(*) L'an dernier, en envoyant le rapport — sur lequel nous reviendrons — d'une commission ministérielle chargée de l'étude des projets de décimalisation du temps et de la circonférence, le gouvernement français a demandé à un grand nombre de gouvernements étrangers s'ils seraient disposés à prendre part en 1900 à un congrès ou à une conférence qui aurait pour objet l'étude et la réglementation de la division du temps et de la circonférence.

Au moment où nous revoyons les épreuves de cet article, M. le capitaine de fregate Guyou, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, veut bien nous faire savoir — ce dont nous lui sommes très obligé — que la plupart des gouvernements ont répondu favorablement à la demande qui leur avait été adressée, mais que, vu l'importance des abstentions, le Bureau des Longitudes propose au gouvernement français de provoquer pour le 1er octobre prochain une réunion consultative internationale.

matière et publiés, soit sous forme de brochures ou de rapports, soit comme articles de revues ou comme comptes rendus de congrès ou réunions scientifiques.

Notre intention n'est pas de faire ici une analyse critique détaillée de tous ces travaux; nous voulons seulement en donner un court exposé ou des extraits capables de faire ressortir clairement la pensée dominante de l'auteur et le point de vue auquel il s'est placé.

Nous plaçant nous-même exclusivement au point de vue des faits, nous terminerons par quelques conclusions propres à la génération actuelle et auxquelles nous sommes arrivé en ayant égard à la situation que nos ancêtres nous ont léguée.

Notre désir serait de pouvoir hâter la solution d'une question que nous considérons comme fort délicate et d'une haute importance pratique, spécialement pour ceux, de plus en plus nombreux, qui s'occupent de calculs numériques.

A notre avis, il ne s'agit pas de rechercher comment, *dans un monde nouveau,* il conviendrait d'établir les subdivisions du jour et de la circonférence de manière à répondre le mieux possible aux besoins des domaines divers où on les utilise; mais, tout en ne négligeant pas les avantages que certaines modifications de l'état actuel des choses pourraient procurer, on doit avoir égard aux inconvénients qui résulteront nécessairement de toute rupture avec le passé et qui auront pour conséquence, non seulement de contrarier les habitudes prises par la génération actuelle, mais encore de rendre difficiles, sinon impossibles, l'utilisation des documents anciens et l'usage des cartes, montres, horloges, tables de logarithmes, cercles divisés, etc., fondés sur les subdivisions existantes. Avouons même que les avantages de la décimalisation du temps et de la circonférence nous apparaissent comme purement relatifs, comme n'existant qu'en raison de nos habitudes décimales dans la plupart des autres domaines; ils sont moindres pour les peuples qui ont, plus que nous, conservé pour leurs mesures, dans ces autres domaines, des subdivisions duodécimales. Nous estimons en conséquence que si l'on veut réaliser une réforme qui puisse être acceptée par la généralité des peuples civilisés, on ne doit pas oublier que tous n'ont pas un égal intérêt à une décimalisation radicale.

Quoi qu'il en soit à ce sujet, les sacrifices qu'on impose à l'humanité entière lorsqu'on introduit un changement dans ses habitudes étant d'autant plus importants que ces habitudes sont elles-mêmes plus générales et plus invétérées, il importe que nous commencions cette étude par un court exposé historique de la question.

I

SUR LES SUBDIVISIONS DU JOUR ORDINAIREMENT EN USAGE

Origine de la division du jour en deux fois 12 heures. Pour ce premier point, rien de mieux, croyons-nous, que de reproduire quelques passages d'une conférence de notre savant compatriote J. C. Houzeau à la *Société royale belge de géographie* (*).

" Une durée d'une heure, dit Houzeau, est pour nous un laps de temps déterminé et toujours le même, comme un mètre est partout et dans toutes les circonstances une longueur constante. Il nous semble que cette fixité soit une condition essentielle, tellement élémentaire que toutes nos idées de mesure seraient jetées dans la confusion si l'on sortait de cette simplicité. Mais l'histoire prouve que les conceptions les plus simples sont celles auxquelles l'homme arrive en dernier lieu, et que l'on a toujours commencé par les combinaisons les plus compliquées. Le temps est bien près de nous où il y avait encore, par toute l'Europe, des heures de diverses grandeurs. Il y avait des heures différentes pour l'été et pour l'hiver; des heures différentes pour le jour et pour la nuit, et l'inégalité atteignait parfois une valeur considérable. Nos principales lignes de chemins de fer étaient déjà en existence, que beaucoup de nos villes avaient encore des heures qui n'étaient pas tout à fait égales entre elles d'un jour au jour suivant.

„ Pour se rendre compte du maintien de cette complication pendant tant de siècles, il faut se reporter aux moyens par lesquels

(*) *Histoire de l'heure,* dans le Bulletin de la Société royale belge de géographie, 1888, pp. 153-184. On peut consulter aussi : Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* I, pp. 82-83.

l'homme est parvenu par degrés à une appréciation de plus en plus précise du temps. Les premiers peuples n'avaient pour se guider que les apparences générales du jour et de la nuit. Ils formaient des divisions qui avaient nécessairement quelque chose de vague et qui ne pouvaient exprimer que d'une manière approximative le progrès du temps. Ainsi dans le Zend-Avesta des anciens Perses, on voit que le jour était divisé en cinq périodes : le temps dit de l'aurore que l'on comptait depuis le milieu de la nuit jusqu'au lever du soleil, le temps du sacrifice depuis ce lever jusque vers midi, la pleine lumière de midi au déclin du soleil, le lever des astres du déclin du soleil à l'apparition des étoiles, et la récitation des prières depuis l'apparition des étoiles jusqu'à minuit...

„ Les divers peuples marquaient d'autant plus de divisions que leur développement intellectuel était plus avancé...

„ C'est aux Accadiens qu'est due l'idée de partager en douze parties la durée de la nuit. Ils avaient divisé en douze la circonférence du ciel, d'après le nombre des lunaisons qu'il y a dans l'année. Ils avaient pris à cet effet des repères parmi les étoiles, et les astres ainsi désignés, se présentant à l'horizon oriental, servirent à subdiviser la nuit. Mais comme les durées étaient un peu grandes, on partagea en deux chaque intervalle, et l'on eut, au lieu de douze heures doubles, vingt-quatre heures simples, dont douze pour la nuit et par analogie douze pour le jour. Cette division du temps en deux séries de douze heures remonte à plus de vingt siècles avant notre ère. Les peuples voisins l'adoptèrent. Les anciens Egyptiens comptèrent douze heures, comme les Accadiens, du coucher au lever du soleil... Toutes les nations de l'occident suivirent le même exemple.

„ Les Chinois avaient adopté, pour la détermination des heures de la nuit, une méthode qui différait de celle des peuples de l'Occident. Les étoiles à leur lever sont souvent obscurcies par des brumes; leur observation à l'horizon n'est pratique que dans les beaux climats surtempérés ou tropicaux. Dans les zones moyennes, il était préférable d'observer l'instant où les astres arrivaient au plus haut de leur cours, dans la direction exacte du sud. Il suffisait de déterminer cette direction une fois pour toutes, puis de voir, à chaque partie de la nuit, quelle étoile venait s'y aligner.

C'est la méthode qu'ont prise depuis deux siècles les astronomes modernes, qui ont seulement substitué à l'emploi de la vue celui du télescope grossissant.

„ Le compte du temps pendant la nuit était absolument distinct du compte pendant le jour. On partait du coucher du soleil, et l'on allait jusqu'à sa réapparition le matin suivant à l'Orient. Au lever du soleil, commençaient les heures du jour, qui exigeaient des moyens d'appréciation complètement distincts. Il y avait une opposition radicale entre les procédés du jour, par le soleil, et ceux de la nuit, par les étoiles. Les deux périodes restaient donc absolument séparées. „

En résumé, le double tour du cadran nous vient d'une époque qui nous est antérieure peut-être de quarante siècles et où le jour et la nuit étaient séparément divisés en 12 heures; les heures de la nuit n'étaient pas alors égales à celles du jour.

La division en deux séries de douze heures s'est même généralement maintenue, et ce n'est guère que dans les observatoires et, plus récemment, pour certains services spéciaux, tels que les chemins de fer, postes et télégraphes, que la notation des 24 heures consécutives est maintenant adoptée (*) : tant il est vrai que la routine a plus d'empire qu'on ne pourrait se l'imaginer.

Origine des subdivisions sexagésimales de l'heure. En ce qui concerne l'origine de la division ordinaire de l'heure en soixante minutes et de la minute en soixante secondes, nous nous en rapportons encore à un travail de Houzeau (**).

“ Lorsque les Accadiens eurent créé la division en douze heures, ils reconnurent que le nombre 12 est, comme base de l'arithmétique, préférable au nombre 10. Ce dernier, en effet, n'est exactement divisible que par 2 et par 5, tandis que 12 peut être coupé exactement en 2, en 3, en 4 et en 6, ce qui lui donne une grande supériorité pratique pour servir de mesure.

„ Les Scandinaves avaient fait la même remarque et comptaient non par dizaines, mais par douzaines.

(*) L'Annuaire du Bureau des Longitudes adopte la notation des 24 heures depuis cette année.

(**) Ciel et Terre, n° du 1er décembre 1896, pp. 556,557,558.

„ Dans certaines provinces de la Suède, il reste des traces fort apparentes de cet usage, qu'il a fallu abandonner lorsque notre écriture et notre arithmétique se sont introduites. Mais le peuple compte encore par groupes de 12, et par groupes de 12 fois 12 ou 144. Il appelle aujourd'hui les premiers de grandes dizaines, et les seconds de grandes centaines. par opposition aux petites qui sont de 10 et de 100.

„ L'arithmétique à base douze est plus savante que celle à base dix, qui est la naturelle et la primitive. Elle atteste un développement intellectuel supérieur à celui du sauvage, qui ne va pas plus loin que ses dix doigts ou parfois ses dix doigts augmentés de ses dix orteils.

„ Les bases 5, 10 et 20, toutes multiples de 5, sont les premières qu'on rencontre chez tous les peuples; elles finissent bientôt par se confondre dans la base 10, qui fut bien certainement le premier module arithmétique, en Chaldée comme ailleurs.

„ Lorsqu'on eut institué une division du temps en 12 heures, et qu'on eut reconnu les avantages de la base 12, on voulut combiner les deux systèmes.

„ C'est alors que fut imaginée la subdivision sexagésimale ou par soixantièmes, le nombre 60 contenant à la fois 12 et 10.

„ Il est, dans la série numérique, le premier des nombres qui renferment à la fois ces deux diviseurs.

„ On fut si enthousiasmé de cette idée, que la subdivision sexagésimale fut appliquée à tout.

„ Toutes les unités de poids, de longueur, de capacité, de Babylone et de Ninive, se divisaient en minutes ou primes dont il y avait 60 dans l'unité principale, la prime se partageait en 60 secondes, la seconde en 60 tierces, la tierce en 60 quartes et ainsi indéfiniment. C'était un système complet et parfait dans sa nature (*).

(*) Dans leurs calculs, les Chaldéens divisaient même le jour en 360 parties, comme la circonférence. Cf. Epping und Strassmaier, *Astronomisches aus Babylon oder das Wissen der Chaldäer über den gestirnten Himmel*, p. 9. Freiburg im Breigau, Helder, 1889. Voyez aussi Lucas, *L'astronomie à Babylone*, dans la Revue des Questions scientifiques, 1890, t. XXVIII, p. 450 et 1891, t. XXIX, p. 513.

„ Tout cela nous a été transmis ; tout cela nous est resté dans la manière de compter le temps. „

Subdivisions décimales du jour. Les Chinois divisaient en cent parties égales la durée complète d'un jour et d'une nuit. " L'heure à la Chine, dit M. Berthoud dans son *Traité de la mesure du temps,* est la centième partie du jour, elle s'appelle ké; le ké contient 100 minutes. „

Beaucoup plus récemment — il y a à peine un siècle — les auteurs du système métrique songèrent à la décimalisation du temps et proposèrent de diviser le jour en 10 heures. C'est le système qui a été appliqué par Laplace dans sa *Mécanique céleste* et dans son *Exposition du système du monde;* les almanachs de l'an II et de l'an III de la république française donnèrent, d'après le même procédé, les instants du lever et du coucher du soleil et de la lune; quelques montres furent construites dans ce système; il n'obtint pas la faveur du public, et il fallut l'abandonner.

Tout en maintenant pour leurs horloges les 24 heures ordinaires, les astronomes adoptent dans leurs calculs cette division décimale du jour, dès qu'elle leur paraît avantageuse. Le plus souvent, la durée de l'année tropique, par exemple, est présentée comme égale à 365 j.sol.moy. 2422; elle est donc exprimée en jours et fraction décimale du jour : c'est même en la mettant sous cette forme qu'on peut le plus aisément se rendre compte de la supériorité du calendrier grégorien sur le calendrier julien.

Les astronomes vont plus loin et décimalisent à l'occasion l'unité de temps, quelle qu'elle soit, ou l'une de ses subdivisions : tantôt c'est le siècle, l'année ou le jour qui est décimalisé, tantôt c'est l'heure ou la minute. Dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1900, par exemple, les minutes de temps sont décimalisées aux pp. 70-73, les jours sont divisés décimalement aux pp. 241-265, 271-278, les années sont divisées décimalement aux pp. 263-268, 271-275. Dans le *Traité des orbites* d'Oppolzer que nous avons traduit (*), les dates sont souvent aussi données ou transformées en fraction décimale du jour; l'ouvrage renferme même une table, la table XIV, pour la transformation des fractions

(*) Paris, Gauthier-Villars, 1886, petit in 4°.

décimales du jour en heures, minutes et secondes, ou réciproquement. On trouve de même les minutes de temps divisées décimalement dans le célèbre *Canon der Finsternisse* (*) du même auteur; également, dans Schram, *Reductionstafeln für den Oppolzer'schen Finsterniss-Canon* (**), dans Ginzel, *Spezieller Canon der Sonnen-und MondFinsternisse* (***) et dans beaucoup d'autres auteurs que nous croyons inutile de signaler.

II

SUR LES SUBDIVISIONS DE LA CIRCONFÉRENCE ACTUELLEMENT EN USAGE (IV)

A propos de la subdivision de l'heure en 60 minutes, nous avons dit comment, dans l'antiquité, on avait été amené à tout diviser en soixantièmes.

C'est à cette tendance qu'il faut attribuer la division de la circonférence en 360 degrés, du degré en 60 minutes, de la minute en 60 secondes : connue des Babyloniens il y a près de 4000 ans, cette division a été introduite chez les Grecs peut-être deux siècles avant J.-C.

C'est aux mêmes circonstances qu'on doit de très anciennes tables où les carrés et les cubes des nombres de 1 à 60 sont écrits dans le système sexagésimal: dans ces tables, 64 est écrit 1.4 et pour 81, on trouve 1.21.

Cent ans après J.-C., dans son *Almageste*, qui a été, pendant plus de 1000 ans, l'ouvrage d'astronomie et de trigonométrie le plus complet, Ptolémée divise aussi sexagésimalement non seulement les angles, mais même les fonctions trigonométriques. D'après

---

(*) Wien, Gerold, 1887, in-4°.

(**) Wien, Tempsky, 1889, in-4°.

(***) Berlin, Mayer und Müller, 1899, in-4°.

(IV) Cf. Cantor, ouvr. cité ;

Schülke, *Zur Decimaltheilung des Winkels*, dans le ZEITSCHRIFT F. MATH. UND NATURW. UNTERRICHT. 1896, XXVII, cah. 5;

Mehmke, *Bericht über die Winkeltheilung*, dans le JAHRESBERICHT DER DEUTSCHEN MATHEMATIKER-VEREINIGUNG, 8e vol., Leipzig, 1900.

notre numération décimale, la corde de 24°, le rayon étant pris pour unité, est égale à 2 sin 12° = 0, 415 823 ; si, comme l'admet Ptolémée, le rayon est égal à 60, la corde de 24° devient 24,9494, mais Ptolémée écrit 24.56.58. Pour les parties proportionnelles, Ptolémée va plus loin encore, puisqu'il y introduit les tierces.

Dans les tables alphonsines (1252 après J.-C.), les sinus et cotangentes sont donnés en soixantièmes et le rayon y est, pour le sinus, égal à 60 et pour la cotangente, égal à 12. C'est ainsi qu'on trouve sin 45° = 42.25.35 et ctg 30° = 20.47.

En 1475, Jean Muller (Regiomontanus) fit bien faire aux tables trigonométriques un certain progrès en ce sens que, pour éviter les fractions et faciliter ainsi le calcul, il prit un rayon égal à 100,000 ; mais ce fut seulement en 1585 (*) qu'un belge, Simon Stévin, l'inventeur des fractions décimales, proposa (**) de subdiviser décimalement les monnaies et les poids, et plus généralement toutes les mesures, quelles qu'elles fussent.

En 1603, Beyer reproduisit l'idée de Stévin en l'appliquant spécialement aux mesures angulaires. Mais c'est Briggs qui mit l'idée à exécution : à sa mort, en 1631, il laissa une table de logarithmes à peu près complètement terminée, où les calculs étaient poussés jusqu'à 10 décimales et où les degrés étaient subdivisés décimalement. Cette table de Briggs, qui rompait avec l'habitude, vieille de plusieurs milliers d'années, de diviser le degré en 60 secondes, a été publiée en 1633 (***).

(*) Un géographe inconnu de la première moitié du XVe siècle adoptait cependant déjà la division décimale du degré : il écrivait, par exemple, pour la longitude de Cologne, 118°70'. Consulter à ce sujet :

S. Günther, *Studien zur Geschichte der math. und phys. Geographie*, 4e cah., Halle a. S., 1878, pp. 249 et 258.

Mehmke, ouv. cité, note 12.

(**) Cf. S. Stévin, *La disme*. Le même, en hollandais, sous le titre : *De Thiende*.

(***) *Trigonometria Britannica*, Goudae, 1633.

Le XVIIe siècle a encore vu paraître en Angleterre trois autres tables logarithmiques fondées sur le même principe : une de *Roe* en 1633, une de *Oughtred* en 1657 et une de *John Newton* en 1658. On peut consulter à ce sujet :

Glaisher, *Report on mathematical Tables* (from THE REPORT OF THE BRITISCH ASSOCIATION FOR 1873).

A la fin du XVIIIe siècle, les auteurs du système métrique revinrent à l'idée de Stévin, Beyer et Briggs; seulement, ils ne se bornèrent pas, comme ceux-ci, à la division décimale du degré, ils divisèrent l'angle droit en cent parties appelées grades.

Il n'est peut-être pas sans intérêt de constater ici que la notion de la décimalisation du quadrant, tout en devant être attribuée à Lagrange, se rencontre pour la première fois dans un ouvrage allemand (*). Voici dans quelles circonstances (**). Sur le conseil de Lagrange, alors à Berlin, Schulze, un de ses confrères à l'Académie, avait préparé de grandes tables fondées sur la division décimale du degré ; la préface en parut en 1778. Plus tard, lorsque les tables étaient terminées et prêtes pour l'impression, Lagrange changea d'avis pour se déclarer partisan de la division décimale du quadrant (***).

Schulze se rallia à la nouvelle manière de voir de son illustre confrère, alors directeur de l'Académie, mais ne pouvant à lui seul faire subir à ses tables les modifications nécessaires, il engagea fortement un professeur Schmidt, également de Berlin, à travailler dans la même voie. Schmidt se mit à la besogne et son travail, d'ailleurs incomplet, fut partiellement imprimé en 1795 (IV).

Les *Tables portatives* de Callet, qui parurent à Paris la même année, sont fondées aussi sur la division décimale du quadrant. Il en est de même des grandes tables logarithmiques et trigonométriques calculées au bureau du cadastre sous la direction de Prony et exécutées de 1794 à 1796, si pas à 1799. Ces tables de Prony ne furent pas imprimées, elles se composent essentiellement de deux manuscrits de 17 volumes grand in-folio, chacun ; Prony, dont l'aptitude pour les grands calculs numériques s'était révélée dans sa pratique d'ingénieur, avait été expressément chargé " *non*

(*) Schulze, *Taschenbuch...*, 2e cah. *Dreyeck-Messkunst*. Berlin, 1783, pp. 267 et suiv.

(**) D'après Mehmke, trav. cité, note 16.

(***) Lagrange a certainement communiqué à Schulze sa nouvelle manière de voir entre 1778 et 1783, dates des deux publications de Schulze dont il est ici question.

(IV) Bode, ASTRON. JAHRBUCH FÜR 1798, Berlin 1795, pp. 217-226.

seulement de composer des Tables qui ne laissassent rien à désirer, mais d'en faire le monument de calcul le plus vaste et le plus imposant qui eût jamais été exécuté ou même conçu. Ce programme, si largement tracé, a été fidèlement rempli, et l'exécution des grandes Tables est devenue un des principaux titres scientifiques qui recommandent la mémoire de Prony „ (*).

Parmi les plus anciennes tables du même genre, on peut encore citer :

Hobert und Ideler (**), *Neue trigonometrische Tafeln für die Decimaltheilung des Quadranten*, Berlin, 1799; Borda-Delambre, *Tables trigonométriques décimales...*, Paris, an IX (1801); Plauzoles, *Tables de logarithmes...*, Paris, 1809.

Adoptée par Delambre dans les mesures et les calculs géodésiques de la méridienne de France, la division décimale du quadrant n'a pas cessé, depuis le commencement du siècle, d'être en usage au Dépôt de la guerre français, devenu aujourd'hui le Service géographique et elle a été rendue obligatoire en 1818 pour les ingénieurs et officiers chargés de la triangulation de la France.

Ce procédé est suivi, en Belgique, par l'Institut cartographique, il est enseigné, en Italie, dans les écoles militaires; on l'utilise également, en topographie, dans le Grand-Duché de Bade, dans le Wurtemberg, etc., etc. Il sert aussi de base à un assez grand nombre de tables de logarithmes publiées en Allemagne. Telles sont : *Jordan,* Stuttgart, Wiever 1894 (à six décimales); *Gauss,* Halle Strien (à cinq et à quatre décimales); *Gravelius,* Berlin, Leimer, 1886, (à cinq décimales); *Gravelius,* Berlin, 1892 Dummler (à quatre décimales).

Les tables de Borda étant épuisées, le Ministre de la guerre en France prescrivit au Service géographique de composer deux séries de tables nouvelles, la première donnant les logarithmes à

(*) Lefort, *Description des grandes tables logarithmiques et trigonométriques calculées au bureau du cadastre sous la direction de Prony et exposition des méthodes et procédés mis en usage pour leur construction*, dans les Annales de l'observatoire de Paris, t. IV (supplément), 1858, pp. [123]-[150].

(**) C'étaient deux amis de Schmidt qui profitèrent, comme ils le disent dans leur préface, des manuscrits que ce dernier avait bien voulu leur confier.

huit décimales, la seconde les logarithmes à cinq et à quatre décimales. Ces deux espèces de tables virent le jour en 1889 et en 1891 et un ingénieur-géomètre français, M. Sanguet, publia lui-même une table à cinq décimales de petit volume, fondée sur le même système.

La faveur dont la division centésimale du quadrant jouit un peu partout, spécialement auprès de ceux qui s'occupent de topographie, n'a cependant pas empêché l'idée de Beyer de diviser décimalement le degré, qui avait été mise à exécution déjà par Briggs, de rencontrer également, en Allemagne surtout, de chauds partisans. Parmi ceux-ci, il faut distinguer d'une façon spéciale *C. Bremiker,* mort en 1877, longtemps l'éditeur du NAUTICHES JAHRBUCH et l'un des collaborateurs de l'ASTRON. JAHRBUCH. On trouve, par exemple, la division décimale du degré dans les tables à cinq décimales de *Bremiker* (*), Berlin, Weidmann, dans celles de *Westrick,* Munster, Aschendorff, 1892; également dans les tables à quatre décimales de *Bremiker,* Berlin, Weidmann 1894 et dans celles de *Schülke,* Leipzig, Teubner, 1899.

Malgré tous ces efforts de décimalisation et d'autres dont il sera question plus loin, l'ancienne division de la circonférence en 360 degrés avec subdivisions sexagésimales reste de beaucoup la plus répandue. On la retrouve, par exemple, dans la plupart des travaux astronomiques ou de haute géodésie. Citons, parmi les plus récents et les plus importants qui sont dans ce cas, la *Mécanique céleste* de Tisserand, la *Carte photographique du Ciel,* les volumes publiés sous les auspices de l'*Association*

(*) Dans la préface de ces tables à cinq décimales, dont la première édition a paru en 1872, l'auteur se déclare partisan, en principe, de la division décimale de la circonférence entière, et il exprime l'avis que le jour pourrait aussi être divisé décimalement.

Cette circonstance n'a pas entravé le succès des tables de Bremiker fondées sur la division décimale du degré, puisqu'elles arrivaient l'an dernier à la huitième édition, tandis que les tables de Gauss, aussi à cinq décimales, fondées sur la division décimale du quadrant et dont la première édition a paru en 1873, en étaient seulement à leur deuxième édition en 1898.

Il peut être utile de constater que les tables de Bremiker sont utilisées aussi en France, comme le remarque M. le Commandant Guyou, membre de l'Institut, dans un excellent travail que nous reproduirons partiellement.

géodésique internationale (*) ou de la *Société astronomique internationale,* etc.

Dans les calculs astronomiques, on rencontre toutefois aussi la division décimale du degré : par exemple, aux tables I (p. XIV), III (p. XXVI), V (p. XXX) de l'ouvrage d'Oppolzer *Canon der Finsternisse* (**), aussi dans Schram, *Tafeln zur Berechnung der näheren Umstände der Finsternisse* (***), et dans Ginzel, *Spezieller Canon der Sonnen und MondFinsternisse* (IV). Dans d'autres circonstances, c'est la minute d'arc qui, en astronomie, est divisée décimalement : c'est ce qu'on constate dans l'ANNUAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES (V), dans d'Abbadie, *Géodésie d'Ethiopie* (VI), dans Albrecht, *Formeln und Hülfstafeln für geographische Ortsbestimmungen* (VII). Dans un travail récent (VIII), M. Hermann Struve emploie constamment la division décimale du jour et la division décimale du degré ou de la minute d'arc; parfois (IX), on trouve, dans une même formule, ces trois divisions décimales. Il arrive aussi que les astronomes préfèrent la division centésimale de toute la circonférence : c'est le cas des tables X du *Traité des orbites* d'Oppolzer.

(*) Ainsi malgré un vœu de décimalisation formulé lors de sa réunion à Rome en 1883 et que nous rapporterons plus loin, cette Association, composée des astronomes et des géodésiens les plus éminents, continue à faire usage de procédé traditionnel.

(**) Wien, Gerold's Sohn, 1887, in-4°, déjà cité.

(***) Wien, Gerold's Sohn, 1886, in-4°.

(IV) Berlin, Mayer und Müller, 1899, in-4°, déjà cité.

(V) Dans l'ANNUAIRE pour 1900, aux pp. 85-103, 241-265.

(VI) Paris, 1873.

(VII) Leipzig, Engelmann, 1894.

(VIII) *Beobachtungen der Marstrabanten* in Washington, Pulkowa und Lick-Observatory. MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE IMP. DES SCIENCES DE SAINT-PÉTERSBOURG VIIIe série, t. VIII, n° 3, 1898, in-4°.

(IX) Cf. VIERTELJAHRSSCHRIFT DER ASTR. GESELLSCHAFT, 35e année, 1900, 1er cahier, p. 41.

III

PROPOSITIONS OU VŒUX DIVERS, FORMULÉS EN FRANCE

En 1870 (*), Ant. d'Abbadie, le célèbre explorateur que la Société scientifique de Bruxelles a eu l'honneur de compter parmi ses présidents, a développé l'avis que c'est avec raison que les auteurs du système métrique ont pris comme unité l'angle droit ou le quart de la circonférence et l'ont divisé en cent parties égales. Il a ajouté que, dans les observatoires, aussi bien pour les calculs que pour les observations, on devrait opérer de même pour le temps, ce qui revient à dire que, d'après d'Abbadie, le quadrant ou six heures de notre division vulgaire devrait, pour les observations astronomiques et les calculs, être considéré comme l'unité de temps, concurremment avec le quadrant ou le quart de la circonférence, adopté comme unité d'angle.

L'opinion de d'Abbadie rencontra dans MM. Hoüel (**), Radau (***) et Airy (IV), de chaleureux défenseurs. « Pour tout ce qui concerne, dit le premier, la Mécanique céleste, la Géodésie, la Topographie, la Physique et les déterminations numériques que l'on rencontre dans l'étude des mathématiques pures, le quadrant est l'unité *naturelle*, indiqué de la manière la plus claire par l'examen des procédés pratiques, aussi bien que par les diverses théories du calcul intégral qui conduisent aux transcendantes circulaires et à celles qui leur sont analogues (V) ».

En 1875, lors du Congrès international de géographie à Paris,

---

(*) COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 1870, 1er semestre, pp. 1111 et suiv.

(**) COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 1870, 1er semestre, pp. 1387 et suiv. — Cf. Houel, VIERTELJAHRSSCHRIFT DER ASTR. GESELLSCHAFT, t. I, 1866.

(***) Radau, COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 1870, 2me sem. p. 335.

(IV) Airy, même vol., même page.

(V) « Ainsi Jacobi, celui peut-être de tous les géomètres qui a le plus excellé dans les notations, s'est bien gardé d'exprimer les périodes des fonctions elliptiques autrement qu'en quadrants elliptiques. »

M. de Chancourtois (*), alors professeur de géologie à l'École des mines de Paris, reprit l'idée de d'Abbadie et proposa non pas seulement la division de la circonférence en 400 grades, mais encore celle du jour en 40 parties auxquelles on pourrait donner le nom de *chrones*. La même idée a été préconisée (**) par M. Goedseels, administrateur-inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique.

Tous les Académiciens de 1870 ne partagèrent pas l'opinion de d'Abbadie. L'un d'eux, M. Wolf, ne tarda pas à écrire (***) à l'illustre assemblée que, d'après lui, ce n'est ni le quart de la circonférence, ni le quart du jour qui doivent être pris comme unités, mais bien la circonférence entière et le jour entier. Peu de temps après, Villarceau rappelait (IV) à l'Académie qu'en 1864, il avait déjà, devant le Bureau des longitudes (V), exposé la même manière de voir, sans succès il est vrai.

En 1893, M. de Rey-Pailhade, ingénieur civil des mines et président de la société de géographie de Toulouse, donnait son entière adhésion aux mêmes idées et depuis cette époque,

---

(*) COMPTE RENDU DES SÉANCES DU CONGRÈS INTERNATIONAL DES SCIENCES GÉOGRAPHIQUES, Paris, 1875, I, pp. 6 et 7. Voir aussi la page 49 du même volume et *Terzo Congresso geografico internazionale dal 15 al 22 settembre 1881*, Roma, 1884, t. II, p. 20.

(**) *Note sur la décimalisation des mesures angulaires et horaires. Table de réduction*, dans les ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, t. XXII, 2me partie, 1899. Les 40mes parties du jour, que M. de Chancourtois appelle *chrones*, M. Goedseels les appelle des *hores*. Au Congrès de Berlin dont nous parlerons plus loin, M. Olivier, de Paris, montra une montre ayant 40 heures et chaque heure, cent minutes.

(***) COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 1870, 1er semestre, p. 1221.

(IV) COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, 1870, 1er sem. pp. 1233 et suiv.

(V) Voir le même recueil, même volume, p. 1234.

Un astronome mexicain, M. de Mendizabal Tombarrel, a publié en 1891, à la librairie Hermann, à Paris, une table de logarithmes à huit décimales, fondée sur ces idées de Villarceau. Outre ces tables logarithmiques à huit décimales, on peut citer comme se rattachant au même ordre d'idées toute une collection d'appareils décimaux, tels que montres, chronomètres, sextants, cartes, etc.

il n'a cessé de faire, en leur faveur, la plus active propagande (*).

M. Bouquet de la Grye, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, défend un autre procédé, qui a des liens étroits avec celui de d'Abbadie. Afin que les heures nouvelles ne diffèrent pas trop des heures actuelles, il propose de diviser le jour non en 40 heures, mais en 20 heures subdivisées décimalement; comme conséquence, d'après M. Bouquet de la Grye, la circonférence serait elle-même divisée en 200 grades ou degrés, divisés décimalement aussi (**).

Il en est cependant beaucoup qui préfèrent des solutions moins radicales. C'est ainsi que M. de Sarrauton, géographe d'Oran, conserve (***) la division du jour en 24 heures, mais ces heures, d'après lui, devraient être divisées décimalement; de plus, afin d'avoir entre les divisions du temps et celles des angles un rapport aussi simple que possible, il propose de diviser la circonférence en 240 parties égales, lesquelles seraient elles-mêmes divisées décimalement.

Ces propositions transactionnelles de M. de Sarrauton ont recueilli

---

(*) De Rey-Pailhade, *Essai sur l'unification internationale de l'heure.* Toulouse, chez Lagarde et Sebille, 1893.

Voyez aussi divers art. du même auteur dans la REVUE SCIENTIFIQUE (nos des 31 oct. 1896 et 2 janv. 1897), les COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DE PARIS (fév. 1898), l'ECLAIRAGE ÉLECTRIQUE (no du 19 mars 1898), le BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ DE L'INDUSTRIE MINÉRALE, 3e livraison de 1899.

(**) Bouquet de la Grye, *Décimalisation du temps et de la circonférence.* Paris, Noizette, 1896.

Nous ne connaissons pas de tables de logarithmes ni d'appareils de mesures horaires ou angulaires fondés directement sur ce système, mais en principe, rien évidemment ne s'oppose à leur réalisation.

(***) H. de Sarrauton, *L'heure décimale et la division de la circonférence*, avec une note de M. Carnot. Paris, Bernard, 1897.

Cf. H. de Sarrauton, *Sur le système de l'heure décimale, les divisions du jour et du cercle, et la Table géographique*, dans les COMPTES RENDUS DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, 1er semestre 1898, pp. 192-194.

Des montres et des instruments de mesure angulaire ont été réalisés dans ce système et d'après l'article des COMPTES RENDUS dont il vient d'être question, des tables de logarithmes fondées sur le même procédé étaient en préparation en 1898.

de nombreuses et précieuses adhésions. La *Société de géographie d'Oran* s'y est ralliée, ainsi que M. Adolphe Carnot, membre de l'Institut, inspecteur général des mines et président de la *Société d'encouragement pour l'industrie nationale.* Dans sa séance du 11 octobre 1895, le Conseil général du département d'Oran a émis à l'unanimité le vœu que le gouvernement prenne telles mesures qu'il jugera convenables pour que l'heure décimale soit officiellement adoptée en France dans le plus bref délai possible. Enfin deux députés de la Chambre française, MM. Gouzy et Delanne, ont déposé, il y a un peu plus d'un an, une proposition de loi tendant à l'adoption officielle de ce système à partir du 1er janvier 1900 (*).

On peut résumer comme suit les divers systèmes en présence :

1° Le jour est divisé en 24 heures, l'heure en 60 minutes, la minute en 60 secondes.

La circonférence est divisée en 360 degrés, le degré en 60 minutes, la minute en 60 secondes.

C'est la subdivision ordinaire du jour et de la circonférence.

2° La circonférence comprend 360 degrés divisés décimalement.

C'est le système adopté dans certaines tables de logarithmes (Briggs, Bremiker, etc.).

3° La circonférence est divisée en 400 grades, subdivisés décimalement.

C'est le procédé définitivement conseillé par Lagrange à Schulze, adopté par les auteurs du système métrique, proposé par d'Abbadie, Hoüel, de Chancourtois, Goedseels, etc., et suivi dans un assez grand nombre de tables trigonométriques.

4° Le jour est divisé en 24 heures; les heures sont divisées décimalement.

La circonférence est divisée en 240 grades ou degrés, divisés décimalement.

C'est le système de M. de Sarrauton.

5° En ce qui concerne le jour, les auteurs du système métrique proposent de le diviser en 10 heures subdivisées décimalement,

(*) Cf. Mareuse, *L'heure décimale*, etc., dans la Revue scientifique, n° du 18 mars 1899.

d'Abbadie, en 4 heures, et MM. de Chancourtois et Goedseels, en 40 heures, toujours subdivisées décimalement.

6° Le jour est divisé en 100 heures, la circonférence en 100 degrés; l'heure et le degré sont subdivisés décimalement.

C'est le système de Villarceau et de MM. Wolf, de Mendizabal Tombarrel et de Rey-Pailhade.

7° Le jour est divisé en 20 heures, subdivisées décimalement. La circonférence est divisée en 200 grades ou degrés, divisés décimalement.

C'est le système de M. Bouquet de la Grye.

On en était là lorsque, par décret du 2 octobre 1896, M. le Ministre de l'instruction publique en France constitua, comme l'avait demandé M. Bouquet de la Grye, une commission spécialement chargée d'étudier les avantages et les inconvénients des différents systèmes mis en avant.

La Commission, sur l'existence et les conclusions de laquelle nous avons attiré l'attention dès 1897 (*), comprenait :

1° Les membres du Bureau des longitudes;

2° Deux membres de l'Administration centrale de l'instruction publique;

3° Deux représentants des postes et télégraphes;

4° Deux représentants des chemins de fer.

La Commission s'est réunie plusieurs fois sous la présidence de M. Lœwy, directeur de l'Observatoire de Paris, et a nommé comme rapporteur général M. H. Poincaré. Nous voudrions pouvoir reproduire en entier le rapport si substantiel de l'illustre mathématicien, surtout qu'il constitue une pièce officielle non dans le domaine public. Faute d'espace, nous nous bornerons à en extraire ici une partie particulièrement remarquable et à faire connaître les décisions prises.

" Sans doute, dit le Rapport à propos des *conditions du problème,* quelles que soient l'unité de temps et l'unité d'arc adoptées, il suffira que ces unités nouvelles soient subdivisées d'après les règles du système décimal pour qu'un progrès immense soit réalisé et que les inconvénients les plus graves s'évanouissent.

(*) Bulletin de la Société scientifique de Bruxelles, session du 28 oct. 1897 à Charleroi, pp. 15 et 16.

„ Mais l'embarras commence dès qu'il s'agit de choisir ces unités :

„ 1° Il est dangereux de froisser inutilement les habitudes du public qui ne renoncera pas facilement à la division du jour en 24 heures. Nous nous exposerions à nous heurter, comme nos devanciers, à une invincible résistance.

„ 2° Les savants eux-mêmes ont une tradition qu'ils ne pourraient abandonner impunément ; les astronomes ont accumulé depuis plusieurs siècles un riche trésor de documents qui, loin de perdre leur prix en vieillissant, deviennent chaque jour plus précieux ; les phénomènes astronomiques se déroulent avec lenteur, et une comparaison constante du présent et du passé peut seule nous en révéler le secret.

„ Il est donc désirable que les angles et les temps exprimés en mesures sexagésimales puissent être aisément convertis dans le nouveau système d'unités.

„ 3° Enfin, il faut compter avec les répugnances des physiciens et des mécaniciens pour qui la seconde, base du système C. G. S., est l'unité fondamentale de temps.

„ 4° On peut avoir à additionner plusieurs angles dont la somme est plus grande que la circonférence ; ou bien à soustraire un angle d'un autre plus petit en valeur absolue.

„ On peut, particulièrement dans l'étude des marées, être forcé de calculer les lignes trigonométriques d'un angle qui croît proportionnellement au temps et dont les variations, pendant le cours d'une année, pourront atteindre plusieurs circonférences.

„ Il faut donc se préoccuper du calcul des angles plus grands que 2π.

„ Il est à souhaiter que l'on puisse facilement extraire d'un pareil angle le multiple de 2π qui y est contenu, et par conséquent que le rapport de la circonférence à l'unité d'angle soit un nombre simple.

„ 5° Il convient que l'unité de temps soit la même que l'unité d'arc, ou au moins que le rapport des deux unités soit un nombre simple.

„ 6° Enfin, pour simplifier les calculs trigonométriques, il faut que l'on puisse immédiatement écrire le supplément ou le complément d'un angle.

„ La simple énumération de ces conditions montre qu'elles sont incompatibles; il est donc nécessaire d'en sacrifier quelques-unes ou tout au moins de n'y satisfaire qu'imparfaitement. „

Le rapport examine ensuite les avantages et les inconvénients des diverses solutions préconisées, puis résume comme suit les décisions de la Commission :

“ 1° Le jour solaire est divisé en 24 heures, qui sont subdivisées décimalement ;

„ 2° La circonférence est partagée en 400 grades, qui sont subdivisés décimalement ;

„ 3° Ces nouveaux modes de division du temps et de la circonférence pourront être mis en vigueur dès qu'ils auront été approuvés par un congrès international ;

„ 4° Il convient, sans attendre cette entente internationale, de décider que l'heure civile légale se comptera de 0 à 24, comme l'heure astronomique ;

„ 5° En attendant la réunion du congrès, il y a lieu de faire des expériences préliminaires, que M. le commandant Guyou veut bien se charger de diriger. La Commission émet le vœu que toute facilité soit donnée pour ces expériences à M. Guyou par le Département de la marine. „

Afin d'éviter toute méprise, il importe de noter dès maintenant qu'en prenant les résolutions ci-dessus, la Commission n'a pas entendu demander que les physiciens et les électriciens abandonnent la seconde comme unité de temps. Le *Rapport* dit, au contraire, expressément (*) :

“ Pour les mécaniciens, les physiciens, les électriciens, l'unité de temps est la seconde ; ils se servent rarement de l'heure et de la minute, de sorte qu'un changement d'unité serait pour eux une gêne presque sans compensation.

„ Mais ce n'est pas tout ; des trois unités fondamentales : longueur, masse et temps, dérivent toutes les unités secondaires ; on ne pourrait toucher à la seconde sans modifier en même temps l'unité de force, et les unités électriques, ohm, ampère, volt, etc.

(*) P. 9, “ Système C. G. S. „

„ A la suite de longues discussions, les physiciens sont arrivés à un système d'unités parfaitement cohérent et tout à fait satisfaisant pour l'esprit. Son avènement a paru un progrès comparable à l'invention du système métrique. Il est clair que les physiciens ne pourraient l'abandonner sans répugnance.

„ Sans doute un changement ne rencontrerait pas des obstacles matériels insurmontables; mais l'uniformité des mesures électriques est une conquête trop récente et trop précieuse. On craindrait de la compromettre en remettant tout en discussion.

„ Cependant les physiciens peuvent conserver la seconde, quand même les astronomes, les marins, ou même le public adopteraient l'heure décimalisée.

„ Cette dualité aura-t-elle quelque inconvénient? Je ne le crois pas.

„ Les industriels ne s'en apercevront même pas.

„ Pour les physiciens de laboratoire, ce ne sera qu'une gêne insignifiante....

„ En vérité, on ne voit pas pourquoi les physiciens interdiraient un progrès aux astronomes et au public, uniquement parce qu'ils ne peuvent pas eux-mêmes en profiter. „

Quant au vœu émis par la Commission de voir des expériences comparatives entreprises sous la direction de M. Guyou, il a été entendu par le gouvernement. Le 15 mai 1899, M. Guyou s'exprimait, en effet, comme suit (*) :

" J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un Recueil d'éphémérides, de tables et de types de calculs nautiques (**) destinés à une série d'expériences qui vont être entreprises, sous la direction du Bureau des longitudes et avec le concours du Département de la marine, pour étudier, au point de vue des intérêts de la navigation, les avantages que pourrait offrir l'extension du système

(*) Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris, 1er semestre 1899, pp. 1197-1201.

(**) Guyou, *De l'extension du système décimal à la mesure de la circonférence. Éphémérides et Tables numériques en parties décimales du quart du cercle, préparées pour une application à la navigation.* Paris, Gauthier-Villars, 1899, un fascicule in-4°.

décimal à la mesure de la circonférence, et pour se rendre compte des difficultés que rencontrerait l'accomplissement de cette réforme.

„ Ces expériences ont été instituées conformément à un vœu de la Commission qui a été chargée par le Ministre de l'instruction publique de l'examen des projets de réforme des unités d'arc et des unités de temps présentés dans le cours des dernières années par diverses sociétés françaises de géographie.

„ Elles consisteront à établir, sur un certain nombre de navires, pendant une période de neuf mois, un régime analogue à celui qui serait adopté si la réforme était décidée. Ces navires ont été choisis parmi ceux qui seront appelés à une navigation assez active pendant la période dont il s'agit. Chacun d'eux a déjà reçu ou recevra avec le présent recueil, des cartes marines et des instruments gradués en unités décimales, ainsi que des tables de logarithmes appropriées. Des officiers spécialement désignés seront chargés de faire, avec les instruments et les tables décimales, toutes les observations et tous les calculs nécessaires à la conduite du navire à la mer....

„ Il a paru opportun, dans cette circonstance, de montrer que, contrairement à l'opinion universellement admise, la réforme des unités d'arc n'est pas nécessairement solidaire de celle des unités de temps. Dans les méthodes qui vont être mises en pratique, il ne sera question que de la première ; et nos expériences montreront que lors même que l'on ne pourrait pas arriver à s'entendre pour la réforme des unités de temps, rien n'empêcherait d'entreprendre dès maintenant celle des unités d'arc. Il est d'autant plus utile de mettre ce principe en lumière que les raisons les plus sérieuses qui aient été alléguées jusqu'ici pour écarter à priori toute idée de réforme s'appliquent presqu'exclusivement à la mesure du temps.

„ Il est bien difficile de méconnaître, en effet, que la nécessité d'imposer cette dernière réforme au public soulèverait des difficultés sinon insurmontables, du moins considérables. Une réforme d'usages adoptés par toutes les classes de la société, dans tous les pays civilisés, n'aurait de chances de succès que si une majorité imposante y avait des intérêts immédiats, ce qui n'est guère le cas. Les simplifications apportées aux calculs par la décimalisation n'intéressent que ceux qui ont à soumettre le temps à des calculs

d'une certaine importance, c'est-à-dire une infime minorité. Sans doute, même pour les besoins usuels, il serait plus facile de se familiariser avec les unités décimales qu'avec les unités actuelles, mais l'habitude de ces unités s'acquiert peu à peu, sans aucune difficulté, par un long usage, comme s'acquiert l'habitude du langage.

„ La réforme des unités d'arc, au contraire, serait avantageuse pour tous ceux qui auraient à la subir, et elle serait d'autant plus facile à réaliser que les personnes qu'elles concernent appartiennent à une catégorie assez éclairée et, par suite, plus accessible à une réforme. D'un autre côté, il faut bien reconnaître que la décimalisation des unités d'arc est actuellement en cours d'exécution ; nous avons déjà d'une part, en France, le service géographique de l'armée, le Génie militaire qui se servent du grade ; cette même unité a été adoptée par quelques services géodésiques à l'étranger ; d'autre part, un assez grand nombre de calculateurs en France et hors de France, font usage des Tables de Bremiker en parties décimales du degré. Il paraît donc désirable que les autorités scientifiques des diverses nations civilisées prennent la direction de ce mouvement spontané pour éviter la multiplicité d'unités qu menace de s'établir.

„ L'assertion que les deux réformes peuvent être considérées comme indépendantes l'une de l'autre paraîtra, au premier abord, paradoxale. Il est certain, en effet, qu'actuellement, dans ceux des problèmes d'astronomie et de navigation où interviennent des arcs d'équateur, les notions de temps et les notions d'arc sont très étroitement enchevêtrées, et que, dans un même problème, le même nombre doit être considéré tour à tour, tantôt comme arc, tantôt comme un intervalle de temps moyen, de temps sidéral ou de temps vrai. Mais il est facile de voir que ces problèmes sont presque tous du domaine de la géométrie pure et que ce mélange confus de conceptions aussi étrangères l'une à l'autre a pour origine l'usage irrationnel de graduer les chronomètres des marins et les pendules sidérales des astronomes en unités de temps. En réalité, ainsi que le montre cet ouvrage, c'est un arc et non un intervalle de temps que le chronomètre donne aux marins ; de même, c'est un arc d'équateur céleste que la pendule sidérale indique aux astronomes. C'est donc en unités d'arc et non en

unités de temps que ces instruments devraient être gradués, et il suffira de leur restituer cette graduation rationnelle pour faire disparaître des problèmes dont nous parlons cette notion parasite du temps si nuisible à la clarté et toutes les complications de calcul qu'a occasionnées son introduction.

„ C'est à cet ordre d'idées que je me suis conformé pour la constitution des méthodes qui vont être mises en pratique par les expérimentateurs. Les chronomètres ont été gradués en unités angulaires et les éphémérides sont toutes exprimées dans cette même espèce d'unités ; enfin toutes les expressions telles que : angle horaire, temps sidéral, temps vrai, etc., ont fait place à des dénominations nouvelles rappelant que, dans les calculs de navigation, les éléments désignés représentent exclusivement des différences de longitudes.

„ Dans tous les calculs de navigation proprement dits, il ne sera fait usage que d'unités angulaires ; les unités de temps seront exclusivement réservées à la graduation de l'horloge du navire ; les deux espèces d'unités ne viendront en contact que dans les problèmes ayant pour objet le réglage de cette horloge.

„ L'unité angulaire que nous avons choisie pour ces expériences est le grade, centième partie du quadrant. Cette unité offre, comparativement à toutes celles qui ont été proposées, l'avantage de faire entrer l'unité des distances en mer dans le système métrique ; de plus, c'est avec ce mode de division que s'effectuent le plus facilement les changements de quadrant, les additions et soustractions de demi-circonférences et de circonférences entières, qui se présentent si fréquemment dans les calculs.

„ Pour l'organisation de ces expériences, nous avons trouvé auprès de la haute administration de la Marine le concours le plus empressé. Nous devons surtout des remerciements à M. le vice-amiral Besnard, ministre en 1898, qui a décidé que la Marine prendrait part à ces études et qui a bien voulu les faciliter en prenant à la charge de son département les frais d'achat des chronomètres et des sextants décimaux nécessaires aux navires expérimentateurs. „

Nous devons à la grande obligeance de M. Guyou lui-même, les renseignements suivants concernant les résultats de ces expériences, actuellement terminées.

« Cinq croiseurs, pendant neuf mois environ, ont appliqué les unités décimales à la navigation : observations et calculs ont été faits en grades (100e partie du quadrant).

„ Les expérimentateurs sont unanimes à déclarer que la substitution des unités nouvelles se ferait sans aucune difficulté ; les calculateurs et les observateurs se sont mis au courant immédiatement. Tous sont également d'avis que les calculs sont plus simples et exposent moins aux erreurs.

„ Enfin, la plupart expriment le vœu que la réforme soit entreprise le plus tôt possible.

„ En résumé, les expériences ont montré que la plupart des difficultés pratiques que l'on redoutait pour la réforme étaient sans importance. „

IV

A PROPOS DE DEUX CONGRÈS TENUS EN ALLEMAGNE EN 1899

Afin de ne pas allonger démesurément cet article, nous nous contenterons, à propos de l'Allemagne, d'attirer encore l'attention sur deux congrès récents, le Congrès des naturalistes et des médecins allemands qui a eu lieu à Munich du 17 au 23 septembre dernier et le Congrès international de géographie qui a tenu ses assises à Berlin quelques jours plus tard. En ce qui concerne le Congrès de Munich (*), il est bon de savoir que l'Association des naturalistes et des médecins allemands se réunit chaque année dans le même lieu et en même temps que la Société des mathématiciens allemands et que celle-ci forme à peu près complètement, si pas tout à fait, la première section de l'Association. En 1898, la réunion avait eu lieu à Dusseldorf du 19 au 24 septembre : il y avait été donné lecture d'un travail de M. Schülke, d'Osterode (Prusse

(*) Nous avons assisté à ce Congrès comme délégué du gouvernement belge pour la question de la décimalisation et nous renouvelons ici l'expression de notre gratitude à MM. les Congressistes pour leur accueil sympathique et surtout pour les facilités qu'ils nous ont accordées dans l'accomplissement de la mission dont nous étions honoré.

orientale) relatif aux décimalisations angulaires et, sur la proposition de M. A. Gutzmer, professeur à l'Université d'Iéna et secrétaire de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, l'assemblée avait décidé que la question serait examinée de plus près par la *Tafelcommission* nommée l'année précédente (*), ainsi que par un certain nombre d'hommes compétents appartenant aux diverses branches intéressées.

A Munich, la question de la décimalisation de la circonférence a été abordée une première fois le mardi 19 septembre, dans la 17e section ou section de l'enseignement des sciences mathématiques et naturelles. Sur les rapports conformes de MM. Schülke et Ducrue, la section, à l'unanimité, a exprimé l'avis que :

1° Au point de vue de l'enseignement moyen, il y a lieu de maintenir la division de la circonférence en 360 degrés et de diviser le degré décimalement ;

2° Il faut exercer l'élève aux divers modes de diviser le degré et à leur conversion réciproque.

Cette réunion du 19 était considérée comme une réunion préparatoire à la séance du lendemain.

C'est le mercredi 20 septembre que s'est tenue, pour l'objet que nous avons en vue, la séance principale ou séance plénière du groupe des sciences naturelles, physiques et mathématiques.

M. le professeur F. Klein, de Göttingen, qui présidait en même temps que M. le professeur Wislicenius de Leipzig, a d'abord rappelé que la question du mode de subdivision des angles avait été, lors de la réunion de Dusseldorf, renvoyée à l'examen de la *Tafelcommission*. Il a ajouté : « La question présente un intérêt particulier pour les sciences qui s'occupent de mesures de précision et de calculs pratiques. On sait d'ailleurs qu'il est dans les intentions du gouvernement français de convoquer en 1900 un congrès international qui aurait à discuter et à résoudre la question de la décimalisation, non seulement pour les mesures

(*) Cette *Tafelcommission* est composée de MM. *A. Börsch*, chef de service à l'Institut géodésique de Postdam, *L. Kiepert*, professeur à l'École polytechnique de Hanovre, *R. Mehmke*, professeur à l'École polytechnique de Stuttgart et *M. Voigt*, professeur à l'Université de Göttingen.

angulaires, mais aussi pour celles du temps. C'est en raison de ces circonstances que la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung* a mis au programme la discussion relative à la décimalisation des mesures angulaires et horaires et c'est pour donner les bases les plus larges à cette discussion, à laquelle toutes les sections du groupe des sciences naturelles sont plus ou moins intéressées, que le groupe entier en est saisi. „

Sur la proposition de M. F. Klein et avant toute discussion, la parole a d'abord été donnée à M. le Dr Mehmke pour son rapport au nom de la *Tafelcommission,* laquelle avait examiné surtout la question au point de vue mathématique et géodésique; il a ensuite été donné lecture du rapport de M. le professeur Bauschinger de Berlin, qui, sur la demande du bureau de la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung,* s'était placé au point de vue astronomique et nautique ; enfin M. le Dr Schülke, d'Osterode, a parlé au point de vue de l'enseignement moyen.

Tous les détails relatifs à cette séance très intéressante sont maintenant publiés (*). Nous nous bornerons à transcrire ici les *conclusions des rapports,* la *discussion* qui a suivi, ainsi que la *résolution* de l'assemblée.

" Le plus rationnel, conclut M. Mehmke, est de diviser la circonférence en 400 grades et d'adopter la subdivision décimale du grade.

„ Rien n'empêche l'introduction générale de ce procédé en mathématiques pures, ainsi qu'en géodésie. „

En l'absence de M. le professeur Bauschinger, directeur de l'*Astronomisches Rechen-Institut* de Berlin, empêché d'assister à la réunion, son rapport a été lu par M. le professeur Gutzmer ; en voici les conclusions :

(*) Verhandlungen der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aertze, 71. Versammlung zu Munchen. Erster Theil, Leipzig, Verlag von F. C W. Vogel, 1900.

Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, 8e Band., herausgegeben von G. Hauck und Gutzmer. Leipzig, Teubner, 1900.

Nous devons un tiré à part de ces rapports à la grande obligeance de M. A. Gutzmer à qui nous redisons un cordial merci.

Le Jahresbericht renferme, en plus que les Verhandlungen, quatorze pages de notes du plus haut intérêt, annexées au rapport de M. Mehmke — ou si l'on veut — au rapport de la *Tafelcommission.*

« 1° En astronomie, on ne peut plus, pour aucune raison, s'écarter des unités de temps et d'angle adoptées jusqu'à présent.

„ 2° La division décimale des unités adoptées jusqu'à présent n'est pas, en général, à conseiller pour les usages astronomiques.

„ 3° Si d'autres sciences veulent faire un usage systématique de la division décimale des unités adoptées, il y a d'autant moins lieu de s'y opposer au point de vue astronomique que depuis longtemps, les astronomes emploient eux-mêmes cette division décimale, là où ils la trouvent avantageuse. „

Quant à M. Schülke, il a naturellement reproduit, en séance plénière, les considérations émises la veille en vue des 360 degrés, avec subdivision décimale du degré.

Avant la discussion, M. le professeur Klein a exprimé le désir qu'avant tout, pour que les débats ne durent pas trop longtemps, les spécialistes veuillent bien formuler leur avis sur la question. Il a ajouté que les mathématiciens purs n'ont aucune préférence pour l'une ou l'autre division de la circonférence.

D'après M. le professeur Seeliger, directeur de l'Observatoire de Munich, qui a pris ensuite la parole, on doit, pour bien des raisons, conserver l'ancien degré comme unité. Malgré les inconvénients signalés par M. Bauschinger, il pense que l'astronome peut se rallier à la proposition Schülke concernant la division décimale de cet ancien degré; il remarque que ce procédé est avantageusement employé dans plusieurs tables de logarithmes et aussi dans certaines questions d'astronomie stellaire. Un compromis, ajoute-t-il, est souvent nécessaire quand des intérêts différents sont en jeu. C'est pourquoi il se rallie à la proposition Schülke, mais c'est la limite des concessions que peut faire l'astronome.

M. Foerster, directeur de l'Observatoire de Berlin, exprime un avis différent. C'est un partisan convaincu de la division centésimale du quadrant : ceux qui s'occupent de géodésie dans les duchés de Bade et de Wurtemberg ont constaté, dit-il, les grands avantages de cette division. Il estime toutefois qu'elle ne peut être introduite en astronomie, où elle perdrait de sa valeur par les importants calculs de conversion auxquels il faudrait soumettre les documents anciens et reconnaît que la division décimale de l'ancien degré peut être utile en maintes circonstances. D'après

M. Foerster, il ne peut d'ailleurs, en aucune façon, être question de la division décimale du temps.

Parlant comme représentant de la marine, M. le conseiller Neumayer, d'Hambourg, déclare adhérer aux considérations qui précèdent et exprime spécialement l'avis que la marine n'a pas le moindre intérêt à ce que la division actuelle du temps soit modifiée.

D'après M. le professeur Boltzmann, de Vienne, les physiciens ne sont guère plus intéressés que les mathématiciens proprement dits à la question de la décimalisation du temps et de la circonférence. Peut-être le mieux serait-il de conserver l'ancien degré et de le diviser décimalement; en tous cas, il ne faut pas toucher à la seconde de temps, qui intervient essentiellement dans maintes données physiques.

M. le professeur Warburg, directeur de l'Institut physique de Berlin, exprime également l'avis qu'il y a lieu de rejeter sans hésitation la division décimale du temps; il estime que si la division décimale du quadrant est une nouveauté non recommandable, il en est tout autrement de la division décimale du degré, usitée maintes fois déjà. Cependant le principal est de s'entendre et il ne faut pas qu'on en arrive à faire usage d'instruments diversement gradués.

M. le professeur Schmidt, de München, qui a expérimenté pendant un grand nombre d'années cette division décimale du quadrant, la considère, au contraire, comme excellente. Il pense que dans le cas où l'on conserverait l'ancien degré, il conviendrait de le diviser décimalement.

Pour le professeur Mehmke, de Stuttgart, les difficultés de conversion des anciens degrés en grades ne sont pas aussi grandes que certains le pensent. Des auxiliaires ou même des machines spéciales, qui ne coûteraient pas bien cher, pourraient très bien effectuer la conversion. A son avis, le compromis proposé rencontrerait de la résistance de la part des géodésiens et aussi de la part des mécaniciens.

Parlant au nom des mécaniciens de précision, M. L. Tesdorpf, de Stuttgart, exprime l'avis qu'ils doivent rester neutres dans le débat. C'est à la science à décider : si elle se prononce pour la division décimale de l'ancien degré, les mécaniciens sauront la

satisfaire tout comme ils ont su construire des instruments fondés sur la division sexagésimale de l'ancien degré et sur la division centésimale du quadrant.

La discussion close, M. le professeur Klein, de Göttingen, propose qu'un rapport détaillé soit adressé au Chancelier de l'Empire, au nom du groupe des sciences naturelles, par la *Deutsche Mathematiker-Vereinigung;* dans sa pensée, celle-ci prierait, en outre, le Chancelier de désigner pour le Congrès de Paris des délégués compétents, qui devraient bien se renseigner sur les observations présentées dans des réunions scientifiques du genre de celle-ci.

La proposition de M. Klein a rencontré une adhésion unanime.

Le Congrès international de Géographie qui s'est tenu à Berlin du 28 septembre au 4 octobre 1899 s'étant occupé aussi de la question de la décimalisation, il importe que nous en disions quelques mots. Voici ce qu'on lit à ce propos dans le GEOGRAPHISCHE ZEITSCHRIFT (*) :

" M. de Rey-Pailhade avait proposé que le Congrès émît un vœu en faveur de la décimalisation du temps et de la circonférence. L'auteur fut empêché, par la maladie, de se rendre au Congrès, mais sa proposition amena une longue discussion à laquelle prirent part, entre autres, MM. les professeurs A. Wagner, de Göttingen et Penck, de Vienne. D'après eux, il y a lieu de maintenir la division actuelle du temps, entre autres, parce qu'elle constitue la seule mesure internationale. Une autre division de la circonférence, par exemple, la division en 400 grades, compliquerait les rapports, relativement simples et si importants pour la geographie, entre les heures et les angles. Notre beau système des fuseaux horaires tomberait du même coup et nos cartes n'en seraient que moins claires.

„ L'un de ceux qui étaient favorables à la proposition, M. J. R. Olivier, présenta une montre ayant 40 heures et chaque heure, cent minutes.

„ Définitivement la majorité des Congressistes adopta la résolution que voici (**) :

(*) GEOGRAPHISCHE ZEITSCHRIFT, 9 fév. 1900. Leipzig, Teubner.

(**) *Bericht über die feierliche Eröffnung des VII Internationalen Geographen-Kongresses am 28 September 1899 und die Beschlüsse des Kongresses*, p. 33.

„ Le Congrès exprime le désir de voir conservée la division du temps telle qu'elle existe, ainsi que celle de la circonférence en 360 degrés, en admettant cependant qu'on puisse étudier ultérieurement un nouveau système de division (de) l'angle.

„ Il ne présente pas d'objections à l'emploi de la division décimale du degré en cas utile „.

V

AUTRES VŒUX. — APPRÉCIATIONS DIVERSES. — CONCLUSIONS

Constatons d'abord que tous ceux qui ont proposé des modifications plus ou moins profondes au régime existant se rendent bien compte du danger qu'il peut y avoir à changer un système à peu près universellement admis depuis quarante siècles.

" Nous appelons de tous nos vœux, dit par exemple d'Abbadie (*), une réforme décimale dans la division de l'angle. La seule objection plausible qu'on puisse alléguer contre cette réforme, c'est qu'un système de mesure adopté par la plupart des nations civilisées ne doit pas être changé. „

" Si je n'ai pas pris part à la discussion soulevée par M. d'Abbadie dans la séance du 23 mai, ce n'est pas, dit à son tour Villarceau (**), que la question me fût indifférente ; mais je me suis arrêté devant une objection que M. d'Abbadie reconnaît plausible : " Un système de mesure adopté par la plupart des nations civilisées ne doit pas être changé. „

Les mêmes auteurs de propositions un peu radicales ne se font pas non plus d'illusions quant au temps que nécessiterait l'introduction des réformes qu'ils préconisent.

" Un certain nombre de Sociétés de Géographie, dit M. Bouquet de la Grye (***), ont demandé récemment que l'on mette à l'étude

---

(*) Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 1er semestre 1870, p. 1113.

(**) Ibidem, p. 1233.

(***) Bouquet de la Grye, *Décimalisation du temps et de la circonférence* (Note présentée au Congrès national de géographie tenu à Lorient en 1896). Paris, Noizette, 1896.

l'extension du système décimal au temps et à la circonférence, et dans le dernier congrès international tenu à Londres, un vœu dans ce sens a été émis sans que l'on ait voulu préconiser la solution qui était présentée par un des membres du Congrès.

„ La sagesse de cette résolution est grande, car plusieurs propositions du même genre ont été faites depuis une centaine d'années; l'une d'elles date même de l'adoption du système métrique par la Convention et, chose singulière, les astronomes qui l'avaient présentée l'ont vite abandonnée.

„ Ils ont pu faire adopter par le public le système métrique dans son ensemble, parce que l'on avait de la peine à se reconnaître au milieu des mesures si diverses usitées dans les provinces françaises; l'unification a été un grand bienfait, et l'extension du système métrique dans le monde montre la valeur de la conception des savants de l'ancienne académie.

„ La décimalisation du temps et de la circonférence ne présente pas de pareils avantages.

„ En ce qui concerne la mesure du temps, nous pouvons affirmer que le public, à l'heure actuelle, n'est aucunement intéressé à en changer.

„ La division (non décimale) du jour en vingt-quatre heures est la même non seulement par toute la France, mais même dans tout le monde civilisé, et elle date de plusieurs milliers d'années, léguée par les anciennes civilisations.

„ Le public n'en demande pas la modification, il en acceptera même une difficilement, et elle devrait, dans tous les cas, lui être présentée avec beaucoup de ménagements.

„ Comme, d'autre part, la décimalisation de la circonférence n'aurait de véritable utilité que si elle était en concordance avec la division du jour, on voit combien la question est délicate à poser et la solution difficile. Ceux qui doivent en recueillir les fruits, les astronomes, les géographes, puis les mécaniciens et les physiciens sont, à l'heure actuelle, relativement en petit nombre, mais les avantages pour eux sont si grands que l'on est certain que la question reviendra sur le tapis à chaque congrès, et comme, déjà, quatre ou cinq solutions sont présentées et soutenues par leurs auteurs avec une grande ténacité, on doit craindre qu'il se produise une véritable babélisation décimale de nouvelles unités et une

série de publications dans lesquelles on aurait quelque peine à se reconnaître, comme autrefois dans les mesures de surface de nos provinces.

„ Il y a donc un véritable intérêt à obéir au vœu émis par le Congrès de Londres, à rechercher non un système idéal de mesures qui ne pourrait convenir, par exemple, qu'à des astronomes, mais celui qui, dans un avenir plus ou moins éloigné, pourrait être accepté par le public.

„ Il s'agit d'examiner toutes les solutions, de peser leurs avantages et leurs inconvénients, et d'indiquer la meilleure comme un but à atteindre dans un avenir plus ou moins éloigné.

„ Comme avec la diffusion de l'instruction, le nombre de personnes obligées de faire des calculs va en croissant, et que ces calculs seraient facilités par l'emploi de mesures décimales, le nombre des adhérents croîtra chaque année, et il viendra un moment où la réforme s'imposera...

„ Il a fallu une centaine d'années pour propager le système métrique dans le monde occidental, il faudrait un pareil délai pour faire aboutir une modification des divisions anciennes du temps et des angles.

„ Mais nous croyons avec le Congrès géographique de Londres, qu'il faut rechercher, dès à présent, la meilleure solution. Il importe ensuite beaucoup d'obtenir un consensus sans lequel on ne ferait rien de stable et, pour procéder régulièrement, nous avons demandé au ministre de vouloir bien saisir de cette question une commission spéciale dont feraient partie les membres du Bureau des Longitudes.

„ Une entente internationale préparerait ensuite les esprits à une réforme qui devrait d'abord être faite dans les observatoires aux instruments donnant le temps sidéral, puis appliquée ensuite par les marins et par les géographes. „

A propos d'une conférence donnée précisément par M. Bouquet de la Grye à la *Société astronomique de France*, le 14 oct. 1896 (*), tout en remerciant l'orateur, M. Callandreau, membre de l'Institut, qui faisait les fonctions de président, a souligné cette opinion qu'il n'y a dans les études entreprises qu'une préparation pour l'avenir,

(*) Bulletin de la Société astronomique de France, novembre 1896, p. 346.

une direction donnée aux esprits. Il a ensuite ajouté : « La réforme est très difficile à réaliser. L'heure est absolument uniforme dans tous les pays. C'est peut-être le seul point sur lequel les hommes se soient mis d'accord. Aussi ne doit-on y toucher qu'avec une extrême prudence et après une entente universelle. » Dans la même séance, M. Fouché a exprimé l'avis qu'il pourrait bien y avoir deux manières de compter, l'une duodécimale pour le grand public, l'autre décimale pour les astronomes.

Dans un travail qui a principalement pour objet de faire connaître les idées essentielles émises par des hommes compétents au sujet de la question de la décimalisation du temps et de la circonférence, nous ne pouvons passer sous silence les vœux de la septième Conférence générale de l'Association géodésique internationale réunie à Rome en 1883, ni ceux qui ont été formulés l'année suivante par la Conférence diplomatique tenue à Washington.

Voici d'abord le texte même des deux premières résolutions prises à Rome en 1883 :

« I. L'unification des longitudes et des heures est désirable, autant dans l'intérêt des sciences que dans celui de la navigation, du commerce et des communications internationales; l'utilité scientifique et pratique de cette réforme dépasse de beaucoup les sacrifices de travail et les difficultés d'accommodation qu'elle entraînerait. Elle doit donc être recommandée aux Gouvernements de tous les Etats intéressés, pour être organisée et consacrée par une Convention internationale, afin que, désormais, un seul et même système de longitude soit employé dans tous les instituts et bureaux géodésiques, du moins pour les cartes géographiques et hydrographiques générales, ainsi que dans toutes les éphémérides astronomiques et nautiques, à l'exception des données pour lesquelles il convient de conserver un méridien local, comme pour les éphémérides de passage, ou de celles qu'il faut indiquer en heure locale, comme les établissements de port, etc.

« II. Malgré les grands avantages que l'introduction générale de la division décimale du quart de cercle, dans les expressions des coordonnées géographiques et géodésiques, et dans les expressions horaires correspondantes, est destinée à réaliser

pour les sciences et pour les applications, il convient, par des considérations essentiellement pratiques, d'en faire abstraction dans la grande mesure d'unification proposée dans la première résolution.

„ Cependant, pour donner en même temps satisfaction à des considérations scientifiques très sérieuses, la Conférence recommande, à cette occasion, d'étendre, en multipliant et en perfectionnant les tables nécessaires, l'application de la division décimale du quart de cercle, du moins pour les grandes opérations de calculs numériques, pour lesquelles elle présente des avantages incontestables, même si l'on veut conserver l'ancienne division sexagésimale pour les observations, pour les cartes, la navigation, etc. „

Parmi les résolutions prises par la Conférence diplomatique de Washington, en voici trois qui nous intéressent (*) :

" A partir de ce méridien (**), la longitude sera comptée dans deux directions jusqu'à 180 degrés ; la longitude est sera dénommée plus, et la longitude ouest moins. „

" Le jour universel doit être un jour solaire moyen. Il devra commencer pour le monde entier à partir du minuit moyen du premier méridien coïncidant avec le commencement du jour civil et le changement de date sur ce méridien. Ce jour devra être compté de zéro à vingt-quatre heures. „

" La Conférence émet le vœu que les études techniques destinées à régler et à étendre l'application du système décimal à la division des angles et du temps soient reprises, de manière à per mettre l'extension de cette application pour les cas où elle présente de réels avantages. „

On remarquera que par la première résolution que nous venons de reproduire, le Congrès de Washington a maintenu la division

---

(*) *Conférence internationale tenue à Washington pour l'adoption d'un premier méridien unique et d'une heure universelle, octobre 1884.* Procès-verbaux des séances.

On peut consulter aussi : Janssen, *Notice sur le méridien et l'heure universels*, dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour 1886.

(**) Il s'agit du méridien de Greenwich, également adopté par la Conférence de Rome.

de la circonférence en 360 degrés et que, par la suivante, il a maintenu la division du jour en 24 heures (*). Pour bien faire saisir l'esprit de la dernière résolution, nous transcrivons les paroles mêmes du délégué français qui l'a provoquée, M. Janssen, l'éminent directeur de l'Observatoire de Meudon :

« Nous avons été chargés, a-t-il dit, de présenter à l'approbation du Congrès le vœu que les études relatives à l'application du système décimal, à la mesure des angles et à celle du temps, soient reprises de manière que cette application puisse être étendue à tous les cas, et ils sont nombreux et importants, où elle présente des avantages réels.

„ Je dirai qu'un vœu analogue sur le même sujet a été émis par la Conférence de Rome.

„ Vous savez, Messieurs, qu'au moment de l'institution du système métrique, on avait étendu la division décimale à la mesure des angles et à celle du temps. De nombreux instruments furent même construits d'après le nouveau système. Pour ce qui concerne le temps, la réforme introduite trop brusquement, et on peut le dire, sans qu'on y mît assez de discernement, se heurta à des habitudes trop anciennes et fut rapidement abandonnée; mais à l'égard de la mesure des angles, où la division décimale présente tant d'avantages, la réforme se maintint beaucoup mieux, et s'est conservée pour certains usages jusqu'aujourd'hui. Ainsi la division de la circonférence en 400 grades fut adoptée dès l'origine par Laplace, et on la trouve couramment employée dans la mécanique céleste. Delambre et Méchain se servirent, pour la mesure de l'arc du méridien, d'où découla le mètre, de cercles répétiteurs divisés en grades. Enfin, de nos jours, le colonel Perrier, chef du service géographique à notre ministère de la guerre, se sert d'instruments à division décimale, et fait calculer en ce moment même des tables logarithmiques appropriées à ce mode de division.

„ Mais c'est surtout quand il s'agit d'exécuter de longs calculs sur les mesures angulaires que la division décimale présente

(*) C'est également ce qu'avait fait la Conférence de Rome par sa résolution VI, comme on peut aisément s'en assurer.

d'immenses avantages. A cet égard, on ne rencontre plus, pour ainsi dire, que l'unanimité parmi les savants.

„ La Conférence de Rome qui réunissait précisément tant d'astronomes, de géodésiens, de topographes éminents, c'est-à-dire les hommes les plus compétents et les plus intéressés dans la question, a émis à cet égard un vœu dont il est impossible de méconnaître la haute autorité.

„ Il est donc aujourd'hui évident que le système décimal, qui a déjà rendu tant de services pour les mesures de longueur, de volumes, de poids, est appelé à rendre des services analogues dans le domaine des grandeurs angulaires et de durée.

„ Je sais que cette question de la division décimale rencontre, principalement en ce qui concerne la mesure du temps, de légitimes appréhensions. On craint qu'on ne veuille violenter des habitudes séculaires et bouleverser des usages consacrés.

„ A cet égard, Messieurs, je crois que nous devons être pleinement rassurés. Les enseignements du passé seront mis à profit. On comprendra que c'est pour avoir voulu une réforme qui ne se renfermait pas assez dans le domaine scientifique, mais qui violentait les habitudes de la vie journalière qu'on a échoué à l'époque de la révolution. Il faut reprendre la question, mais il faut la reprendre avec le sentiment des limites que le bon sens et l'expérience indiqueront toujours à des hommes sages et expérimentés.

„ Je crois que le caractère de la réforme serait bien défini en disant qu'il s'agit surtout de faire un nouvel effort vers l'application du système décimal dans l'ordre scientifique.

„ Mais, Messieurs, je n'ai pas à discuter ici la portée des réformes que l'étude de cette question pourra conduire à proposer. Il me suffit de montrer qu'il y a dans cette direction un pas indispensable à faire, et de vous demander d'émettre le vœu que la question soit mise à l'étude. Je ne crois pas qu'il y ait personne ici qui voudrait s'opposer à une demande qui n'engage aucune solution et qui paraît aujourd'hui si opportune. „

En 1889, lors du 4e Congrès international de géographie tenu à Paris, la question de la division décimale du cercle et du temps fut également discutée, mais il ne fut pris à ce sujet aucune résolution. Dans un rapport très bien fait, M. Lœwy, de l'Institut,

actuellement directeur de l'Observatoire de Paris, se prononça, en principe, en faveur de la division décimale du quadrant, mais reconnut en même temps combien la question est complexe au point de vue pratique; comme M. Janssen, il exprima l'avis que la réforme ne peut être réalisée que sur le terrain scientifique. « S'il suffisait, dit-il (*), de mettre en balance la valeur intrinsèque des deux systèmes (**), et si l'on pouvait faire abstraction des habitudes prises, des instruments et des tables qui existent à l'heure actuelle, tous les hommes compétents se rallieraient à l'innovation proposée. Tous s'accordent, en effet, à reconnaître qu'elle assurerait une économie de temps, une facilité de travail plus grande dans l'exécution des calculs de toute nature. Mais, si l'on abandonne le point de vue purement spéculatif, la solution pratique s'offre sous un aspect beaucoup plus complexe. Le souvenir des difficultés rencontrées par l'établissement si désirable du système métrique autorise à douter que l'on puisse rompre avec des habitudes universelles et consacrées par une tradition séculaire chez tous les peuples civilisés. On doit même craindre, en troublant l'accord qui existe actuellement, d'introduire dans les publications une sorte de dualisme très préjudiciable aux intérêts de la science. Faire prévaloir dans l'usage courant la division décimale du temps est une entreprise qui ne paraît offrir aucune chance de succès. Les partisans les plus déterminés du système décimal sont unanimes à le reconnaître. C'est sur le terrain scientifique que la réforme doit être réalisée avant tout et progressivement étendue. »

Ajoutons que la même année 1889, le Congrès international de mécanique appliquée à Paris décida de décimaliser le cheval-vapeur, c'est-à-dire de remplacer le travail de 75 kilogrammètres à la seconde (qui, d'ordinaire, sert actuellement d'unité pratique de travail) par un travail de 100 kilogrammètres à la seconde, auquel on donnerait le nom de Poncelet (***). Malgré cette

(*) *Sur la division décimale des angles et du temps*, art. cité, pp. 182 et 183.

(**) L'ancien (sexagésimal), et celui qui a été proposé par les auteurs du système métrique.

(***) Comptes rendus de l'Académie des sciences, 2e sem. 1889, pp 491, 492, 493 et 523.

décision et bien que la modification ne touchât qu'à un domaine purement technique, l'usage, ou si l'on veut, la routine a prévalu (*).

Rien d'étonnant, dans ces conditions, que la proposition la moins radicale concernant la mesure du temps, celle de M. de Sarrauton, soit elle-même loin de recevoir l'approbation générale.

Voici, par exemple, comment, dans leur rapport à ce sujet lors du Congrès international de chemins de fer tenu à Londres en 1895, MM. Rocca et Scolari s'expriment, après avoir rappelé le vœu de décimalisation pris au Congrès de Washington (**) :

" En conformité de ce vœu, le Comité pour le méridien initial du Département des sciences et des arts de la Grande-Bretagne a demandé l'avis des personnes compétentes et des corps scientifiques sur la question. Parmi les réponses qu'il a reçues, nous trouvons que la *Société royale astronomique,* l'*India Office,* le *Board of Trade,* le *War Office* se sont exprimés en un sens favorable; que la *Royal Society* et la *Society of Telegraph Engineers* ont réservé leur avis et qu'enfin l'*Amirauté* ne s'est pas prononcée.

„ Nous ne connaissons pas l'opinion des corps scientifiques des autres pays, mais nous doutons fortement que la majorité des savants soit de cet avis, car les avantages qu'offrirait la méthode décimale appliquée à la mesure du temps seraient détruits par le grave inconvénient d'exiger le changement de deux unités de mesure, " l'heure „ et la " seconde „, qui, tout en étant conventionnelles et arbitraires, ont néanmoins une grande importance, la première dans la vie courante et la deuxième dans le champ scientifique.

„ A la " seconde „, en effet, sont liées un grand nombre d'unités de différente nature employées en physique, astronomie et méca-

---

(*) Quelques rares auteurs donnent cependant les travaux à la fois en chevaux-vapeur et en poncelets, par exemple: Ringelmann, *Les moteurs thermiques et les gaz d'éclairage*, Paris, Dunod; Malicet et Blin, *Notre concours de moteurs et de voitures*, dans La locomotion automobile, n° du 22 déc. 1899, p. 808.

(**) Bulletin de la Commission internationale du Congrès de chemins de fer, t. IX, n° 3, pp. 438 et 439. Bruxelles, Weissenbruch, 1895.

nique. Devra-t-on les changer toutes? Mais alors les conséquences s'en ressentiraient au delà du domaine scientifique; le monde industriel, par exemple, ne pourrait rester indifférent à la modification du " cheval dynamique „. Et puis il y aurait les atlas, les tables de logarithmes et autres publications basées sur les anciennes mesures qu'il faudrait renouveler.

„ Voudra-t-on, au contraire, conserver toutes les autres unités intactes? Mais alors la division décimale du temps ne recevra qu'une application partielle qui diminuera sensiblement les avantages qu'on peut en attendre.

„ M. Schiaparelli, le célèbre directeur de l'Observatoire de Milan, que nous avons interpellé à ce sujet, nous a déclaré que, pour sa part et sous le point de vue astronomique, il doit donner un avis résolument contraire à l'adoption de la division décimale du temps. Très probablement la plupart des savants se rangeraient à cet avis.

„ Qui devrait prendre alors l'initiative de la réforme? Les gens d'affaires? Les ingénieurs des chemins de fer? Mais dans quel but? En supposant même qu'on voulût le tenter, ne se heurterait-on pas à des obstacles presque insurmontables, entre autres à la dépense fort sensible, exigée par la modification radicale des montres et des horloges? Il suffit de penser aux difficultés que rencontre une réforme bien plus simple et modeste " la notation des 24 heures „, pour se persuader que le moment n'est pas encore venu pour aborder la question de la division décimale du temps.

„ Ce moment viendra-t-il jamais? C'est là une question à laquelle il est impossible de répondre. „

Si des ingénieurs de chemins de fer s'exprimaient de la sorte en 1895 au sujet des propositions relatives à la décimalisation du temps, on se représente aisément l'accueil qu'a dû recevoir en 1897, auprès des électriciens et des mécaniciens, dont plusieurs données essentielles sont fondées sur la seconde sexagésimale (*),

(*) Pour mieux juger de la situation, il est bon de savoir qu'en France, en Allemagne, en Angleterre, aux États-Unis, on a récemment voté des lois sur les unités électriques et qu'il en existera sans doute bientôt une semblable en Belgique, puisque le projet en a été déposé à la Chambre des Représentants

le vote, par la commission ministérielle française, de l'heure décimalisée. Bornons-nous à faire remarquer que la Société française de physique (*), la Société des électriciens (**) à Paris, la Société des ingénieurs civils (***) de France, etc., se sont empressées d'émettre un vote en sens opposé; que M. Cornu, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, n'a pas hésité à publier (IV) à ce sujet une énergique protestation et que M. Guyou (V), chargé de la direction des expériences relatives à la décimalisation de la circonférence, a écrit depuis ce vote : « La réforme des unités de temps, de l'avis de presque tous, est actuellement et sera encore longtemps tout à fait impossible. »

En somme, un très grand nombre en France sont partisans du *statu quo*, quant à la division du temps pour la vie civile. Vu les dispositions du Congrès de Munich et la résolution de celui de Berlin, on peut admettre, sans crainte de se tromper, que si un Congrès international était chargé de discuter la question de savoir s'il y a lieu d'apporter actuellement dans la vie civile une modification quelconque aux subdivisions du jour, l'immense majorité se prononcerait pour la négative.

La question change complètement de face si les modifications proposées dans les subdivisions du temps ne doivent être appliquées qu'à des domaines scientifiques, auxquels la grande masse de l'humanité reste étrangère. Pas de doute que, vu nos habitudes des calculs décimaux, il puisse parfois être utile, dans de pareils domaines, de décimaliser soit le jour, soit l'heure, soit la minute. C'est ce que font couramment les astronomes comme nous l'avons vu quand il s'est agi des subdivisions actuellement en

---

dans la séance du 11 de ce mois (Cf. aussi ANNALES PARLEMENTAIRES, séance du 20 février 1900, pp. 506-507). Toutes ces lois sont fondées sur le système C. G. S., donc sur la seconde sexagésimale de temps, et il est peu probable que les législatures consentent à revenir de sitôt sur ces lois.

(*) Cf. L'ECLAIRAGE ÉLECTRIQUE, t. XI, 1897.

(**) Cf. L'ECLAIRAGE ÉLECTRIQUE, t. XI, 1897.

(***) Cf. MÉMOIRES ET COMPTE RENDU DES TRAVAUX DE LA SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS DE FRANCE, juillet 1897, pp. 10 et 11.

(IV) L'ÉCLAIRAGE ÉLECTRIQUE, t. XI, 1897, n° 22, pp. 385-390.

(V) Guyou, *De l'extension du système décimal à la mesure de la circonférence. Ephémérides etc.*, ouv. cité, Paris, 1899, pp. 8-9.

usage et c'est ce qui peut, en général, être avantageusement conseillé dans tous les cas où l'on aurait de longs calculs à effectuer : les inconvénients de la conversion de divisions duodécimales ou sexagésimales en décimales ou réciproquement seront alors largement compensés par les avantages d'une plus grande facilité et de moins de chances d'erreur dues à l'emploi des calculs décimaux : d'après M. Cornu (*), plusieurs Compagnies de chemins de fer font déjà usage de ce procédé pour leurs horaires et s'en trouvent très bien. D'autres domaines, par exemple, ceux qui n'exigent pas une grande précision dans la mesure du temps pourraient également bénéficier de la décimalisation; c'est ainsi que la cartographie pourrait être considérablement simplifiée tout en conservant une précision suffisante, si les longitudes y étaient exprimées en heures, avec un ou deux chiffres décimaux.

En résumé, si nous nous plaçons exclusivement au point de vue des faits et de la génération actuelle, nous estimons que le *statu quo* s'impose pour la mesure du temps; nous reconnaissons cependant qu'une plus large application de la décimalisation dans certains domaines scientifiques ou techniques pourrait présenter de sérieux avantages.

Pour abréger, en ce qui concerne les subdivisions de la circonférence, nous désignerons avec M. Poincaré les divers systèmes par le nombre de degrés dans lesquels la circonférence est divisée. Les systèmes considérés seront donc appelés les systèmes 100, 200, 360 et 400 et pour le système 360, nous aurons même à distinguer le système traditionnel avec ses subdivisions sexagésimales et le système 360 décimalisé, c'est-à-dire où les degrés sont divisés décimalement.

A notre point de vue, le système à choisir pour la généralité des cas doit satisfaire aux conditions suivantes : 1° il doit être décimal, afin que les opérations numériques soient plus aisées pour la génération actuelle et moins sujettes à erreur; 2° il doit pouvoir être universel, c'est-à-dire avoir dès maintenant des chances sérieuses d'être adopté par les principaux peuples civilisés; 3° il doit être tel que le travail de conversion nécessaire pour passer

(*) Art. cité.

de l'ancien système au nouveau soit réduit au minimum ; 4° il doit être en rapport simple (*) avec la mesure du temps de manière à rendre facile la solution des questions où la mesure du temps et celle de la circonférence interviennent en même temps.

A notre avis, de tous les systèmes proposés, c'est le système 100 qui est le plus rationnel et le plus commode pour les calculs où interviennent fréquemment les angles plus grands que quatre droits et c'est le système 400 qui constitue le procédé le plus rapide et le plus sûr pour les calculs trigonométriques les plus en usage. Mais ces systèmes, pas plus que les systèmes 200 et 240, ne paraissent pas devoir rallier une majorité imposante. Celui des quatre qui est le plus favorablement accueilli sur le continent européen est le système 400 : c'est justice, puisqu'au point de vue de la rapidité et de la sécurité des calculs, il est de tous le plus avantageux (**). La plupart des astronomes et

---

(*) Dans notre pensée — et c'est également l'avis du Congrès de Berlin — la simplicité de ce rapport est d'autant moins à négliger que la plupart des gouvernements ont adopté, même législativement, le système des fuseaux horaires fondé sur le partage, en 24 parties égales, de la circonférence équatoriale terrestre et que, si l'on en croit un article de M. de Parville (*L'heure en Europe*, dans La Nature, numéro du 10 février 1900, pp. 170 et 171), la France serait elle-même à la veille de se rallier à ce système.

(**) Cf. Delambre, *Base du système métrique décimal ou mesure de l'arc du méridien compris entre les parallèles de Dunkerque et Barcelone*, 3 vol. Paris, 1806. " La division décimale du quadrant, dit-il, t. I, p. 98, est beaucoup plus commode pour l'usage du cercle répétiteur, et le serait également pour les verniers de tous les instruments quelconques. Plusieurs personnes tiennent encore à l'ancienne division par habitude et parce qu'elles n'ont fait aucun usage de la nouvelle, mais aucun de ceux qui les ont pratiquées toutes deux ne veut retourner à l'ancienne. " Voir aussi Lœwy, *Sur la division décimale des angles et du temps*, dans le IVe Congrès international des sciences géographiques tenu à Paris en 1889, t. I, pp. 182-186.

Portant à 5000 le nombre d'employés du cadastre et de géomètres officiels pour l'Allemagne et l'Autriche et à 500 le nombre d'heures que chacun d'eux consacre aux calculs par an; supposant que l'épargne de temps due à l'emploi de la division décimale du quadrant au lieu de l'ancienne soit de 1/10 (d'Abbadie l'estime égale à 2/7 dans sa Géodésie d'Éthiopie, p. xviii); admettant que chaque heure se paie un marck, M. Mehmke constate, trav. cité, note 36, que le gain annuel s'élèverait, de ce chef, à 250 000 marcks!

des géographes n'en voudraient cependant pas d'une façon courante, pas plus que des systèmes 100 et 200 parce qu'ils, ne présentent guère de lien avec le système suivi depuis des milliers d'années et qu'ils ne fournissent pas un rapport simple entre la mesure du jour et celle de la circonférence.

Il est probable, en outre, que les peuples qui ont conservé des subdivisions duodécimales dans des domaines complètement décimalisés ailleurs, auraient quelque répugnance à abandonner le système 360 pour en adopter un autre qui serait radicalement décimal.

Dans ces conditions, nous croyons que c'est le système 360 qui a le plus de chances de rallier les suffrages des savants des principaux pays. Bien qu'il soit un peu inférieur au système 400 sous le rapport de la sécurité et de la rapidité des calculs trigonométriques usuels, il sera considéré comme lui étant supérieur sous plusieurs autres rapports importants qui feront, sans doute, pencher la balance de son côté. En particulier, il ne nous paraît pas douteux que les anglais, les suédois, les américains du Nord s'y rallieront plus facilement qu'au système 400 ; nous pensons aussi que si l'on avait passé au vote au Congrès de Munich, la majorité se serait prononcée en sa faveur et nous avons vu qu'il rentre dans les vues du Congrès de Berlin.

Comme l'a justement remarqué M. Seeliger au Congrès de Munich, quand des intérêts différents sont en jeu, un compromis est souvent nécessaire : c'est pour ce motif que lui-même, bien que partisan du statu quo au point de vue purement astronomique, s'est rallié à la proposition Schülke et il semble bien, en effet, que le système 360 décimalisé constitue un procédé transactionnel acceptable par tous : le fait que la partie essentielle du système traditionnel est conservée dans ce procédé paraît devoir suffire, s'ils sont conciliants, aux partisans du statu quo et il semble que les partisans des systèmes 100, 200, 400 peuvent eux-mêmes y adhérer sans trop de sacrifices, puisque, grâce à la subdivision décimale du degré, le procédé dont il s'agit tient largement compte de nos habitudes des calculs décimaux. Nous ne parlons pas ici du système 240, qui diffère à peine, en principe, du système 360 et qui n'a pour lui ni l'ancienneté, ni l'universalité dont jouit ce dernier. En ce qui concerne les transformations

nécessaires pour passer de l'ancienne division à la nouvelle, elles seraient réduites au minimum, pour ne pas dire qu'elles seraient annulées dans un grand nombre de cas. Enfin, le rapport entre la mesure de la circonférence et celle du jour (*) resterait un nombre entier suffisamment simple, le même que dans l'état actuel des choses.

Déjà, on a fait un premier pas dans le sens que nous préconisons, lorsqu'on a supprimé les tierces pour les remplacer par des fractions décimales de secondes. On fait un second pas dans le même sens quand, dans le cas où une grande précision n'est pas nécessaire, on se contente du degré et des dixièmes de degré. On a même fait déjà le pas définitif en maintes circonstances, soit en Angleterre, soit en Allemagne, soit en France : rien que pendant le XVIIe siècle, il a paru en Angleterre, nous l'avons dit, quatre différentes tables fondées toutes sur le même système ; en Allemagne, les tables d'après ce procédé abondent et elles sont si répandues dans l'enseignement qu'au bout de 27 ans, les seules tables à cinq décimales de Bremiker sont arrivées à leur 8e édition ; en France enfin, le même système est également en usage, comme on a pu le constater par l'extrait que nous avons donné de l'excellente notice de M. Guyou.

Dans ces conditions, que reste-t-il donc à faire ? Simplement appliquer le procédé dont il s'agit, d'une façon plus systématique, plus constante, plus générale, de manière qu'il devienne le procédé ordinaire de calcul... Transitoirement, il faudrait l'enseigner dans les écoles, en même temps que l'ancien système. Transitoirement aussi, les sciences où interviennent des expressions angulaires devraient donner ces expressions sous les deux formes ; ces deux formes ne constitueraient aucune complication, puisque l'une n'est que l'autre traduite en langage décimal. Peu à peu, vu nos habitudes des calculs décimaux, l'expression des angles d'après l'ancien procédé paraîtrait surannée et devrait être abandonnée. La réforme serait alors faite : elle le serait sans secousse, sans le

(*) Il est bien entendu que dans notre pensée, le jour continue à être divisé en 24 heures, mais que l'heure serait elle-même subdivisée décimalement comme le degré, dans tous les cas où il conviendrait d'avoir une corrélation simple entre la mesure du jour et celle de la circonférence.

moindre inconvénient pour la période transitoire, sans difficulté non plus pour l'emploi des documents anciens puisque la partie essentielle de toutes les expressions angulaires serait conservée; elle le serait surtout à la grande joie des calculateurs, qui jouiraient enfin des bienfaits de la décimalisation.

Louvain, 23 avril 1900.

TABLES DE RÉDUCTION

RELATIVES

A L'HEURE ET AU DEGRÉ DIVISÉS DÉCIMALEMENT

PAR

M. P. J. E. GOEDSEELS
Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique

---

Nous avons exposé, dans une communication antérieure, nos idées sur la décimalisation des mesures angulaires et horaires, et exprimé le vœu de voir se généraliser l'emploi du système décimal qui consiste à diviser l'angle droit ou le quart de jour en parties décimales divisées à leur tour d'une manière analogue, et ainsi de suite.

Le meilleur moyen, à notre avis, d'arriver à réaliser ce desideratum est de faciliter la transition du système actuel au système désiré, en construisant des tables permettant d'effectuer aisément ou même de supprimer les calculs de conversion résultant de l'emploi transitoire des divers systèmes en présence.

Nous avons rempli ce programme par deux tables de conversion permettant de passer de la division horaire et de la division sexagésimale à la division décimale et vice-versa. Ces tables ont paru dans le t. XXIII, 2e partie, des ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES.

Cette communication faite à la première section de la Société,

fournit l'occasion à notre savant collègue, M. Pasquier, d'appeler l'attention sur un système, qui consiste à conserver la division de la circonférence en 360 degrés, mais à diviser décimalement le degré.

Fidèle à l'idée que nous avons énoncée plus haut, et qui prescrit de faciliter les calculs de conversion autant que possible, nous avons cherché à appliquer les principes qui ont présidé à nos premières tables, à la conversion des minutes et secondes de la division sexagésimale et à la conversion des mesures horaires en fractions décimales du degré et vice-versa.

La table D permet de convertir les minutes et secondes d'arc en fractions décimales du degré. Elle permet par conséquent aussi de convertir les minutes et secondes d'heure en fractions décimales de l'heure.

La table E permet de convertir les mesures horaires (heures, minutes et secondes) en degrés divisés décimalement, et vice-versa.

L'emploi de la table D est très facile. Celui de la table E demande un certain apprentissage.

TABLure ou du degré et vice-versa

Dixièmes	0 Sec.	0 Min.	Centamillièmes. — Le dernier chiffre est périodique.	Dixmillièmes.	Centièmes de seconde.	Dixmillièmes.	Centièmes de seconde.	Dixmillièmes.	Centièmes de seconde.
	0		000	0	00	1	36	2	72
0.0	1	0	027	3	08	4	44	5	80
	2		055	6	16	7	52	8	88
	3		083	9	24	10	60	11	96
0.1	4	6	111	12	32	13	68		
	5		138	14	04	15	40	16	76
	6		166	17	12	18	48	19	84
0.2	7	12	194	20	20	21	56	22	92
	8		222	23	28	24	64		
	9		250	25	00	26	36	27	72
0.3	10	18	277	28	08	29	44	30	80
	11		305	31	16	32	52	33	88
	12		333	34	24	35	60	36	96
0.4	13	24	361	37	32	38	68		
	14		388	39	04	40	40	41	76
	15		416	42	12	43	48	44	84
0.5	16	30	444	45	20	46	56	47	92
	17		472	48	28	49	64		
	18		500	50	00	51	36	52	72
0.6	19	36	527	53	08	54	44	55	80
	20		555	56	16	57	52	58	88
	21		583	59	24	60	60	61	96
0 7	22	42	611	62	32	63	68		
	23		638	64	04	65	40	66	76
	24		666	67	12	68	48	69	84
0.8	25	48	694	70	20	71	56	72	92
	26		722	73	28	74	64		
	27		750	75	00	76	36	77	72
0.9	28	54	777	78	08	79	44	80	80
	29		805	81	16	82	52	83	88
	30		833	84	24	85	60	86	96
	31		861	87	32	88	68		
	32		888	89	04	90	40	91	76
	33		916	92	12	93	48	94	84
	34		944	95	20	96	56	97	92
	35		972	98	28	99	64		

TABLE E pour converti **Tableau annexe**

HEURES	DEGRÉS Dizaines	DEGRÉS Unités	HEURES	DEGRÉS Dizaines	DEGRÉS Unités	MINUTES
0	0	0	1	1	5	0
		1			6	4
2	3	2	3	4	7	8
		3			8	12
4	6	4	5	7	9	16
		5			+0	20
6	9	6	7	10	+1	24
		7			+2	28
8	12	8	9	13	+3	32
		9			+4	36
10	15	+0	11	16	+5	40
		+1			+6	44
12	18	+2	13	19	+7	48
		+3			+8	52
14	21	+4	15	22	+9	56
16	24		17	25		
18	27		19	28		
20	30		21	31		
22	33		23	34		

	2	3	4	5	6	7	8	9
24	048	072	096	120	144	168	192	216
34	088	112	136	160	184	208	232	256
04	128	152	176	200	224	248	272	296
44	168	192	216	240	264	288	312	336
34	208	232	256	280	304	328	352	376
24	248	272	296	320	344	368	392	416
34	288	312	336	360	384	408	432	456
04	328	352	376	400	424	448	472	496
44	368	392	416	440	464	488	512	536
34	408	432	456	480	504	528	552	576
24	448	472	496	520	544	568	592	616
34	488	512	536	560	584	608	632	656
04	528	552	576	600	624	648	672	696
44	568	592	616	640	664	688	712	736
34	608	632	656	680	704	728	752	776
24	648	672	696	720	744	768	792	816
34	688	712	736	760	784	808	832	856
04	728	752	776	800	824	848	872	896
44	768	792	816	840	864	888	912	936
34	808	832	856	880	904	928	952	976
24	848	872	896	920	944	968	992	+016
34	888	912	936	960	984	+008	+032	+056
04	928	952	976	+000	+024	+048	+072	+096
44	968	992	+016	+040	+064	+088	+112	+136
34	+008	+032	+056	+080	+104	+128	+152	+176

TABLE D

INSTRUCTIONS

Exemple I. *Soit à convertir 37'46" en fraction décimale du degré.*

Solution. On cherche les 37' dans la colonne intitulée '. Les dixièmes de degré 0°.6 se trouvent dans la première colonne sur la même ligne que les 37'.

On cherche ensuite les 46" dans la colonne intitulée ", et entre les mêmes filets gras que les 37'. Les centièmes de degré, 2, se trouvent au-dessus de la colonne qui renferme les 46", et les chiffres décimaux, 944, suivants, sur la même ligne horizontale que les 46", dans la colonne intitulée centmillièmes de degré. Le dernier chiffre est périodique.

On a donc

$$37'46'' = 0°,6294444...$$

Exemple II. *Soit à convertir 0°,3457 en minutes et secondes.*

Solution. On cherche les 57 dixmillièmes de degré dans une des trois colonnes qui portent ce titre. En regard on lit les centièmes de seconde, 52.

Le nombre entier de secondes, 44, se trouve sur la même ligne horizontale dans la colonne au-dessus de laquelle se trouve le chiffre 4 des centièmes du nombre proposé.

Le nombre des minutes, 20, se trouve entre les mêmes filets gras que les 44 secondes sur la ligne horizontale qui contient le chiffre 0°,3 des dixièmes du nombre proposé.

On a donc

$$0°,3457 = 20'44'',52$$

Exemple III. *Soit à convertir 37'46",58.*

En opérant comme dans l'exemple I, on a d'abord

$$37'46'' = 0°,629444...$$

On trouve en outre sur la même ligne que les chiffres 944... et à droite de ces chiffres que

$$37'46'',20 = 0^{\circ},6295$$
$$37'46'',56 = 0^{\circ},6296$$
$$37'46'',92 = 0^{\circ},6297$$

On a donc

$$37'46'',58 = 0^{\circ},6296 + 0'',02$$

Mais la table donne (exemple I)

$$0'\ 2'' \quad = 0^{\circ},00055...$$

Donc

$$0''02 = 0^{\circ},0000055...$$

et

$$37'46''58 = 0^{\circ},6296055...$$

TABLE E

INSTRUCTIONS

Exemple I. *Soit à convertir $9^h44^m29^s$*

On commence par chercher les 44^m dans une des colonnes intitulées minutes, et les 9^h dans une des colonnes intitulées heures.

Le chiffre des unités de degré, 6, se trouve à l'intersection de la ligne des 44^m et de la colonne « unités » comprise entre les mêmes filets gras que 9^h.

A droite de 9^h se trouve le nombre 13 des dizaines de grade. Seulement le signe + placé devant les six unités indique que le nombre des dizaines doit être augmenté d'une unité.

On a donc déjà 146°.

On cherche ensuite les 29^s entre les mêmes filets gras que les 44^m. Au-dessus de la colonne qui renferme ces 29^s on lit le chiffre 1 des dixièmes de degré.

Les chiffres décimaux suivants 2083 se trouvent à l'intersection de la ligne des 29^s et de la colonne intitulée 1/100 000 de degré. Le dernier chiffre est périodique.

On a donc :

$$9^h44^m29^s = 146^\circ,1208333...$$

Remarque. On voit par les colonnes situées à droite de 2083 et sur la même ligne, qu'on a :

$$9^h44^m29^s,04 = 146^\circ,121$$
$$9^h44^m29^s,28 = 146^\circ,122$$
$$9^h44^m29^s,52 = 146^\circ,123$$
$$9^h44^m29^s,76 = 146^\circ,124$$

Exemple II. *Soit à convertir $9^h44^m29^s,47$.*

On opère comme dans l'exemple précédent, et on trouve d'abord

$$9^h44^m29^s,28 = 146^\circ,122$$

Il reste encore à ajouter $0^s,19$. La table donne

$$19^s = 0,0791666...$$

d'où

$$0^s,19 = 0,00079166...$$

et

$$9^h44^m29^s,47 = 146^\circ,12279166...$$

Exemple III. *Soit à convertir $9^h44^m29^s,03$.*

On opère comme dans l'exemple précédent mais en prenant

$$9^h44^m29^s,03 = 9\ h^h44^m28^s,80 + \frac{23^s}{100}$$

On trouve ainsi

$$146^\circ,12095833...$$

Exemple IV. *Soit à convertir $104^\circ,218$.*

Solution. On cherche les 18 millièmes dans les colonnes intitulées 1/1000 degré. A droite de 18 se trouvent les centièmes, 32, de seconde.

Les secondes, 52, se trouvent sur la même ligne dans la colonne surmontée du chiffre 2 des dixièmes du nombre proposé.

Pour obtenir les heures et minutes on cherche le nombre 104°.

Ce nombre peut être formé ou bien au moyen de 9 dizaines et de 4 unités précédées du signe +, ou bien au moyen de 10 dizaines et de 4 unités non précédées du signe +. Seulement comme la deuxième combinaison ne figure pas sur le tableau, le doute n'est pas possible.

A gauche des 9 dizaines de degré se trouvent les heures, 6, du résultat.

Les minutes, 56, se trouvent sur la même ligne que + 4 et entre les mêmes filets gras que les 52 secondes déjà trouvées.

On a donc

$$104^{\circ},218 = 6^{h}56^{m}52^{s},32$$

Exemple IV. *Soit à convertir 104°,2187.*

On procède comme plus haut en faisant d'abord abstraction du dernier chiffre 7. Seulement on remplace les 32 centièmes de seconde par le nombre 488 millièmes qui se trouve dans le tableau-annexe sur la ligne 32 et dans la colonne 7.

Remarque. Quelques nombres du tableau-annexe sont précédés du signe +. Ce signe indique que le nombre de secondes doit être augmenté d'une unité.

Exemple. $104^{\circ},2209 = 6^{h}56^{m}53^{s},016$

LE DEGRÉ DU MÉRIDIEN TERRESTRE

MESURÉ PAR LA

DISTANCE DES PARALLÈLES DE BERG-OP-ZOOM ET DE MALINES

PAR

Willebrord SNELLIUS

PUBLIÉ PAR

le R. P. Henri BOSMANS
de la Compagnie de Jésus

Introduction

I

On savait, depuis longtemps, que la triangulation de Willebrord Snellius (1) s'était étendue sur la province d'Anvers, de Berg-op-Zoom et Bréda jusqu'à Malines, et que la Bibliothèque royale de Belgique en possédait la minute originale (2). C'est ce très curieux document, inédit jusqu'à ce jour, que je me propose de publier.

Voici ce qu'en disait, dès 1856, le général Nerenburger, dans sa notice *Sur les triangulations qui ont été faites, en Belgique, antérieurement à 1830* (3) :

« Il ne fallait pas remonter bien loin dans le passé, pour trouver le point de départ des entreprises qui, à diverses époques, avaient eu pour objet la description géométrique de nos provinces ou de quelques-unes de leurs parties, puisque les premières

opérations trigonométriques ne datent que du commencement du XVIIe siècle.

„ On sait qu'elles sont dues à Snellius, géomètre hollandais. Ce fut lui qui, pour évaluer le degré terrestre, d'après une longueur méridienne limitée à deux points dont les latitudes sont connues, imagina d'obtenir cette longueur par la méthode trigonométrique, méthode encore suivie aujourd'hui et qui consiste à former, dans le sens du méridien, une chaîne de triangles dont on trouve tous les éléments en partant d'une base mesurée : le calcul détermine ensuite le développement de l'arc qui traverse la chaîne d'un bout à l'autre. Ayant appliqué cette méthode à l'évaluation de la longueur méridienne comprise entre les parallèles d'Alckmaar et de Berg-op-Zoom, Snellius trouva le degré terrestre de 55 021 toises. Les détails de cette opération curieuse par son ancienneté et parce qu'elle est la première de ce genre, sont consignés dans un ouvrage publié par Snellius, en 1617, sous le titre *Eratosthenes batavus* (4).

„ En 1669 et 1670, l'abbé Picard exécuta aux environs de Paris, d'après la même méthode, en y employant toutefois des moyens d'observation et des procédés de calcul bien supérieurs à ceux du géomètre hollandais, une nouvelle mesure du degré terrestre, qui en fixa la valeur à 57 060 toises. L'opération de Snellius était donc fautive. Mais Musschenbroek a fait connaître, dans un ouvrage publié à Vienne en 1756, sur la grandeur de la terre *(De Magnitudine terrae)*, une particularité qui tend à restituer à son compatriote le mérite d'avoir opéré avec toute l'exactitude que l'état de la science et les instruments de son temps comportaient.

„ Au dire de Musschenbroek, Snellius s'étant aperçu, après la publication de son livre, du peu de précision de ses premiers résultats, cette découverte l'avait déterminé à reprendre toutes ses observations. La Bibliothèque royale de Bruxelles possède un témoignage précieux et authentique de ce travail de revision : c'est un exemplaire de l'*Eratosthenes batavus* dans lequel l'auteur a consigné, de sa main, toutes les corrections apportées par lui à ses premières observations. La mort le surprit prématurément en 1626, et ne lui permit malheureusement pas d'apprécier l'influence que ces corrections exerceraient sur le résultat final de son opération. Cette satisfaction était réservée à Musschenbroek.

„ Ce dernier était parvenu à se procurer, en Hollande, une copie des corrections introduites par Snellius dans ses observations, et il en tint compte pour calculer de nouveau la méridienne d'Alckmaar dont le développement se trouva répondre, cette fois, à une valeur du degré terrestre égale à 29 510 perches ou 57 033 toises. C'était le nombre de Picard à 27 toises près.

„ La copie dont Musschenbroek fit usage ne comprenait qu'une partie de la chaîne de triangles arrêtée par Snellius : cette chaîne se terminait à Bréda; l'exemplaire de la Bibliothèque de Bruxelles la complète jusqu'à Malines, par les triangles (Bréda, Berg-op-Zoom, Anvers), (Berg-op-Zoom, Anvers, Hoogstraeten), (Hoogstraeten, Anvers, Malines) (5).

„ Telle est donc la première triangulation qui ait été faite en Belgique. „

Avant Nerenburger, Voisin avait dit de son côté, en décrivant le manuscrit n° 144 de la *Bibliotheca Hulthemiana* (6) :

" *Willebr. Snellii, Eratosthenes batavus, de terrae ambitus vera quantitate.* Lugd. Bat., 1617, in-4° d. rel.

„ *Imprimé.* Exemplaire corrigé de la main de l'auteur, augmenté et préparé pour une nouvelle édition : provenant de la bibliothèque de Ch. van Bavière, et ayant appartenu, en 1767, à celle du collège irlandais de Saint-Antoine à Louvain.

„ Willebrord Snellius, mort à 35 ans, professeur de mathématiques à l'université de Leyde, s'était trompé dans son *Eratosthenes batavus,* Lugd. Bat. 1617. Depuis, s'étant aperçu de son erreur, il a de nouveau mesuré et rectifié une troisième fois la base et les angles de ses triangles, dans un très rude hiver, quand toutes les prairies inondées étaient gelées et offraient partout une superficie égale. Voir pag. 183. Il se proposait de donner une seconde édition de son livre, avec des corrections convenables, lorsqu'en 1626 une mort prématurée l'enleva. C'est dans le présent exemplaire que toutes ces rectifications ont été déposées de sa main. Musschenbroeck, qui a vu la copie d'une partie de ces corrections, a de nouveau calculé les triangles de Snellius, dans sa dissertation : *De Magnitudine terrae,* et a trouvé par ce moyen la grandeur du degré de 29 510 perches, ou 57 033 toises, ce qui ne diffère de la mesure de Picard que d'une trentaine de toises. Voy. Montucla, *Hist. des mathém.,* II, 317, édit. de l'an VII.

„ Dans la copie dont Musschenbroeck s'est servi, il n'a trouvé la mesure des triangles que jusqu'à Bréda. Dans le présent exemplaire original, on les trouve mesurés jusqu'à Malines, comme on le voit par le supplément ajouté au chap. XI, p. 208. „

Ce que dit ici Voisin est vrai dans les grandes lignes; mais dans les détails, il règne beaucoup de méprises. C'est à la préface de la *Dissertatio de Magnitudine terrae* de Musschenbroeck, qu'il faut recourir, pour trouver l'histoire vraie des derniers travaux géodésiques de Snellius; il convient d'en traduire une page ([7]). Je suis de près le texte au risque d'être un peu lourd.

" Snellius, dit Musschenbroek, était professeur, et expliquait, sur le terrain, à la jeunesse, la géométrie pratique. Il entreprit de montrer à ses élèves, en guise d'exercice, comment il avait jadis mesuré les distances des villages situés près de Leyde et remarqua, à cette occasion, que les angles de quelques triangles n'avaient pas été déterminés avec assez de soin et qu'ils étaient donnés d'une manière fautive dans son *Eratosthenes*. Bien plus, quelques angles compris par les côtés de gauche, avaient été indiqués comme placés entre les côtés de droite, et il y avait une grande confusion dans l'ouvrage entier. C'est pourquoi il refit au complet son travail depuis le commencement. Il mesura de nouveau tous les angles de tous les triangles, corrigea les erreurs, et redétermina les distances de toutes les villes. Allant ensuite de Berg-op-Zoom, par Anvers, jusqu'à Malines (pour avoir ainsi une plus grande distance à partir d'Alcmaar et connaître par là avec plus d'exactitude la grandeur des degrés terrestres), il donna de cette manière à la grandeur de la terre une valeur différente de la première. Il avait cependant conservé la même base située entre Leyde et Souterwoude.

„ Il forma alors le projet de republier son *Eratosthenes* corrigé et d'ajouter, de côté et d'autre, bien des choses à son ouvrage. Mais voici qu'en l'année 1622, les eaux couvrirent tous les prés et les champs des environs de Leyde et que, bientôt après, au mois de janvier, la gelée les transforma en une glace très polie rivalisant avec la plus unie des plaines liquides. Ce fut pour notre géomètre l'occasion de prendre des mesures dans des conditions d'exactitude que jamais peuple de la terre n'y mit ou n'y put mettre. C'est qu'il n'existe nulle part un champ assez uni ni une plage

assez plane, pour n'offrir pas cependant beaucoup d'aspérités, dans les creux desquelles s'engage la chaîne de l'arpenteur; c'est que de longs bâtons ne suffisent pas pour éviter les erreurs causées par cette inégalité du sol; seule la glace possède une surface unie se prêtant à une mesure très soignée. Snellius ne négligea pas cette occasion favorable. Fixant sur la glace un certain intervalle entre le village de Voorschoten et le château de Dousy, il le mesura avec le plus grand soin. Bien plus, pour pouvoir s'y fier avec plus de sûreté, il reprit cette mesure trois fois. Il observa ensuite, au moyen d'un quadrant, les angles que la tour de Leyde faisait avec chacune des extrémités de la base choisie; répéta la même chose en pointant la tour de Souterwoude; puis calcula par la trigonométrie la distance des deux tours, qui était de 1097 perches, 1 pied et 17/100 de pouces. Il ne l'avait trouvée la première fois, que de 1092 perches, 3 pieds, 3 pouces. Il donna à cette dernière mesure la préférence à toutes les autres, parce qu'il l'avait déterminée avec le plus grand soin, sur une glace très unie. Il avait autrefois rectifié les angles de tous les triangles, il venait maintenant de corriger la base de toutes les longueurs, il lui restait donc à refaire de nouveau, depuis le commencement, le calcul de tous les triangles; mais dégoûté sans doute d'un travail qu'il avait déjà fait deux fois, notre auteur se contenta d'annoter qu'il fallait s'en tenir à la dernière mesure et non pas à la première. Puis il ne fit plus rien. *Atque ulterius fecit nihil.* „

J'omets ici l'histoire de la critique tranchante que Jacques Cassini fit subir à l'*Eratosthenes* de Snellius ([8]), mais il nous faut écouter encore Musschenbroek raconter le rôle qu'il joua lui-même dans la publication de l'œuvre revisée de son compatriote ([9]).

" Pour que le travail immense, continue-t-il, que notre géomètre accomplit deux ou trois fois, en parcourant la plupart des villes des Provinces-Unies et en mesurant leurs distances, ne demeurât pas inutile, j'ai cru devoir éditer la partie de l'*Eratosthenes batavus,* qui traite à proprement parler de la mesure de la terre. Elle comprend six chapitres, savoir : les chapitres 6 à 11 ([10]) du livre 2. Ce travail est, on le verra, divisé en deux parties. Dans la première j'ai gardé tout ce que l'auteur a corrigé lui-même dans son manuscrit, quand il eut mesuré une seconde fois les angles des triangles, tout en conservant la première base de 1092.2.3 perches,

située entre Leyde et Souterwoude. Dans la deuxième partie se trouve ce que moi-même j'ai calculé, en m'appuyant sur la mesure de la base prise par Snellius sur la glace, mesure qu'il avait si fort recommandée. J'ai été obligé de le faire, car l'occasion favorable dont avait pu profiter notre auteur ne s'est pas présentée à moi. Mais l'exactitude de cette mesure n'est pas douteuse, puisqu'elle a été répétée trois fois. Dans cette partie, on trouve donc les vraies distances des lieux, et la vraie grandeur d'un degré de la terre sous notre latitude et notre longitude. L'auteur avait prolongé la mesure jusqu'à Malines, comme il est indiqué dans la planche XVI. Il est regrettable que ces observations aient péri, car je ne les trouve pas parmi les corrections. Je n'ai donc rien pu en donner, à part un simple croquis dessiné par l'auteur lui-même. „

J'abrège encore; mais voici, pour terminer, ce que Musschenbroek dit de la perfection avec laquelle Snellius avait évalué les angles de ses triangles ([11]) :

" J'ai vérifié moi-même quelques angles des triangles, en me servant d'un quadrant très bien fait, armé de lunettes, pour savoir si la mesure de Snellius était exacte ou si elle ne contenait pas quelques négligences. J'ai trouvé que le grand nombre des angles avait été pris avec la plus grande précision, mais que quelques-uns renfermaient une erreur d'une ou deux minutes; je les ai donc corrigés. Pendant que j'étais occupé à ce travail, il m'était impossible de ne pas admirer l'adresse de Snellius, qui, en visant seulement par les fentes des pinnules, était parvenu à observer avec tant d'exactitude les angles formés par des tours très éloignées et à peine perceptibles à l'œil nu. Je n'ai pas vérifié à nouveau tous les angles, mes occupations ne me le permettaient pas; d'ailleurs je ne le croyais pas nécessaire, tant le deuxième et le troisième travail de Snellius se sont trouvés conformes à la vérité, chaque fois que je leur ai fait subir un nouvel examen. „

Tirons quelques conclusions de ce récit de Musschenbroek.

Il est clair qu'il existe deux revisions et trois éditions différentes de la mesure de la méridienne par Snellius.

Il y a d'abord l'édition originale de 1617; c'est-à-dire l'*Eratosthenes batavus,* dont les chapitres 6 à 10 du livre 2 renferment la partie où l'auteur s'occupe à proprement parler de la triangulation et de la mesure de la terre.

Snellius en fait ensuite une première revision, portant exclusivement sur les angles des triangles et en y conservant, sans modification, sa première base Leyde-Souterwoude. Cette revision, Musschenbroek l'a publiée, telle qu'il l'a trouvée dans les manuscrits de son illustre compatriote, et il en a fait la première partie de sa dissertation *De Magnitudine terrae.* C'est la deuxième édition; elle parut en 1729. A cette édition se rattache le calcul de l'arc de méridien compris entre les parallèles de Berg-op-Zoom et de Malines, dont Musschenbroek regrettait si vivement la perte. C'est ce calcul dont la Bibliothèque royale de Belgique possède la minute originale.

Une deuxième revision s'appuie surtout sur la nouvelle base mesurée, en 1622, dans des prairies couvertes de glace; mais celle-là Snellius ne l'acheva pas lui-même. Il n'en eut ni le temps, ni peut-être le courage. Qu'on songe donc avant de le lui reprocher, au travail formidable exigé pour une opération de ce genre quand on ne possédait pas de tables de logarithmes ([12]), et qu'il fallait effectuer au long tous les calculs par voie de multiplication, de division et d'extraction de racine! Ce fut Musschenbroek, mieux outillé que Snellius, qui l'acheva et en publia les résultats dans la deuxième partie de la dissertation *De Magnitudine terrae.* Elle parut en 1729 en même temps que la première. Je l'ai appelée la troisième édition de la mesure de la méridienne.

Je demande pardon au lecteur d'être entré dans ces minutieux détails, mais ce qui précède avait besoin d'être précisé, pour lui permettre d'apprécier la place tenue par le manuscrit de la Bibliothèque royale de Belgique, dans l'œuvre géodésique de Snellius ([13]).

Il me reste à signaler quelques inexactitudes chez Voisin et chez le général Nerenburger.

Et d'abord Nerenburger se trompe en disant que c'est à Vienne, en 1756, que parut la dissertation *De Magnitudine terrae.* Je me suis servi, pour ma traduction, d'une édition imprimée à Leyde, en 1729, chez Samuel Luchtmans. D'après la *Bibliographie néerlandaise* de Bierens de Haan ([14]), cette édition est la première et celle de Vienne n'en est qu'une réimpression.

Je dois relever en second lieu une autre erreur plus importante. Musschenbroek dit qu'il a eu en main le manuscrit de Snellius,

tandis que, d'après Nerenburger et Voisin, il n'aurait eu à sa disposition qu'une copie de ce dernier. Que faut-il en croire ?

Il s'agit ici de s'entendre.

Musschenbroek n'a certainement pas vu le manuscrit de la Bibliothèque royale de Belgique, il y aurait trouvé la triangulation de la province d'Anvers ; or, il ne l'avait pas dans l'exemplaire qu'il a eu sous les yeux. Mais s'ensuit-il qu'il n'en ait eu à sa disposition qu'une simple copie ? Non, car d'abord il affirme qu'il s'est servi d'un autographe de Snellius. Il faudrait prouver qu'en disant cela il se trompe. Or, rien ne semble, au contraire, plus vraisemblable que son assertion.

D'abord l'exemplaire de la Bibliothèque royale de Belgique est par endroits surchargé de corrections et de ratures. Les phrases inachevées, incorrectes, mal reliées au texte y abondent. Je le prendrais plutôt pour un premier brouillon, que pour un exemplaire définitivement " préparé pour une nouvelle édition ([15]) ", pour parler avec Voisin. Rien ne me paraîtrait dès lors étonnant, qu'avant d'envoyer ses corrections à l'imprimerie, Snellius ne les eût, du moins en partie, remises au net dans un autre exemplaire, que Musschenbroek aurait vu.

Mais j'ai un argument positif, pour prouver que ce n'est pas là une simple conjecture de ma part, et qu'il doit bien en avoir été ainsi. On sait que, quand Snellius se trompe, Musschenbroek ne corrige pas ses erreurs, mais qu'il les reproduit en les signalant au besoin ([16]). Or, en y regardant de près, on trouve dans la première partie de la dissertation *De Magnitudine terrae,* plusieurs rectifications importantes qu'on chercherait vainement dans le manuscrit de la Bibliothèque royale. Je citerai avant tout le prolongement, jusqu'à Malines, du croquis de la triangulation des Provinces-Unies. Musschenbroek le donne dans la planche XVI de son ouvrage, et il ne se trouve pas à la page 168 de l'*Eratosthenes batavus,* dont cette planche XVI devrait n'être que la reproduction. J'indiquerai ensuite le triangle (La Haye, Leyde, Voorschoten ([17])). Les données numériques du manuscrit sont restées les mêmes que celles de la première édition de l'*Eratosthenes ;* tandis que celles de Musschenbroek sont absolument différentes. Je pourrais multiplier les exemples de ce genre, si je ne craignais de faire ici un vrai hors-d'œuvre ; car personne ne songe

à révoquer en doute l'authenticité du manuscrit de la Bibliothèque royale de Belgique ; et n'ayant pas pour but de rechercher la valeur de celui dont s'est servi Musschenbroek, il me suffit d'avoir indiqué l'erreur de Nerenburger et de Voisin.

Mais encore, me dira-t-on, cette erreur, comment l'expliquer ?

D'une manière, d'après moi, bien naturelle.

Nerenburger aura regardé ce détail, somme toute, comme assez secondaire ; il l'a trouvé dans Voisin et l'a admis sans vérification ultérieure. Pour rédiger sa notice, Voisin lui-même ne s'est probablement servi que des remarques bibliographiques écrites par Van Hulthem sur les pages de garde de son exemplaire ([18]). Il est coutumier du fait dans la *Bibliotheca Hulthemiana*. Quant à Van Hulthem, qui ne sait l'affection passionnée qu'il portait à ses livres, dès qu'ils présentaient un intérêt scientifique ou archéologique quelconque ? Quoi d'étonnant dès lors que, se trouvant en possession d'une pièce vraiment rare et curieuse, il ait cédé à ce sentiment, si naturel chez un vieux collectionneur, d'en surfaire encore légèrement la valeur ? Qu'ayant d'aventure mis la main sur un manuscrit de Snellius, dont il savait que le monde savant regrettait la perte, il ait de bonne foi cru que ce manuscrit était unique de son espèce et cherché à faire prévaloir son opinion ?

II

L'*Eratosthenes batavus* est trop connu pour qu'il soit nécessaire de l'analyser ici. Delambre en a fait une étude magistrale dans son *Histoire de l'Astronomie moderne* ([19]) ; ce sujet, personne ne pouvait le traiter avec plus d'autorité que lui. Il n'y a pas lieu d'y revenir.

Je me contenterai donc de noter quelques particularités de notre manuscrit.

Disons-le de suite, il offre une lacune des plus regrettables; les pages 185 à 192 en ont été arrachées ([20]). Ces huit pages comptent malheureusement parmi les plus intéressantes, car elles renfermaient les corrections apportées par Snellius à douze triangles et au quadrilatère de vérification (Dordrecht, Breda,

Bommel, Berg-op-Zoom). Ces corrections étaient importantes et nombreuses. Musschenbroek les a vues et les a publiées dans la première partie de sa dissertation *De Magnitudine terræ*. Elles ne sont donc pas perdues pour l'histoire de la science.

L'exemplaire entier de l'*Eratosthenes* contient des notes de la main de Snellius. Dans le livre I et dans les premiers chapitres du livre II elles sont relativement rares; mais, à partir de la page 173, elles surchargent par moment le texte, au point de lui donner l'aspect d'une épreuve revue par un correcteur d'imprimerie. Parfois même le blanc des marges ne suffit plus aux additions manuscrites; Snellius intercale alors entre les feuilles imprimées, une, deux et jusqu'à cinq ou six pages, entièrement couvertes de son écriture ferme, fine et serrée. C'est ainsi que le texte, que nous publions plus loin, remplit dans l'original un peu plus de six pages manuscrites, insérées entre les pages imprimées 208 et 209.

Pour terminer, je devrais peut-être dire un mot de la valeur scientifique de ce texte. Je serai très bref sur ce point, car je puis tout résumer en une phrase : l'intérêt de la triangulation de Snellius est devenu purement historique. Van Geer dit fort bien ([21]), qu'il en était déjà ainsi en 1729, alors que, pour venger l'honneur attaqué de son compatriote, Musschenbroek publiait le *De Magnitudine terræ*. A plus forte raison en est-il de même aujourd'hui, que nos instruments et nos méthodes d'observation ont acquis un degré de perfection que ni Snellius, ni Musschenbroek lui-même n'auraient pu soupçonner.

III

La partie du texte de Snellius, que nous publions, est peut-être plus encore que le reste du manuscrit, criblée de corrections, de surcharges et de ratures. Dans les problèmes 4 et 5, pour n'en citer qu'un exemple, la valeur de la distance Qy (Berg-op-Zoom, Malines) a été modifiée quatre fois et ce n'est que le cinquième nombre, que Snellius a adopté. Les corrections de l'auteur sont cependant presque toujours très claires et ne présentent pas d'ambiguïté; aussi, c'est le texte définitif seul, que nous éditons.

Nous signalons cependant au fur et à mesure dans les notes les passages, d'ailleurs fort rares, qui nous ont paru d'une lecture douteuse. Nous avons respecté la ponctuation de l'original, même quand elle était défectueuse; mais pour rendre intelligible la correspondance du texte et des chiffres, nous avons été obligés de compléter les lignes par un pointillé, qui n'existe pas dans le manuscrit.

Bruxelles, Collège Saint-Michel, 7 janvier 1900.

TEXTE DE SNELLIUS

CAPUT UNDECIMUM

Sed etiam aliunde tertia observatione (1) hanc unius gradus mensuram libet experiri, ut nullum posthac scrupulum cuiquam relinquatur, aut de nostra diligentia dubitandi vel levissima suspicio suboriri possit. Cum enim ea de causa, et ut diligentius observationibus incumberemus, aliquot dies Mechlinae in Brabantia obhaesissemus, maximo quadrante ferreo cujus radius prope malum erat sexpedalis, limbus autem ad commodiorem sectionem aere incrustatus; saepicule noctu potissimum siderum altitudines observavimus. Et inter reliquas, etiam stellam claram secundae magnitudinis quae in quadrangulo Pegasi in ejus alae junctura sita, vulgo Marcab Pegasi dicta et Ptolomaeo in Pegaso 4 est. Cujus a vertice distantiam praesentibus Generosis Baronibus Erasmo et Casparo L. Baronibus a Starrhenberg (2) et eorum aulae praefecto doctissimo viro D. Joanne Philemone, anno 1615 observavimus 38 gr. 2 scr. Erat autem secundum Tychonem ejusdem tunc declinatio borea 13 gr. 3 scr. 6 sec. quibus additis datur Poli Mechlinensis altitudo 51 gr. 5 scr. Iisdem noctibus clara

in cingulo Andromedae deprehensa est abesse a vertice 17 gr. 28 scr. atque ejus declinatio (*) borea tunc erat secundum Tychonem 33 gr. 36 scr. 57 sec. Et hinc datur Mechlinensis poli altitudo 51 gr. 4 scr. 57 sec. Atque ita in aliis atque aliis sideribus. Quamobrem Mechlinensis poli altitudo bene accurata erit 51 gr. 5 scr.

Superest itaque Deinceps ut distantiam et Geodesiis tum quoque a nobis institutis explicemus.

f° 1, v°

I. PROBLEMA.

Triangulum VQD. Breda, Berga-ad-Zomum, Antwerpia.

Per problema 26 capitis (8) datur distantia inter Bredam et Bergam-ad-Zomum		9414.7
Ex observatione autem datur angulus QDV.	56 gr.	17 scr.
Et angulus QVD	40 gr.	13 scr.
Et inde reliquus VQD	83 gr.	50 scr. (4)
Qui anguli omnes satis commodi sunt et magni; unde per artis praecepta dabitur QD distantia inter Antwerpiam et Bergam		7308.2
Et latus DV distantia inter Antwerpiam et Bredam		.....

II. PROBLEMA.

Triangulum QDβ. Berga-ad-Zomum, Antwerpia, Hoogstraten.

Per problema antecedens datur VQ distantia inter Bergam et Antwerpiam .		7308.2
Ex observatione autem datur angulus QDβ	71 gr.	9 scr.
Et angulus DQβ	58 gr.	7 scr.

(*) *Cod.* declicnatio.

Et inde reliquus DβQ . . . . . 50 gr. 44 scr.
Qui anguli omnes sunt valde oportuni, unde per doctrinam triangulorum datur latus Qβ distantia inter Hoogstraten et Bergam ad Zomum
Et latus Dβ distantia inter Antwerpiam et Hoogstraten 8015.3

III PROBLEMA.

Triangulum βDy. Hoogstraten, Antwerpia, Mechlina.
Per problema hujus capitis secundum datur Dβ distantia inter Antwerpiam et Hoogstraten 8015.3
2, r° Ex observatione vero datur angulus βDy . . . . . 114 gr 20 scr
Et angulus Dβy . . . . . 25 gr. 45 scr.
Et inde reliquus Dyβ. . . . . 39 gr. 59 scr. (5)
Quamobrem per triangulorum doctrinam dabitur hinc quoque latus Dy distantia inter Antwerpiam et Mechlinam 5419.2
Et latus βy distantia inter Mechlinam et Hoogstraten.

IIII. PROBLEMA.

Triangulum QDy. Berga-ad-Zomum, Antwerpia, Mechlina
Per problema hujus capitis I, datur QD distantia inter Bergam et Antwerpiam . 7308.2
Et per problema 3 Dy distantia inter Antwerpiam et Mechlinam 5419.2
Et per probl. 2 angulus QDβ . . . . 71 gr. 9 scr.
Et per prob. 3 angulus βDy . . . . 114 gr. 20 scr.
Et ideo totus compositus major duobus rectis. . . . . 185 gr. 29 scr.
Et ideo reliquus QDy . . . . . 174 gr. 31 scr.
Et hinc adeo angulus yQD . . . . 2 gr. 20 scr 4 sec.
Et angulus QyD . . . . . 3 gr. 8 scr. 56 sec.

Et Q*y* distantia inter Bergam et Mechlinam . . . . . 12713.1.

V PROBLEMA.

Triangulum Q*y*ω. distantia parallelorum Bergae et Mechlinae.

Per problema 3 (6) datur distantia inter Bergam et Mechlinam 12713.1

Et per capitis problema 33 angulus YQL (7) . . . . . 45 gr. 56 scr. 50 sec.

Et per ejusdem capitis problema 28 angulus LQV . . . . . 10 gr. 54. scr. 40 sec.

f° 2, v° Et per hujus capitis problema I angulus VQD. . . . . 83 gr 50 scr.

Denique per 4 hujus capitis problema angulus *y*QD . . . . . 2 gr. 20 scr. 4 sec.

Atque adeo totus angulus YQ*y* . . . 143 gr. (8) 1 scr. 34 sec

Unde ex demonstratis capite antepenultimo deducto angulo YQψ . . . . 78 gr. 54 scr.

Reliquus erit angulus *y*Qψ . . . . 64 gr. 7 scr. 34 sec.

Atque hinc adeo dabitur *y*ω differentia latitudinis inter Bergam et Mechlinam . 11438.4

Et Qω differentia longitudinis.

Cum itaque Yψ sit perticarum . . . 33978

Et *y*ω. 11438

Utraque perpendicularis composita dabit. 45416

Differentia autem latitudinis inter Alcmariam et Bergam est . . . . . 1 gr. 35 scr. 30 sec.

Atque ideo ex hac proportione uni gradui cedent Duodecempedae Rhynlandicae. 28533.6

f° 3, r° Cum itaque altitudo poli Bergae-ad-Zomum ante observata sit . . . . . 51 gr. 29 scr.

Mechlinensis autem . . . . . 51 gr. 57 scr. (9)

Differentia harum est . . . . . 0 gr. 24 scr.

Hinc igitur per proportionem ita concludes ut 24 scrupula ad

11438 duodecempedas ita 60 scrupula ad 28595, tantoque hic amplius concludimus ob stationum diversitatem.

Idem etiam efficies ex distantia Alcmariensi. nam inter Mechlinam et Alcmariam differentia latitudinis est 1 gr. 35 1/2 scr. et ea differentia in mensura habet duodecempedas Rhijnlandicas 33978. inter Bergam et Alcmariam autem 11438. quae summa conflat perticas 45416. Atque hinc proportio ut 95 1/2 scr. ad 45416 duodecempedas, ita 60 scr. ad 28533. perticas. vides itaque jam quater nos conclusisse eandem gradus quantitatem ut proxime. nam quod pauculae duodecempedae abundent, id mirum videri non debet, cum non in ipsis turribus sed pro oportunitate in vicinia tantum sit altitudo poli observata, ut necessario paulum ultra citrave pro oportunitate consistere habuerimus necesse. Quamobrem bene justa et accurata unius maximi gradus quantitas in terris 28500 duodecempedis Rhynlandicis nobis definita esto.

Sed idem obiter etiam alienis observationibus comprobare libet. Michaël Cognetus Archiducum, dum viveret, Architectus,
3, v° mathematum peritus, et homo industrius; || qui superiore anno 1624 jam octogenarius diem suum clausit; is poli altitudinem Antwerpiae observavit 51 gr. 15 scr. mihi ante quam ista accuratius examinassem ea observatio saepe fuerat suspecta, et tanquam minus accurata etiam insuper habita. Sed postquam eam diligentius expendere et cum nostris observationibus comparare institui, legittimam et accuratam esse deprehendi Cum enim angulus $yQ\psi$ problemate quinto sit inventus . . . . 64 gr. 7 scr. 34 sec.

Et yQD	2 gr.	20 scr.	4 sec.
Reliquus $DQ\psi$ erit	61 gr.	47 scr.	30 sec.

Et per problema primum datur DQ distantia inter Bergam-ad-Zomum et Antwerpiam perticarum . . . . . 7308.

Quare per triangulorum doctrinam perpendicularis a D in $Q\psi$ erit . . . . 6440.

Atque adeo tanta erit distantia parallelorum inter Bergam et Antwerpiam, tantoque Antwerpia erit australior. quae perticae per proportionem ad scrupula revocari possunt, hoc modo. Cum 28500 duodecempede aequentur scrupulis 60, ergo 6440 aequabuntur scrupulis 13 secundis. 33. quae de 51 gr. 29 scr. deducta

relinquent altitudinem poli Antwerpiani 5 gr. 15 scr. 30 sec. Quod autem hic dimidium scrupulum (*) abundet, id inde utique existit, partim quia ille non in turri templo D. virgini sacro conjuncta, sed in diversa tam amplae urbis parte; partim quod observationem non ad scrupulorum semisses aut quadrantes sit prosecutus, et satis habuerit vel in integris scrupulis subsistere.

f° 4, r° Vides itaque candide lector nostram sedulitatem, et diligentiam, etiam aliorum observationibus comprobari. Quod utique ‖ ad operis jam suscepti securitatem multum referre arbitror.

(*) *Codex :* Scripulum.

NOTES DE L'INTRODUCTION

(1) Willebrord Snellius naquit à Leyde en 1581 et y mourut en 1626. Il vécut donc 45 ans et non pas 35, comme on l'a souvent dit à tort. Voir sa biographie dans la *Notice sur la vie et les travaux de Willebrord Snellius* par P. van Geer, publiée dans les ARCHIVES NÉERLANDAISES DES SCIENCES EXACTES ET NATURELLES (Haarlem, 1883, t. XVIII, pp. 453-468). La bibliographie de ses œuvres est cependant donnée d'une manière plus complète dans la *Bibliographie néerlandaise historico-scientifique* du Dr Bierens de Haan (BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE du prince B. Boncompagni, Rome, 1882, t. XV, p. 366). Sur la question spéciale de la date de la naissance de Snellius, consultez, outre l'article de van Geer, mentionné ci-dessus, une petite plaquette du même auteur : *Het geboorte-jaar van Willebrordus Snellius door P. van Geer. Overgedrukt uit het* ALBUM DER NATUUR. Leiden, 1883.

(2) Section des Manuscrits, n° 15 493.

Dans le *Catalogue des ouvrages d'astronomie et de météorologie qui se trouvent en Belgique* (Bruxelles, 1878), Houzeau dit : " Snellius W. Eratosthenes batavus... A l'exemplaire de la BR est ajoutée, en MS, la prolongation des triangles depuis Breda jusqu'à Malines. „ Énoncé en ces termes le renseignement est incomplet et de nature même à induire en erreur, car la section des Imprimés possède un second exemplaire sans aucune note de Snellius. (Fonds Van Hulthem, n° 5598).

(3) BULLETINS DE L'ACAD. ROYALE DES SCIENCES, DES LETTRES ET DES BEAUX-ARTS DE BELGIQUE, 1856, t. XXIII, 2e partie, p. 431 et suiv.

(4) Voici le titre complet de l'ouvrage :

Eratosthenes Batavus de Terrae ambitus vera quantitate, a Willebrordo Snellio, Διὰ τῶν ἐξ ἀποστημάτων μετρουσῶν διοπτρῶν, suscitatus. Lugduni Batavorum, apud Jodocum a Colster. Ann. CIↃ.IↃ.CXVII. in 4° pp. (12),263. (1).

Deux branches de laurier forment ceinture autour de cette devise : " O quam contempta res est homo, nisi se super humana erexerit „.

Dans l'exemplaire de la section des manuscrits de la Bibliothèque Royale, Snellius a ajouté à la main après le mot, *suscitatus :* " Et in tres libros tributus, in quibus etiam veterum Judaeorum, Graecorum, Romanorum aliarumque gentium mensurae accurate explicantur et cum hodiernis comparantur, et ponderum ac numismatum ratio ex libra ad momentum definitur. „

L'édition de 1617 était en deux livres, mais rien n'indique d'une manière certaine comment Snellius entendait partager sa nouvelle édition en trois livres ; on en est réduit à des conjectures.

A la dernière page on lit : Lugduni Batavorum, excudebat Georgius Abrahami a Marsse, Anno CIↃIↃCXVII.

(5) Cette énumération est incomplète ; il faut y ajouter le triangle (Berg-op-Zoom, Anvers, Malines). La Notice du général Nerenburger *Sur les triangulations qui ont été faites en Belgique antérieurement à 1830*, étant le seul travail important sur ce sujet, je saisis cette occasion de faire remarquer qu'il renferme un second oubli du même genre, mais cette fois beaucoup plus considérable. Car lorsque quelques pages plus loin (pp. 441-450) le général rend compte du *Précis historique des opérations géodésiques et astronomiques faites en Hollande pour servir à la topographie de cet état, exécutées par le général baron Krayen-*

hoff (La Haye, 1827), il s'exprime en ces termes : " La triangulation de la Hollande... comprend 163 triangles de premier ordre, dont 21 appartiennent à la Belgique. Voici le tableau de ces derniers triangles... „ Il suffit de feuilleter, même superficiellement, le *Précis historique*, pour s'apercevoir, qu'outre les 21 triangles énumérés, il y en a encore cinq autres, que Nerenburger n'a pas remarqués. Ce sont les triangles (Berg-op-Zoom, Hoogstraeten, Breda), (Breda, Hoogstraeten, Hilvarenbeek), (Hilvarenbeek, Hoogstraeten, Lommel), (Hilvarenbeek, Lommel, Helmond) et (Helmond, Lommel, Nederweert). Ils méritaient de figurer sur la liste de Nerenburger, au même titre que les triangles (Aardenburg, Assenede, Middelbourg), (Middelbourg, Assenede, Hulst), etc., qui y ont d'ailleurs été inscrits avec raison.

(6) Bibliotheca Hulthemiana, t. VI, Manuscrits, Gand, 1837, p. 34.

(7) Petri Van Musschenbroek A. L. M. Med. et Phil. D. Phil. et Mathes. Profess. in Acad. Ultraj. Physicae experimentalis et geometricae de magnete, tuborum capillarium vitreorumque speculorum attractione, magnitudine terrae, cohaerentia corporum firmorum dissertationes : ut et ephemerides meteorologicae Ultrajectinae. Lugduni Batavorum apud Samuelem Luchtmans. in 4°, 1729, pp. 358.

(8) Dans le *Traité de la grandeur et de la figure de la terre* par M. Cassini de l'Académie des sciences. — Deuxième partie, chap. viii, Réflexions sur la mesure de la terre de Snellius (édition d'Amsterdam 1723), p. 353 et suiv.

Voyez aussi :

Histoire de l'Académie des sciences ; année 1702. Avec les mémoires de mathématiques et de physique pour la même année. Tirés des registres de cette Académie (Paris, 1743). — Histoire. *Sur la mesure de la terre faite par Snellius*, p. 82 et suiv. — Mémoires. *Réflexions sur la mesure de la terre rapportée par Snellius dans son écrit intitulé.* Eratosthenes batavus, par M. Cassini le fils ; p 60 et suiv.

Même ouvrage..., année 1717... (Paris, 1741). — Mémoires. *De la grandeur de la terre et de sa figure*, par M. Cassini le fils ; p. 45 et suiv.

(9) Musschenbroek, *op. cit.*, p. 360.

(10) Musschenbroek ne tient pas complètement sa promesse. Il ne réédite que les chapitres vi, vii, viii et ix du livre 2 de l'*Eratosthenes*, et omet le chapitre x l'un des plus intéressants cependant que Snellius ait écrit ; car c'est dans ce chapitre, qu'il résout le problème célèbre connu à tort sous le nom de problème de Pothenot. (Voir sur le droit de priorité de Snellius : Bulletin de Bibliographie, d'Histoire et de Biographie mathématique, par Terquem, t. III, Paris, 1857, *Note sur le procédé de Pothenot*, p. 89 et suiv. ; — *Histoire de l'Astronomie moderne*, par Delambre, t. II, Paris, 1821, liv. VIII, p. 109 ; — etc.)

Quant au chapitre xi°, il a pour titre, dans l'édition de 1617 : " Quantum in unius gradus magnitudine definienda, a singulis sit commissum „. Ce n'est évidemment pas à lui que Musschenbroek fait allusion, mais au nouveau chapitre que Snellius avait coté de ce numéro et que nous publions.

(11) Musschenbroek, *op. cit.*, p. 361.

(12) La première édition de la *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* de Neper est, il est vrai, de 1614 ; mais Musschenbroek nous apprend *(op. cit.*, p. 359), que Snellius ne l'a pas connue. L'examen des *Willebrordi Snellii a Royen R. F. doctrinæ Triangulorum canonicæ libri IV* (Lugd. Bat. 1621) conduit d'ailleurs à la même conclusion.

(13) La haute valeur de la *Triangulation du Royaume de Belgique, publiée*

avec l'autorisation de M. le Ministre de la Guerre par l'Institut cartographique militaire, m'engage à relever ici un renseignement erroné qu'on lit dans « l'Introduction » du troisième fascicule du t. VI. (Observations astronomiques faites à Nieuport en 1888, Bruxelles, Hayez, 1892. — L'Introduction est datée et signée : Ixelles, avril 1890. Le capitaine commandant adjoint d'état-major A. Delporte, docteur en sciences physiques et mathématiques, professeur à l'École de Guerre.)

« La triangulation de Snellius, y dit le savant et regretté capitaine commandant Delporte (p. XI), géomètre hollandais qui publia son travail en 1617, ne » comprend que la province d'Anvers. »

La seule triangulation publiée par Snellius en 1617 est celle de l'*Eratosthenes batavus;* elle ne contient pas un mot de la triangulation de la province d'Anvers.

(14) Publiée dans le BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE de Boncompagni, t. XV, Rome 1882, p. 271.

(15) BIBLIOTHECA HULTHEMIANA, t. VI, p. 34.

(16) Musschenbroek, *op. cit.*, pp. 380 et 385.

(17) Voici en regard l'un de l'autre, les textes de l'*Eratosthenes* (p. 165) et de la dissertation *De Magnitudine terrae* (p. 368).

	Eratost. bat.	*De Magnit. ter.*
« Ecuria Leidensi, angulus IAO est,	6 gr. 12 scr.	15 gr. 10 scr.
» Ex turri Hagiensi AOI	15 gr. 10 scr.	6 gr. 32 scr. »

Ce triangle renferme, on le voit, deux fautes. C'est d'abord un de ceux dans lesquels Snellius avait interverti, par distraction, les angles, en plaçant à droite celui qui devait se trouver à gauche et réciproquement. En outre, l'un des deux angles est mal mesuré puisqu'il vaut 6°32′ et non pas 6°12′.

Ni l'une, ni l'autre de ces fautes n'est corrigée dans le manuscrit de la Bibliothèque royale de Belgique.

(18) L'exemplaire de l'*Eratosthenes* annoté par Snellius, contient plus de trois pages de remarques bibliographiques et historiques de l'écriture de Van Hulthem.

(19) Liv. VIII, t. II, pp. 92-110.

(20) Cette disparition est ancienne, antérieure certainement à la reliure actuelle du volume.

(21) *Op. cit.*, p. 464.

NOTES DU TEXTE

(1) Dans ce qui précède, Snellius a déjà évalué deux fois le degré terrestre : d'abord par la distance des parallèles d'Alcmaar et de Leyde, ensuite par celle des parallèles d'Alcmaar et de Berg-op-Zoom.

(2) Le livre II de la 1re édition de l'*Eratosthenes batavus* leur est dédié; (voyez, pp. 119 et 120 de cette édition).

(3) Dans le manuscrit le numéro est resté en blanc. Il en est de même, plus loin, au problème 5.

(4) La valeur de cet angle est erronée. Puisque c'est un angle conclu par soustraction au moyen des deux autres, il devrait mesurer 83°30′ et non pas 83°50′. La faute est sans influence sur le calcul du côté CD ; mais il n'en est pas de même plus loin, dans le problème V, où cet angle est utilisé.

Il serait injuste de juger cette inexactitude avec nos exigences d'aujourd'hui. L'*Eratosthenes batavus* de 1617 renferme, on le sait, des erreurs bien plus considérables. En voici un exemple intéressant :

Au problème 27 (p. 189), l'angle RVQ (Dordrecht, Breda, Berg-op-Zoom) est évalué à . . . . . 90°12′

Or cet angle est la somme des deux que voici :

RVT (Dordrecht, Breda, Willemstad), (prob. 25, p. 188) . . . . . 45°58′
et TVQ (Willemstad, Breda, Berg-op-Zoom), (prob. 26, p. 189) . . . 43°23′

ce qui donne pour RVT+TVQ un total de. . . . . 89°21′

Il y a donc entre les deux valeurs de RVQ un écart de . . . . . 0°51′

Voyons comment ces chiffres sont rectifiés par Snellius dans la première partie de la dissertation *De Magnitudine terræ :*

Les angles RVT (prob. 25, p. 389) et TVQ (prob. 26, p. 389) ne sont pas modifiés.

Quant à RVQ (prob. 27, p. 390) il est évalué à. . . . . 89°33′
L'écart entre les deux valeurs de RVQ est donc encore de . . . . 0°12′

Mais voici qui est plus surprenant :

Dans la deuxième partie de la dissertation *De Magnitudine terræ*, c'est à-dire, dans celle qui contient les calculs de Snellius revus et corrigés, un siècle plus tard, par Musschenbroek, les valeurs adoptées, sont :

Angle RVT (prob. 38, p. 415) . . . . . 45°48′
Angle TVQ (prob. 39, p. 415) . . . . . 43°23′

ce qui donne pour RVT+TVQ un total de . . . . . 89°11′

D'autre part l'angle RVQ est devenu (prob. 40, p. 416) . . . . . 89°31′
l'écart est donc maintenant de . . . . . 0°20′
c'est-à-dire, qu'il a augmenté de . . . . . 0°8′

Pas plus que Snellius, Musschenbroek ne semble s'être aperçu de cette contradiction.

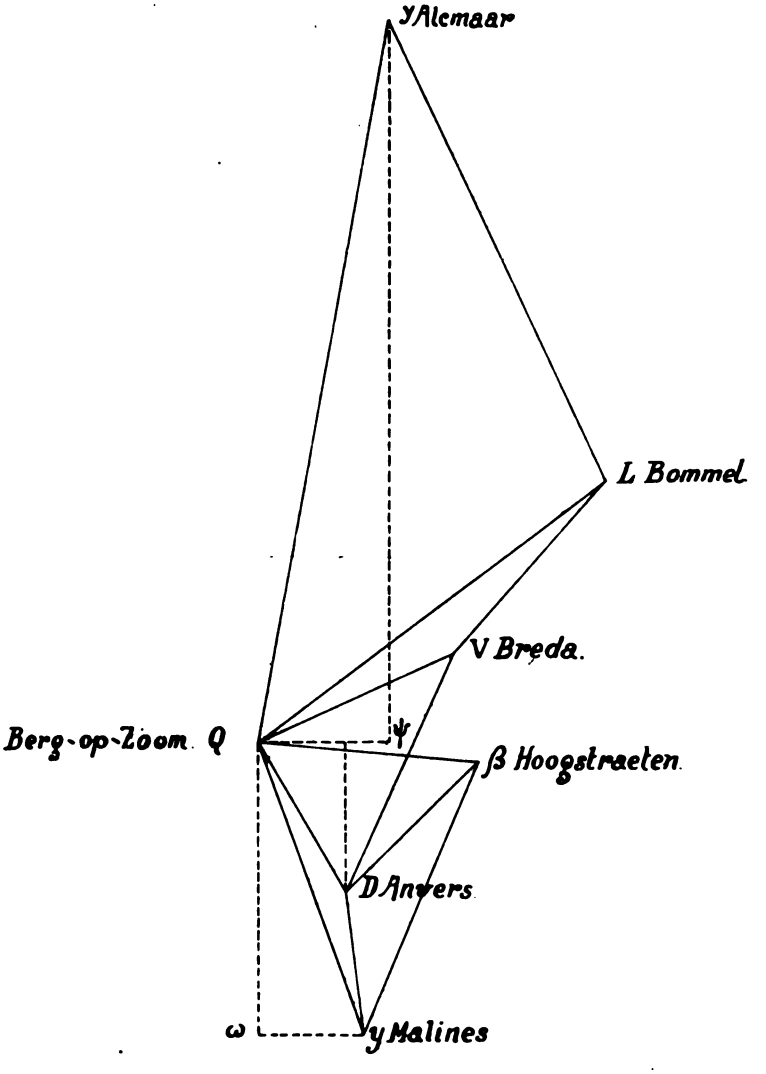
(5) Quoique le dernier angle soit conclu des deux autres, il y a une erreur de 4′ dans la somme des trois angles du triangle. Elle affecte, je pense, l'angle $\beta D y$; car, il est avant tout aisé de s'assurer que l'on a bien

$$\frac{8015{,}3 \sin 25°45'}{\sin 39°59'} = Dy = 5419{,}2.$$

Pour calculer Dy, Snellius a donc employé les angles $D\beta y$ et $Dy\beta$ avec la valeur qu'il leur donne ici. Il avait de plus évalué d'abord l'angle βDy à 114°16′, nombre qui régularisait la somme des angles du triangle. Mais après coup et sans nous faire connaître ses raisons, il a biffé le nombre 16′ pour le remplacer par 20′.

(6) Il y a ici une faute de plume. Il faut évidemment : *problema 4.*

(7) Voyez la signification de ces angles dans le croquis ci-dessous.
Les données numériques, que nous trouvons ici, diffèrent de celles de l'édition



de l'*Eratosthenes* de 1617 ; mais elles sont conformes à celles de la première partie de la dissertation *De Magnitudine terræ* de Musschenbroek.

(8) Une tache d'encre rend le chiffre 1 illisible. Je rétablis le texte en refaisant le calcul indiqué par Snellius.

(9) Il y a ici une nouvelle faute de plume. Pour rester conséquent avec lui-même, Snellius doit admettre, qu'à Malines, la hauteur du pôle est de 51°5'. C'est le nombre qu'il a trouvé au commencement de ce chapitre ; c'est aussi celui qu'il doit adopter pour avoir la différence 0°24', qu'il obtient ici.

Il est presque superflu d'ajouter, qu'en fait, cette latitude est erronée. D'après l' *Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique* pour l'année 1900 (p. 149), la latitude de Malines est de 51°1'46''. L'écart dépasse donc 3'.

ÉTUDE SUR LE NIVEAU A BULLE

PAR

P. J. E. GOEDSEELS

Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique

---

CHAPITRE PREMIER

Préliminaires

§ I. BUT DU PRÉSENT TRAVAIL

Le niveau à bulle est non seulement utilisé dans les opérations les plus ordinaires de la topographie et de l'arpentage, mais il est aussi un des organes fondamentaux des instruments les plus précis, notamment de la géodésie et de l'astronomie de position.

C'est en considérant le niveau sous ce dernier aspect que nous avons été amené à examiner de près la théorie de cet instrument, et à nous demander si elle est bien aussi rigoureuse que l'exige la précision à laquelle le niveau à bulle peut prétendre.

Cette étude clôture une série de communications, faites à la 1re Section de la *Société scientifique de Bruxelles,* sur le manque de rigueur de l'exposé habituel de la théorie du niveau à bulle et sur les moyens d'y porter remède. Notre première communication date du 27 octobre 1886. Les dernières sont résumées dans les tomes XXI (1896-1897) et XXII (1897-1898) des ANNALES de la Société.

Notre dernière communication, faite le 28 octobre 1897, fut suivie de la remise d'un mémoire destiné à développer les idées

ébauchées dans notre communication. La section en vota l'impression dans les ANNALES, dans sa séance du 19 avril 1898, à la suite d'un rapport du R. P. Thirion, S. J.

Cette mesure allait recevoir son exécution, lorsqu'une idée nouvelle surgit dans notre esprit : le niveau peut atteindre son maximum de précision, si on a soin de rendre la fiole solidaire d'un couteau sur lequel elle repose de manière à prendre une position d'équilibre stable sous l'action de la pesanteur.

Nous ne songeons nullement à revendiquer la priorité de cette idée, attendu qu'elle nous est très probablement venue des niveaux qu'on suspend aux axes de rotation des lunettes astronomiques, pour en évaluer les petites inclinaisons. Nous pensons cependant qu'on n'y a pas encore attribué l'importance avec laquelle elle se présente dans notre étude.

Quoi qu'il en soit, nous avons jugé opportun de remanier notre travail en y introduisant l'idée nouvelle.

C'est sous cette forme que nous le présentons une seconde fois à l'appréciation de nos collègues de la *Société scientifique de Bruxelles*.

Nous avions essayé d'abord d'exposer exclusivement les considérations qui nous sont personnelles. Mais notre étude présentait ainsi une série de développements décousus, et d'une lecture très fastidieuse.

Nous avons été obligé, pour éviter ce défaut, d'introduire certaines choses généralement connues, mais nécessaires pour donner la cohésion et l'unité à l'ensemble de notre travail.

Le lecteur compétent fera aisément la part de chacun.

§ II. COUP D'ŒIL SUR LES DIVERS PROCÉDÉS. — HISTORIQUE

Un grand nombre d'observations scientifiques exigent qu'on détermine, avec la plus grande précision possible, la direction verticale, ou la direction horizontale, qui lui est perpendiculaire. On peut même dire que cette détermination constitue un des points essentiels des observations, dans un grand nombre de cas. Avant d'étudier comment on arrive à cette détermination par l'emploi du niveau, nous jetterons un rapide coup d'œil sur l'ensemble des procédés usités pour atteindre ce but : le fil à plomb, le bain de mercure et le niveau.

1. *Fil à plomb.* Autrefois on ne connaissait que le fil à plomb pour déterminer les verticales. Aujourd'hui encore on se sert de cet instrument, mais seulement pour certaines opérations grossières.

On sait qu'en théorie, la précision du fil à plomb augmente avec la longueur du fil. Mais dans la pratique cette précision est notablement réduite par suite des difficultés à vaincre pour immobiliser le point de suspension, pour éviter la torsion du fil, pour placer le fil et le plomb dans un air tranquille, etc.

2. *Bain de mercure.* Un procédé incomparablement plus exact est celui qui consiste à pointer une lunette sur un bain de mercure, et à mesurer micrométriquement l'intervalle qui sépare la croisée des fils réticulaires de son image réfléchie. Il est facile de montrer que si l'on fait abstraction de certaines difficultés d'ordre pratique, telles que l'épaisseur des fils, l'éclairage du champ, etc.; et si l'on désigne par l la distance qui sépare le réticule du point nodal de l'objectif, et par g, le grossissement de l'oculaire, on trouve, comme première évaluation, que la visée sur le bain de mercure revient à l'emploi d'un fil à plomb ayant une longueur $2lg$.

Pour donner une idée des valeurs que peut prendre ce double produit, qu'il nous suffise de citer quelques exemples choisis parmi les instruments de l'Observatoire royal de Belgique :

	l	g	$2lg$
Lunette méridienne, par Gambey :	$2^m.43$	528	2566 m.
Cercle mural, par Troughton et Simms :	$1^m.85$	149	550 m.
Cercle méridien, par Repsold frères :	$1^m.90$	300	1140 m.

Ces nombres doivent évidemment être réduits, à cause des difficultés signalées plus haut. Cependant ils donnent une idée de la précision du procédé, et font comprendre qu'il atteint un degré de perfection considérable.

Malheureusement, il est exclusivement applicable aux axes optiques des lunettes.

3. *Niveau à bulle.* Un troisième moyen, celui qui fait l'objet de cette étude, consiste dans l'emploi du niveau à bulle. Ce moyen n'atteint pas la précision du précédent, mais il peut cependant

fournir des indications pour lesquelles il faudrait des fils à plomb de plusieurs centaines de mètres de longueur.

Le niveau à bulle fut inventé vers 1666 par Thévenot Melchisédec, né à Paris en 1620. Il ne donna primitivement que des indications d'une précision ordinaire, parce qu'on ne parvenait pas à le construire avec une grande perfection. Mais cette difficulté ayant été vaincue par l'ingénieur français Chézy, le niveau prit place parmi les instruments de grande précision. Les constructeurs modernes ont encore perfectionné les procédés de fabrication, et augmenté ainsi la précision du niveau. Déjà dans l'édition française de 1872 de l'ASTRONOMIE SPHÉRIQUE ET PRATIQUE DE BRUNNÖW, par C. André et E. Lucas, on renseigne un niveau à bulle construit par Dutrou, et qui équivaut certainement à un fil à plomb de 600 mètres de longueur.

M. Bijl, astronome adjoint à l'Observatoire royal de Belgique, a eu l'obligeance de faire en notre présence quelques déterminations relatives à des niveaux en usage dans son service; il en résulte que les fioles de deux de ces niveaux valent respectivement des fils à plomb de 400 mètres et de 550 mètres de longueur.

Il est évident que la théorie d'un instrument de cette nature doit être rigoureuse, afin que les constructeurs puissent s'en inspirer dans leur lutte contre la matière, et que les observateurs puissent la considérer comme la limite vers laquelle doivent tendre tous leurs efforts.

La présente étude fournira la preuve que la théorie habituelle du niveau à bulle ne répond pas à ce desideratum, et elle donnera le remède après avoir signalé le mal.

Le lecteur, qui n'est pas familiarisé avec les questions astronomiques et géodésiques dans lesquelles on réclame du niveau à bulle une précision extrême, sera peut-être tenté de se demander si certains passages, peu nombreux d'ailleurs, de notre étude n'ont pas un caractère trop théorique. Nous nous sommes posé la même question. Mais nous avons passé outre, attendu que nous sommes de ceux qui partagent la manière de voir émise par M. Poincaré sur les MÉTHODES NOUVELLES DE LA MÉCANIQUE CÉLESTE, et en vertu de laquelle la théorie doit toujours devancer la pratique dans la voie du progrès.

Nous ne nous occuperons pas du niveau à calotte sphérique,

mentionné pour la première fois par Hooke en 1674, et peut-être inventé par lui; cet instrument n'étant utilisé que pour les observations ordinaires, nous nous contenterons d'émettre le vœu que les constructeurs parviennent à fabriquer des calottes sphériques de grand rayon, parce que, la théorie du niveau terminé par une calotte sphérique étant plus simple que le niveau long dont nous nous occuperons, la réalisation du vœu ci-dessus serait un réel progrès.

§ III. SUBDIVISION DU MÉMOIRE

La suite de notre travail comprendra trois chapitres.

Le premier sera consacré à l'étude du niveau considéré en lui-même.

Le chapitre suivant s'occupera des niveaux destinés à évaluer ou à annuler les inclinaisons de certaines droites matérielles auxquelles nous avons donné le nom de *directrices*.

Dans le dernier chapitre nous étudierons les niveaux destinés à rendre verticales certaines droites matérielles auxquelles nous avons donné le nom de *pivots*.

§ IV. CONVENTIONS POUR LA MESURE DES ANGLES

1. *Généralités*. Lorsqu'on se sert d'un niveau à bulle d'une manière raisonnée, on est amené, à chaque instant, à distinguer une direction ayant une pente montante de celle qui a une pente descendante de même valeur numérique, ou bien une direction située à gauche de la verticale de sa symétrique placée à la droite, et vice-versa.

Le moyen le plus simple pour ne pas se tromper dans ces distinctions, consiste dans l'observation systématique des conventions usitées en analyse, au sujet des angles positifs ou négatifs.

Nous rappellerons ici ces conventions afin de pouvoir les compléter par quelques remarques, simples il est vrai, mais aussi utiles que les conventions elles-mêmes.

On sait qu'on se représente les angles comme étant traversés par des mobiles qui partent d'un côté et se transportent sur l'autre côté, en restant à une distance constante du sommet.

Le côté de départ est appelé l'*origine* de l'angle. C'est celui qui

est énoncé le premier. Le côté d'arrivée est appelé l'*extrémité* de l'angle. C'est celui qui est énoncé le second. Ainsi lorsqu'on énonce un angle BAC, le côté AB est l'origine de l'angle, le côté AC en est l'extrémité. Les rôles sont renversés lorsqu'on énonce l'angle CAB.

Au risque de paraître méticuleux, nous recommandons comme un artifice excessivement utile, la suppression des sommets des angles dans les énoncés chaque fois que cette suppression ne présente aucun inconvénient, de manière à dire, par exemple, l'angle BC au lieu de l'angle BAC.

On mesure les angles au moyen de limbes gradués. Les graduations peuvent aller de 0 à 360°, ou de 0 à + 180° dans un sens et de 0 à — 180° dans le sens opposé.

La mesure d'un angle peut s'obtenir en plaçant le centre du limbe au sommet de l'angle et le zéro sur l'origine. La graduation interceptée par l'extrémité de l'angle en est la mesure.

Il arrive fréquemment qu'on a plusieurs angles du même plan à mesurer au moyen du même limbe. Si on voulait observer le procédé que nous venons d'indiquer pour mesurer ces angles, on devrait faire tourner le limbe autour de son centre de manière à faire coïncider successivement le zéro avec chacune des origines.

On arrive au même résultat en conservant une orientation constante au limbe, et en soustrayant, pour chaque angle, la graduation interceptée par l'origine de celle qui est interceptée par l'extrémité de l'angle. Nous représenterons symboliquement cette opération par les égalités

(1) $$\textit{mes}\ \mathrm{AC} = \mathrm{C} - \mathrm{A}$$

(2) $$\widehat{\mathrm{AC}} = \mathrm{C} - \mathrm{A}'$$

(2') $$\mathrm{AC} = \mathrm{C} - \mathrm{A}$$

La convention précédente trouve son application dans le théorème suivant qui est d'un usage continuel :

Théorème. *Lorsque deux ou plusieurs angles, AB, BC, CD, DE,... KL, mesurés au moyen du même limbe peuvent être rangés de telle sorte que l'origine de chaque angle, à commencer par le second, est l'extrémité de l'angle précédent; l'angle AL qui a pour origine*

l'origine A du premier angle et, pour extrémité, l'extrémité L du dernier a pour mesure la somme des mesures des angles AB, BC, CD, DE,... KL.

En effet, on a, en vertu de la formule (1)

$$\begin{aligned} \textit{mes}\ AB &= B - A \\ \textit{mes}\ BC &= C - B \\ \textit{mes}\ CD &= D - C \\ \textit{mes}\ DE &= E - D \\ &\ldots\ldots \\ \textit{mes}\ KL &= L - K \end{aligned}$$

D'où, en additionnant ces inégalités membre à membre

$$\textit{mes}\,AB + \textit{mes}\,BC + \textit{mes}\,CD + \textit{mes}\,DE \ldots + \textit{mes}\,KL = L - A = \textit{mes}\,AL.$$

On dit de l'angle AL qu'il est la somme des angles AB, BC, CD, DE,...KL et on écrit l'égalité :

$$(3) \qquad AL = AB + BC + CD + DE \ldots + KL.$$

Remarque. La formule (3) ne contient que des additions. L'emploi de cette formule, et le parti pris de ne jamais faire de soustraction d'angles dans les cas où cette formule peut être employée nous ont déjà rendu tant de services, que nous ne craignons pas, au risque de nous entendre reprocher d'attacher de l'importance à des niaiseries, de recommander au lecteur de ne jamais écrire, par exemple AB — CB = AC mais bien AB + BC = AC.

2. *Conventions spéciales. Inclinaison. Dépression. Distance zénithale. Hauteur.* Il nous reste à rappeler les conventions de signes relatives aux inclinaisons, aux dépressions et aux distances zénithales, c'est-à-dire aux angles qu'on rencontre à chaque instant lorsqu'on se sert du niveau d'une manière rationnelle.

L'*inclinaison* d'une direction quelconque est l'angle qui a cette direction pour extrémité, et sa projection sur l'horizon pour origine.

Les limbes pour les inclinaisons sont orientés de telle sorte que toute direction montante a une inclinaison comprise entre 0 et 90°. Cette inclinaison conserve cette valeur aussi longtemps que le

zéro du limbe est extérieur à l'angle aigu formé par la direction et sa projection sur l'horizon. Mais la même inclinaison prend une valeur négative comprise entre — 270° et — 360° dès que le zéro passe à l'intérieur de l'angle.

Ainsi dans le cas représenté sur la figure 1, l'inclinaison HA de la direction montante OA et qui vaut 8° dans le sens strict du mot, a pour mesure, en vertu de la formule (2) A — H = 4° — 356° = — 352° par suite de l'emplacement intérieur du zéro.

Nous nous empressons d'ajouter que cette dualité, loin d'être une gêne, est au contraire une généralisation très féconde.

Nous nous servirons de la lettre *i* pour désigner les inclinaisons.

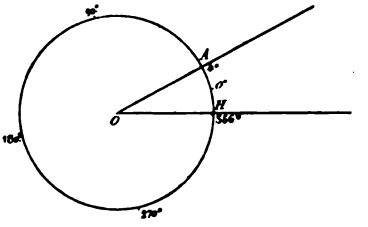


Fig. 1.

La *dépression* a même origine et même extrémité que l'inclinaison, mais le limbe à l'aide duquel on la mesure est orienté dans un sens différent.

La dépression est donc l'inclinaison prise en signe contraire.

Nous désignerons généralement les dépressions à l'aide de la lettre δ.

La *distance zénithale* d'une direction est l'angle qui a cette direction pour extrémité, et la verticale dirigée vers le zénith pour origine.

Le limbe pour mesurer une distance zénithale est orienté tantôt en inclinaison, tantôt en dépression, selon les circonstances. Il faudra donc bien spécifier quelle sera l'orientation du limbe dans chaque cas concret.

Nous désignerons les distances zénithales par la lettre *d*.

Rappelons, pour finir, que l'inclinaison porte aussi le nom de *hauteur*, mais nous ne nous servirons pas de ce nom dans notre étude.

CHAPITRE II

Du niveau considéré en lui-même

§ I. DESCRIPTION DU NIVEAU

L'organe essentiel du niveau à bulle est un tube en verre, appelé *fiole,* scellé aux deux bouts, et incomplètement rempli d'alcool, d'éther, de chloroforme ou de naphte.

L'espace libre est saturé de vapeurs. Il a reçu le nom de *bulle.*

La partie supérieure de la paroi interne de la fiole a reçu une légère courbure dans le sens longitudinal, afin que la bulle se déplace plus ou moins sur cette paroi, lorsqu'on incline plus ou moins l'instrument.

On conçoit qu'on puisse déterminer l'inclinaison de certaines lignes faisant corps avec la fiole, en fonction de la position de la bulle sur la paroi. Mais il faut pour cela que cette position soit repérée exactement. On y parvient en ajoutant une graduation au niveau.

Cette graduation devrait évidemment être tracée sur la paroi qui est en contact avec la bulle. Mais les creux formés par les traits de la graduation nuiraient à la régularité de cette surface. C'est pourquoi on la trace ou bien sur la surface extérieure du verre, ou bien sur une réglette métallique placée contre la fiole.

On peut repérer aussi la bulle en l'observant à l'aide d'une loupe ou d'une lunette glissant le long d'une règle graduée, et fonctionnant à la manière d'un cathétomètre. Mais ce dernier procédé n'a sa raison d'être que dans les observations d'une précision extrême.

La graduation se compose le plus souvent de deux groupes de traits séparés par un espace non gradué.

Les niveaux qui n'ont qu'un seul groupe de traits de graduation, peuvent être considérés comme un cas particulier des précédents, en supposant les deux groupes adjacents, et l'intervalle qui les sépare, égal à zéro.

Les traits de chaque groupe seront numérotés à partir de zéro, depuis l'intervalle non gradué.

Nous désignerons par n et p les numéros des deux traits qui sont tangents au bord de la bulle.

Lorsque ce bord pénètre dans un groupe de traits, mais n'est tangent à aucun d'eux, on détermine le numéro n ou p correspondant, par une interpolation proportionnelle entre le dernier trait rencontré et le premier qui ne l'est pas.

Lorsqu'aucun trait d'un groupe n'est tangent ou sécant par rapport au bord de la bulle, on peut fréquemment prolonger négativement les graduations de ce groupe et déterminer ainsi pour n ou p des valeurs négatives.

La fiole est maintenue au moyen d'accessoires métalliques, de vis de réglage, de ressorts antagonistes, etc. Nous n'entrerons dans aucun détail à ce sujet.

Nous remarquerons toutefois 1° que c'est au moyen de l'un ou l'autre des accessoires en question qu'on retient à quel groupe correspond n, et à quel groupe correspond p; 2° que l'agencement des accessoires réclame les plus grands soins.

§ II. CLASSIFICATION DES NIVEAUX

Les constructeurs cherchent à donner à la paroi interne de la fiole, ou tout au moins à la partie supérieure de cette paroi, la forme d'une surface de révolution qui serait engendrée par un arc de cercle tournant autour de sa corde.

Les observateurs, de leur côté, supposent que les coustructeurs ont atteint leur but. Ils supposent en outre, dans la plupart des cas, que le bord de la bulle est une courbe plane exactement horizontale, nonobstant les actions capillaires qui s'exercent entre le verre et le liquide et se manifestent par un ménisque concave.

Partant de ces deux hypothèses, et désignant par λ la distance curviligne entre deux traits de graduation, et par R le rayon du cercle générateur, on arrive à démontrer, comme nous le verrons plus loin, que l'inclinaison i de l'axe de figure de la surface de révolution de la paroi, et les indications n et p du bord de la bulle, satisfont à la relation

$$i = \frac{324\,000\,\lambda}{\pi R}(n - p) + K \tag{4}$$

dans laquelle K est une quantité qui est constante pour chaque instrument, et dans laquelle l'inclinaison i est exprimée en secondes sexagésimales.

C'est sur cette formule que reposent la plupart des applications du niveau à bulle.

Si on désigne par h la variation que subit la différence $(n - p)$, lorsque l'inclinaison i de l'axe subit une variation de 1″, par exemple, on a, en vertu de la formule précédente :

$$h = \frac{\pi R}{324\,000\,\lambda} \tag{5}$$

ou

$$R = \frac{324\,000\,h\lambda}{\pi} \tag{5'}$$

Un niveau est évidemment d'autant plus précis que la variation h est plus grande, et conséquemment que le rayon R est plus long.

Lorsque h est très petit, les constructeurs parviennent facilement à construire des fioles pour lesquelles le rayon R a la valeur indiquée par la formule (5′) avec une approximation suffisante, et pour lesquelles les petites irrégularités de courbure sont négligeables. Il n'en est plus de même lorsque h prend des valeurs plus grandes; et, au delà d'une certaine limite, il n'est plus possible, dans l'état actuel de l'art du constructeur, d'obtenir des fioles pour lesquelles la courbure puisse être considérée comme régulière.

La théorie doit donc prévoir le cas où l'on désire franchir cette limite, et où l'on est disposé à tolérer des irrégularités de courbure, à condition d'obtenir des constructeurs des fioles dont le rayon de courbure longitudinal, quoique variable d'un point à un autre, dépasse néanmoins partout le minimum fixé par la formule (5′).

C'est pourquoi nous classons les niveaux en deux catégories : *les niveaux ordinaires* et *les niveaux de haute précision* selon qu'on suppose la surface interne exactement de révolution autour d'un axe, et le bord de la bulle exactement horizontal, ou qu'on ne fait aucune hypothèse de ce genre.

Mais il ne suffit pas d'établir une classification théorique; il faut encore indiquer le moyen de reconnaître pratiquement à laquelle des deux catégories un niveau donné appartient.

Ce moyen est tout indiqué par les considérations suivantes.

L'emploi du niveau de haute précision est incomparablement plus compliqué que celui du niveau ordinaire. Par conséquent, avant de ranger un instrument dans la seconde catégorie, le plus élémentaire bon sens exige qu'on essaie s'il ne rentre pas dans la première.

Il faudra donc toujours commencer par utiliser un niveau comme s'il appartenait à la première catégorie. Si on constate que sa courbure est trop forte pour le degré de précision qu'on a en vue, ce n'est évidemment pas en le rangeant dans la catégorie des niveaux de haute précision qu'on le rendra meilleur, et la seule solution à prendre est de renoncer à son emploi.

Si on constate au contraire que le niveau rend les services qu'on en attend en le rangeant dans la première catégorie, on s'imposerait des précautions inutiles en le rangeant dans la seconde.

Enfin si le niveau ne donne pas des résultats satisfaisants, étant rangé dans la première catégorie, et si sa courbure longitudinale est suffisamment faible pour qu'on puisse atteindre le degré de précision voulu, on le rangera dans la seconde catégorie.

§ III. DU NIVEAU ORDINAIRE

1. *Évaluation de l'inclinaison et de la dépression de l'axe.* Le niveau ordinaire permet d'évaluer l'inclinaison i et la dépression δ de l'axe de figure de la fiole, connaissant les indications n et p de la bulle. Pour le montrer, faisons, dans l'instrument, une section par le plan vertical passant par l'axe.

Convenons de désigner cet axe par les deux lettres P et N, de

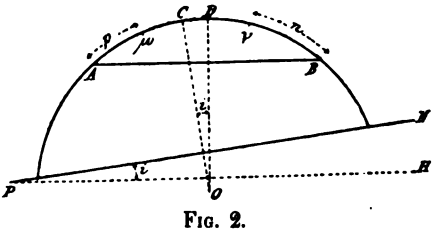


Fig. 2.

placer la première, P, du côté du groupe de traits qui fournit la lecture p, et la seconde N, du côté opposé (fig. 2).

Désignons par O le centre de la section faite dans la paroi rodée, par AB la section hypothétique horizontale faite dans la surface libre du liquide, par OD le rayon zénithal, par OC le rayon perpendiculaire à PN, par PH l'horizontale issue du point P; et par i l'inclinaison HN de la direction PN.

On voit immédiatement que l'angle DC est égal à l'inclinaison i. Par conséquent, il suffit de mesurer DC pour connaître i. La graduation de la fiole peut évidemment servir de limbe dans cette mesure, pourvu qu'on attribue à cette graduation le sens positif qui convient à l'inclinaison i, c'est-à-dire celui qui va dans le sens BDA. Si l'on veut éviter d'obtenir une mesure voisine de $\pm$ 360°, analogue à celle dont on a vu un exemple à propos de la figure 1, il suffira de placer le zéro de la graduation vers le nadir.

Cela étant, on a, en vertu de la formule (2)

$$i = \widehat{DC} = C - D \tag{6}$$

Mais, le rayon zénithal OD est perpendiculaire sur le milieu de la corde horizontale AB. On a donc aussi

$$D = \frac{A + B}{2} \tag{7}$$

Si on désigne par ν la graduation qui correspond au zéro du groupe n, par μ la graduation correspondant au zéro du groupe p, par λ la longueur d'une division, et par R le rayon de l'arc de cercle; si on convient de plus de mesurer i en secondes sexagésimales, on a :

$$A = \mu + p \frac{360 \times 60 \times 60 \times \lambda}{2\pi R} \tag{8}$$

$$B = \nu - n \frac{360 \times 60 \times 60 \times \lambda}{2\pi R} \tag{9}$$

Éliminant D, A et B entre les équations (6), (7), (8) et (9), on trouve

$$i = \frac{324\,000\,\lambda}{\pi R} (n - p) + \left\{ C - \frac{1}{2} (\mu + \nu) \right\} \tag{10}$$

ou, en désignant la constante finale, $C - \frac{1}{2}(\mu + \nu)$, par K

$$(11) \qquad i = \frac{324\,000\,\lambda}{\pi R}(n - p) + K$$

Le coefficient de $(n - p)$ est la demi-amplitude angulaire, en secondes sexagésimales, d'une division de la fiole. Si on désigne cette demi-amplitude par 2α, la formule (11) devient

$$(12) \qquad i = 2\alpha(n - p) + K$$

On trouverait de même pour la dépression δ

$$(12') \qquad \delta = 2\alpha(p - n) - K$$

Ces deux formules renferment deux paramètres constants 2α et K qu'il faut déterminer.

2. *Détermination des paramètres constants.* Le paramètre 2α peut être déterminé directement en fixant la fiole à un cercle gradué vertical, tel qu'un cercle mural, un cercle vertical de théodolite, de tachéomètre, etc.; et en mesurant le déplacement angulaire qui fait varier la différence $n - p$ d'une unité.

On peut évidemment répéter la même opération pour chacune des divisions du niveau et s'assurer ainsi de leur régularité.

Le même paramètre 2α peut encore être obtenu en fixant le niveau à une lunette topographique, en visant deux points d'une mire verticale placée à une grande distance à hauteur de la lunette, et en calculant l'angle au sommet du triangle formé par les deux points visés et l'axe de rotation de la lunette. Le quotient de cet angle par la variation de $n - p$ est égal à 2α.

Connaissant α on peut trouver K de la manière suivante :

On donne une inclinaison quelconque i_1 à l'axe de la fiole et on note les indications correspondantes n_1 et p_1.

On fait tourner ensuite l'axe PN de 180° de manière qu'il reprenne la direction opposée à sa direction primitive. L'inclinaison de PN, dans cette position, vaut $-i_1$. On note les indications correspondantes n_2 et p_2.

On a donc :

$$(13) \qquad i_1 = 2\alpha(n_1 - p_1) + K$$

$$(14) \qquad -i_1 = 2\alpha(n_2 - p_2) + K$$

D'où, en additionnant ces égalités membre à membre, et en résolvant par rapport à K :

(15) $$K = \alpha \{ (p_1 - n_1) + (p_2 - n_2) \}$$

3. *Simplification des formules précédentes.* Si on introduit la valeur (15) de K dans la formule (12), cette formule devient :

(16) $$i = 2\alpha (n - p) + \alpha \{ (p_1 - n_1) + (p_2 - n_2) \}$$

Cette formule (16) se simplifie dans le cas où la position (n_2, p_2) est celle pour laquelle on cherche i. On a dans ce cas $n_2 = n$, $p_2 = p$, d'où

(17) $$i = \alpha \{ (n - p) - (n_1 - p_1) \}$$

Les formules précédentes se simplifient lorsque, comme c'est généralement le cas, les sommes $(n + p)$, $(n_1 + p_1)$, $(n_2 + p_2)$ sont les mêmes. La formule (15) devient

(18) $$K = 2\alpha (p_2 - n_1)$$

ou

(19) $$K = 2\alpha (p_1 - n_2)$$

La formule (17) devient

(20) $$i = 2\alpha (p_1 - p)$$

ou

(21) $$i = 2\alpha (n - n_1)$$

Les formules relatives à la dépression ne diffèrent des précédentes que par les signes des seconds membres. Nous ne nous occuperons donc plus qu'exceptionnellement de la dépression.

§ IV. DU NIVEAU DE HAUTE PRÉCISION

1. *De l'axe.* Nous avons vu que le niveau ordinaire est pourvu d'une ligne droite idéale, l'axe de figure de la paroi rodée, dont l'inclinaison est une fonction des deux variables indépendantes n et p.

Du moment qu'on veut se servir d'une fiole sans admettre que la paroi interne est exactement une surface de révolution et que le bord de la bulle est exactement horizontal, et atteindre ainsi la plus grande précision dont l'instrument soit susceptible, on doit commencer par faire en sorte que le niveau soit encore pourvu d'une ligne droite, remplaçant l'axe de révolution du niveau ordinaire, et telle, par conséquent, que son inclinaison i soit aussi une fonction déterminée de n et p

$$i = F(n, p). \tag{22}$$

Il est évidemment impossible de prévoir tous les dispositifs que le talent des inventeurs peut imaginer pour atteindre ce but.

Nous nous contenterons d'en examiner trois. Le premier est de notre invention si nous ne nous trompons. Le second et le troisième sont usités dans un grand nombre de circonstances. Ils constituent respectivement le niveau à patin perfectionné, le niveau suspendu, et le niveau avec fiole transversale.

Dans tous ces cas nous donnerons encore le nom d'*axe du niveau* à la droite qui répond à la formule (22).

2. *Niveau à patin perfectionné.* Nous verrons plus loin que l'axe d'un niveau à patin doit pouvoir être rendu parallèle aux longues arêtes parallèles de la base du patin.

Ce résultat peut être atteint sans considérer la paroi rodée comme étant exactement de révolution, si on a soin de suspendre la fiole sur l'arête d'un couteau dont elle est solidaire, et de disposer l'instrument de telle sorte que le centre de gravité de la masse suspendue se trouve en dessous de l'arête du couteau, et que cette arête elle-même soit parallèle aux arêtes parallèles de la base du patin. En effet, dès qu'on abandonne la fiole à elle-même, elle prend une position d'équilibre stable sous l'action de la pesanteur, et les valeurs des indications n et p de la bulle ne varient plus que sous l'effet de la température. On a donc, en désignant par i l'inclinaison de l'arête du couteau, et par t la température

$$n = F_1(i, t) \tag{23}$$

$$p = F_2(i, t) \tag{24}$$

D'où en éliminant t, et en résolvant par rapport à i

$$i = F(n, p) \tag{25}$$

L'arête du couteau répond donc bien à la définition de l'*axe du niveau*. Elle est, en d'autres termes, une ligne droite dont l'inclinaison est une fonction des variables indépendantes n et p. Nous connaissons la fonction F (n, p) pour le cas où la surface rodée est supposée régulière et où le bord de la bulle est supposé horizontal. Dans les autres cas il est nécessaire de dresser une table à double entrée des valeurs de la fonction F (n, p) correspondant à chaque niveau, en effectuant une série d'expériences d'étalonnage *ad hoc*.

Il est impossible de donner des règles fixes à suivre dans ces expériences : c'est à l'habileté de l'observateur qu'il incombe de trouver la solution du problème dans chaque cas concret (*).

Certains constructeurs ont ménagé un petit réservoir à l'intérieur de la fiole, afin de permettre d'augmenter ou de diminuer la quantité de liquide qui se trouve dans la partie utile de la fiole, et de donner ainsi une valeur constante M à la somme $n + p$. Il en résulte que

$$i = F(n, M - n) \tag{26}$$

ou

$$i = F(M - p, p) \tag{27}$$

De sorte que l'inclinaison i n'est fonction que d'une seule variable n ou p, ce qui simplifie singulièrement l'étalonnage.

Les niveaux du cercle méridien de l'Observatoire royal de Belgique, construit par *Repsold frères*, se trouvent dans ce cas.

Il est à peine besoin d'ajouter que, dès qu'on connaît une série de valeurs de la fonction F à deux variables ou à une variable, on doit tâcher de découvrir la forme générale de cette fonction.

3. *Niveaux suspendus.* Les niveaux suspendus sont généralement utilisés pour déterminer ou pour annuler les inclinaisons d'axes de

(*) Les tubes en verre des niveaux subissent à la longue un travail moléculaire qui fait varier la fonction F (n, p). Les expériences d'étalonnage doivent donc être recommencées de temps en temps. Ce phénomène a déjà été signalé par d'Abadie (Ann. de la Soc. scient., 5e année, 2e partie, p. 38).

rotation cylindriques, mais ils peuvent évidemment remplir le même office pour des corps de forme cylindrique quelconques.

La fiole du niveau suspendu est solidaire de deux branches qu'on accroche au corps de forme cylindrique auquel le niveau est adjoint.

Le côté délicat est de disposer les points destinés à venir en contact avec le corps cylindrique, de telle sorte que l'axe du cylindre qui passe par ces points occupe une position parfaitement déterminée par rapport à la masse suspendue.

Si le même niveau doit servir pour des cylindres de rayons différents, il faut que les positions de tous les axes de ces cylindres, par rapport à la masse suspendue, se trouvent dans un seul plan qui contient le centre de gravité de cette masse.

Si ces conditions sont remplies, on peut répéter pour le niveau suspendu les considérations que nous avons émises concernant le niveau à couteau et à patin, en prenant l'axe du corps cylindrique pour axe du niveau.

Au point de vue pratique, il faut remarquer que le moment de la pesanteur, c'est-à-dire de la force qui donne au niveau une position d'équilibre stable, converge vers zéro à mesure que le niveau converge vers cette position. On doit donc diminuer autant que possible le frottement des points de contact sur le corps cylindrique.

Nous pensons qu'il serait avantageux, dans certains cas, de munir le niveau suspendu d'une fiole reposant sur un couteau dont l'arête serait parallèle à l'axe du corps cylindrique, afin de diminuer le frottement qui empêche la fiole de prendre sa position d'équilibre.

Dans ce cas, l'arête du couteau devient l'*axe du niveau* et l'axe du cylindre est investi d'un rôle nouveau dont il sera question plus loin, et que nous avons caractérisé en donnant le nom de *directrice* à l'arête en question.

4. *Niveau à fiole transversale.* Le niveau à fiole transversale sert généralement à déterminer ou à annuler l'inclinaison de l'axe d'un corps cylindrique, tel qu'un axe de rotation, un corps de lunette, etc.

Le niveau est posé sur le corps cylindrique. Les points de contact doivent, comme ceux du niveau suspendu, déterminer un cylindre dont l'axe occupe une position déterminée par rapport à la fiole.

Pour se servir de l'instrument, on le pose sur le corps cylindrique, et on fait glisser les points de contact jusqu'à ce que la bulle de la fiole transversale soit entre ses repères.

Pour que ce dispositif fût parfait, il faudrait qu'en donnant une inclinaison quelconque i aux génératrices du corps cylindrique, et en plaçant la bulle de la fiole transversale entre ses repères, c'est-à-dire en faisant $n' = p'$ pour cette fiole, cette égalité $n' = p'$ subsistât pour toutes les températures.

Si cela était, il n'y aurait pour chaque valeur de i qu'une seule position du niveau, et l'axe du corps cylindrique répondrait à la définition de l'*axe du niveau.*

On pourrait, à notre avis, supprimer avantageusement la fiole transversale, en suspendant la fiole sur un couteau ayant son arête parallèle à l'axe du corps cylindrique.

L'arête de ce couteau deviendrait ainsi l'*axe du niveau,* et l'axe du cylindre remplirait le rôle de *directrice.*

§ V. REMARQUES SUR LA PRÉCISION DU NIVEAU

En lisant les pages précédentes, il semble que la précision d'un niveau dépende exclusivement du rayon de courbure longitudinal R de la paroi supérieure de la fiole, et croisse avec ce rayon.

Cela serait exact si d'autres causes n'entraient pas en jeu.

En réalité, d'autres causes agissent sur le niveau, et il est nécessaire d'en tenir compte.

Lorsque le rayon R devient très grand, l'angle que fait la surface courbe avec la verticale à l'extrémité du bord de la bulle devient excessivement faible, et la position de la bulle est influencée par les causes accidentelles les plus minimes.

A ce point de vue, le petit réservoir interne, dont il a été question plus haut, présente un avantage plus important encore que celui qui résulte de l'élimination d'une des variables n et p. On peut, en effet, donner à la bulle une dimension constante assez grande, et faire en sorte que l'angle de la paroi avec la verticale, à l'extrémité de la bulle, ait une valeur aussi grande que possible.

Il y a lieu de remarquer en outre que les causes d'erreurs accidentelles prennent une importance d'autant plus grande que le niveau vise à une plus grande précision. Dans cet ordre d'idées, il

faut se préoccuper tout particulièrement de la température ambiante et de l'assemblage des pièces qui constituent le niveau.

Nous avons vu plus haut que l'influence de la température est éliminée par la lecture aux deux bords, ou à un seul bord dans le cas d'une bulle de longueur constante.

Mais cela suppose que le milieu ambiant ait une température uniforme, et que des différences de température dans les diverses pièces de l'instrument ne modifient pas la forme voulue par le constructeur.

Tel ne serait pas le cas, et il ne faudrait pas espérer obtenir des résultats concordants d'un niveau topographique ou géodésique un peu précis, si par exemple, le soleil ou un vent chaud ou froid agissait directement sur l'instrument. Il est absolument indispensable de l'abriter.

Lorsqu'un niveau est très précis, la chaleur provenant du corps de l'observateur peut agir comme une cause d'erreurs accidentelles. Les seuls remèdes sont d'observer le niveau à distance au moyen d'une lunette, ou d'interposer un écran entre l'opérateur et l'instrument.

Il y a une partie du niveau qu'il importe tout particulièrement de soustraire à l'action des variations de température, c'est la fiole. Pour se convaincre de cette nécessité, il suffit de remarquer que la flèche de la paroi d'une fiole correspondant à $R = 300^m$, et ayant $0^m,20$ de longueur, est de 1,7 centième de millimètre. Il est évident que la moindre différence de température entre deux parties de la paroi introduit des anomalies sensibles dans la courbure de la paroi.

C'est pour éviter ces anomalies que les bons constructeurs prennent la précaution d'enfermer les fioles dans des tubes en verre ou dans des chambres qui les mettent à l'abri des influences directes thermiques extérieures.

Un autre point sur lequel il importe d'attirer l'attention est l'assemblage des divers accessoires de la fiole.

Le meilleur mode d'assemblage est la soudure. Mais on est souvent obligé d'y substituer des vis de pression, ne fût-ce que pour rendre les pièces susceptibles de réglage.

Nous avons remarqué bien des fois que des constructeurs employaient des vis beaucoup trop délicates.

Les vis d'assemblage doivent être suffisamment robustes pour qu'on puisse les visser solidement à fond.

Les ressorts antagonistes qu'on rencontre dans certains exemplaires de niveaux topographiques sont généralement beaucoup trop faibles.

Les lignes qui précèdent n'apprennent certainement rien de neuf aux lecteurs compétents. Elles ne figurent ici que pour former un tout complet de notre travail.

Nous ajouterons, dans le même but, qu'il est indispensable de se rendre compte de l'importance des erreurs accidentelles inhérentes à un niveau avant de s'en servir.

A cet effet, on fera plusieurs observations d'essai, et on les répétera à diverses reprises. On apportera à ces opérations les soins et les précautions qu'on se propose de prendre dans les observations définitives, et on notera les écarts entre les divers résultats qui devraient théoriquement être concordants.

Si ces écarts sont trop forts, on doit prendre plus de précautions, ou se procurer un meilleur instrument.

S'ils sont satisfaisants, on peut mettre l'instrument en usage. Mais on doit tenir bonne note de l'importance des écarts constatés, afin de ne pas perdre ultérieurement son temps et ses peines à la poursuite d'une concordance que l'instrument ne peut donner.

CHAPITRE III

Des niveaux à directrices

§ I. DE LA DIRECTRICE

Nous donnons le nom de *directrice* d'un niveau à une droite parallèle à l'axe du niveau et à laquelle celui-ci est adjoint pour en évaluer les inclinaisons ou en assurer l'horizontalité.

L'axe d'un cylindre auquel un niveau est suspendu, ou sur lequel un niveau est posé, est la directrice de ce niveau.

Dans le niveau à patin, c'est une des longues arêtes de la base du patin qui est la directrice.

Nous disons, dans la définition de la directrice du niveau, que cette droite doit être parallèle à l'axe du niveau, c'est-à-dire à l'arête du couteau des fioles qui ont cet accessoire, ou à l'axe de figure des fioles qui en sont dépourvues.

Il faut donc trouver le moyen de réaliser ce parallélisme. C'est le but principal d'une série d'opérations auxquelles nous donnons le nom de réglage du niveau.

§ II. RÉGLAGE DU NIVEAU

Nous venons d'indiquer le but principal du réglage du niveau.

Il y a de plus une opération accessoire qui est exclusivement appliquée au niveau ordinaire, et a pour but de régler l'instrument de telle sorte que la bulle soit entre ses repères lorsque la directrice est horizontale.

1° *Opération fondamentale.* Il n'existe aucune méthode permettant de rendre l'axe d'un niveau parallèle à la directrice, d'une manière sûre et pratique. On n'y parvient que par des tâtonnements. On peut cependant procéder à ces tâtonnements d'une

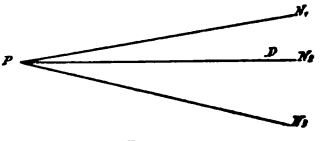


Fig. 3.

manière plus ou moins systématique, en se guidant d'après les variations de i lorsqu'on imprime de légers mouvements de rotation au niveau autour de la directrice. A cet effet on peut s'inspirer des considérations suivantes :

Toute rotation d'un niveau autour de sa directrice, peut être décomposée en une rotation autour d'un axe quelconque parallèle à cette directrice, et une translation. Les mouvements de translation ne déplaçant pas la bulle, on peut toujours en faire abstraction et remplacer la directrice par une droite parallèle PD, issue du point P (fig. 3).

Si on projette horizontalement la directrice PD, et l'axe PN du niveau, celui-ci peut prendre, en projection, les positions PN_1, PN_2 et PN_3. Dans la position PN_2 l'axe peut être au-dessous de la directrice, au-dessus de cette droite, ou en coïncidence avec elle. C'est à cette dernière position qu'il s'agit d'arriver. Ces diverses positions se reconnaissent aux variations de i dans la rotation du niveau autour de la directrice.

Dans les positions PN_1 et PN_3 l'inclinaison i augmente ou diminue selon le sens de la rotation.

Dans la position PN_2 au-dessus de la directrice, l'inclinaison i diminue, et dans la position PN_2 au-dessous de la directrice, l'inclinaison i augmente, quel que soit le sens de la rotation.

Lorsque la directrice PD et l'axe PN_2 coïncident, l'inclinaison i ne varie pas pendant la rotation.

Ces différences dans la variation de i permettent de savoir à chaque instant comment l'axe du niveau est situé par rapport à la directrice, et de conduire en conséquence l'opération du réglage.

En tous cas, cette opération est très délicate, et demande beaucoup d'habileté lorsque le niveau est très précis.

2° *Opération accessoire.* L'opération accessoire a pour but de faire en sorte que la bulle soit entre ses repères lorsque la directrice est horizontale.

La plupart des auteurs qui se sont occupés de cette question, sinon tous, prescrivent de placer la bulle entre ses repères, de retourner la directrice sur elle-même et de déplacer l'axe de la fiole de manière à corriger le déplacement de la bulle de moitié.

Il est évident que si l'axe de la fiole était parallèle à la directrice avant l'opération, ce qui doit être puisqu'on doit commencer par là, on détruit le parallélisme en opérant comme nous venons de l'indiquer. Le procédé en question est donc défectueux.

Pour qu'on puisse effectuer la deuxième opération du réglage dans des conditions convenables, il faut que l'on puisse faire la correction indiquée sans déplacer l'axe du niveau par rapport à la directrice.

Or cela n'est possible que dans les deux cas suivants :

1° Lorsque la fiole est suspendue sur un couteau et qu'on peut

la déplacer par rapport à l'arête du couteau sans détruire le parallélisme entre cette arête et la directrice;

2° Lorsque la graduation est tracée sur une réglette intérieure à la fiole, et peut être déplacée par rapport à l'axe du niveau en respectant le parallélisme entre cet axe et la directrice.

Nous traiterons, comme exemple, le cas d'un niveau ordinaire sans couteau avec réglette graduée extérieure.

L'opération fondamentale étant effectuée, l'axe est parallèle à la directrice, et les inclinaisons de ces deux droites sont égales. On a donc l'inclinaison i de la directrice par la formule (12)

$$i = 2\alpha (n - p) + K. \tag{12}$$

Le but à atteindre est que $n = p$, lorsque $i = 0$.

Introduisant ces relations dans la formule précédente, on voit que, dans ces conditions, $K = 0$.

Le but de l'opération accessoire du réglage est donc de rendre $K = 0$.

Si nous supposons ce but atteint, et si nous désignons les valeurs nouvelles de n et p par n' et p', la formule (12) devient

$$i = 2\alpha (n' - p').$$

Mais nous savons par la formule (17) que l'inclinaison de la directrice après le retournement, c'est-à-dire au moment où la bulle marque n_2, p_2, est égale à

$$\alpha \{ (n_2 - p_2) - (n_1 - p_1) \}$$

Par conséquent pour que $K = 0$, il faut disposer la graduation de manière qu'on ait

$$2\alpha (n' - p') = \alpha \{ (n_2 - p_2) - (n_1 - p_1) \}$$

ou

$$n' - p' = \frac{1}{2} \left\{ (n_2 - p_2) - (n_1 - p_1) \right\} \tag{28}$$

Si la bulle a conservé ses dimensions pendant l'opération, on peut poser

$$n' + p' = n_2 + p_2 = n_1 + p_1 = 2s$$
$$n' - p' = 2s - 2p' = 2n' - 2s$$

ou

$$n_1 - p_1 = 2s - 2p_1 = 2n_1 - 2s$$
$$n_2 - p_2 = 2s - 2p_2 = 2n_2 - 2s$$

En introduisant ces relations dans la formule (28), elle devient

$$n' = \frac{1}{2}(n_2 + p_1) \tag{29}$$

ou

$$p' = \frac{1}{2}(p_2 + n_1) \tag{30}$$

Ces formules prennent une apparence plus symétrique si l'opérateur reste du même côté de l'instrument pendant l'opération, et désigne par la lettre d les lectures du côté droit et par la lettre g les lectures du côté gauche. On a ainsi

$$d_1 = n_1, \qquad g_1 = p_1$$
$$d_2 = p_2, \qquad g_2 = n_2$$
$$d' = p', \qquad g' = n$$

et les formules (27) et (30) deviennent

$$g' = \frac{1}{2}(g_1 + g_2) \tag{31}$$

$$d' = \frac{1}{2}(d_1 + d) \tag{32}$$

Le procédé que nous avons rappelé et critiqué plus haut devient donc exact, pourvu qu'on l'exécute en laissant l'axe du niveau parallèle à la directrice, comme il l'est après le réglage fondamental.

§ III. EMPLOI DU NIVEAU A DIRECTRICE

L'emploi du niveau comprend deux problèmes distincts. Dans le premier il s'agit d'évaluer l'inclinaison i de la directrice. Le second a pour but de rendre la directrice horizontale.

Puisque la direction est parallèle à l'axe du niveau, son inclinaison i est la même que celle de cet axe. Or, nous avons vu comment on détermine cette dernière inclinaison. Nous n'avons donc rien à ajouter à ce sujet.

Quant au second problème, il suffit évidemment, pour le résoudre, de rendre l'axe horizontal, c'est-à-dire de faire en sorte que

$$i = 2\alpha (n - p) + K = 0.$$

Lorsque l'opération accessoire du réglage a été effectuée, et que par suite $K = 0$, il suffit de rendre $n = p$.

§ IV. PARALLAXE DE LA GRADUATION

Nous avons dit précédemment que la graduation devrait, rigoureusement parlant, être gravée sur la paroi interne de la fiole.

Lorsqu'elle figure sur une réglette on évite les erreurs de lecture, en prolongeant par la pensée les traits de la division, et en visant dans la direction de ces traits.

Lorsque la graduation est tracée sur la surface extérieure du verre la lecture peut différer avec la position de l'œil, par suite de l'épaisseur du verre. Il y a en d'autres termes une légère parallaxe de graduation.

On évite cette parallaxe en logeant la fiole dans une chambre à paroi transparente, et en traçant sur cette paroi une graduation identique à celle de la fiole. La direction du rayon visuel est ainsi assurée.

CHAPITRE IV

Du niveau à pivot

§ I. DU PIVOT

Nous entendons par *pivot* d'un niveau toute droite à laquelle le niveau est adjoint pour la rendre verticale.

Nous avons choisi le nom de *pivot,* pour désigner cette droite, parce qu'elle est généralement le pivot autour duquel tourne un instrument complet tel qu'un théodolite, un tachéomètre, etc.

Mais il peut arriver aussi que le niveau serve à rendre un plan horizontal. Tel est le cas, notamment, pour le niveau de la planchette topographique. Dans ce cas le *pivot* est, par définition, une normale quelconque au plan.

Nous pouvons, répétant pour le pivot ce que nous avons déjà dit pour la directrice, décomposer une rotation quelconque autour du pivot en une translation, et une rotation autour d'une parallèle issue de l'extrémité P de l'axe du niveau; et remplacer ainsi le pivot par cette parallèle. Nous ferons donc toujours passer le pivot par le point P. Nous n'examinerons ici que le niveau ordinaire. Le lecteur étendra facilement nos considérations au niveau de précision pourvu d'un couteau.

§ II. RÉGLAGE DU NIVEAU A PIVOT

Supposons que, le pivot ayant été rendu vertical, la bulle indique une certaine inclinaison i_0 de l'axe :

$$i_0 = 2\alpha(n_0 - p_0) + K.$$

Cette inclinaison i_0 sera évidemmcnt l'angle que fait le pivot avec l'axe du niveau. Par conséquent, on reconnaîtra, dans la suite, que le pivot est vertical, lorsque le niveau marquera l'inclinaison i_0, dans toutes les directions de l'axe autour du pivot. Cette constatation est la plus facile lorsque l'axe fait avec le pivot un angle tel que la bulle soit entre ses repères lorsque le pivot est vertical.

Le réglage du niveau a pour but de donner cette valeur à l'angle en question.

Nous donnerons à cette valeur le nom d'*angle de réglage*, et nous la désignerons par la lettre r.

§ III. ÉNONCÉ ET CRITIQUE DU RÉGLAGE USITÉ

Il est généralement prescrit, pour régler un niveau à pivot, de donner au niveau une position quelconque, de faire tourner l'axe du niveau de 180° autour du pivot, et de corriger le déplacement de la bulle de moitié en laissant le pivot dans sa position .

Cette opération est excessivement facile, mais tous les observateurs savent que si on en vérifie le résultat en faisant un nouveau retournement on constate presque toujours qu'elle n'a pas réussi; on doit souvent procéder à bien des essais avant d'arriver à un résultat très précis.

Nous avons toujours entendu attribuer ces insuccès aux erreurs accidentelles. En réalité, leur cause principale réside dans un vice du procédé lui-même.

Nous verrons en effet, dans la suite, que les opérations indiquées ci-dessus sont, non seulement théoriquement inexactes, mais ont même pour conséquence de détruire la régularité d'un niveau qui serait préalablement bien réglé. Il n'y a d'exception que si les opérations se font dans un plan parfaitement déterminé, auquel nous avons donné le nom *de plan de symétrie*. Il faut donc toujours commencer par placer l'axe du niveau dans ce plan.

Nous reviendrons sur tous ces points dans la suite.

§ IV. DU PLAN DE SYMÉTRIE

Lorsqu'on fait tourner l'axe d'un niveau autour d'un pivot incliné sur la verticale, cet axe décrit un cône de révolution autour du pivot. Deux génératrices quelconques ayant même inclinaison, sont symétriques par rapport au plan vertical qui contient le pivot. C'est à ce plan que nous avons donné le nom de *plan de symétrie*.

Pour placer l'axe du niveau dans le plan de symétrie, on pourrait le faire tourner autour du pivot jusqu'à ce que son inclinaison i atteigne une valeur maxima ou une valeur minima.

Mais la variation de i est très faible dans le voisinage de son maximum ou de son minimum, en sorte qu'une petite erreur sur le maximum ou le minimum en produirait une assez grande sur la position du plan de symétrie. Il vaut mieux donner à l'axe une position éloignée du maximum ou du minimum, noter cette position, et la valeur correspondante de i; puis le faire tourner autour du pivot jusqu'à ce qu'il reprenne son inclinaison première, et noter de nouveau la position correspondante. En plaçant ensuite l'axe dans la position médiane, il se trouve nécessairement dans le plan de symétrie.

Lorsque l'instrument possède un limbe normal au pivot, on fait la lecture l_1 du vernier dans la première position, la lecture l_2 dans la deuxième position, et on fait marquer $\frac{l_1 + l_2}{2}$ au vernier.

Lorsque l'instrument ne possède pas de limbe gradué normal au pivot, il faut recourir à un artifice quelconque pour y suppléer. On pourra le plus souvent faire graphiquement l'opération.

Il est essentiel de la faire avec le plus grand soin, car les écarts entre l'axe du niveau et le plan de symétrie sont très préjudiciables dans la suite des opérations.

§ V. CALCUL DE LA DISTANCE ZÉNITHALE DU PIVOT

Pour déterminer la distance zénithale ZR du pivot PR, fig. 4,

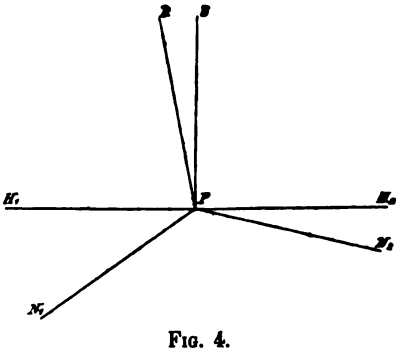


FIG. 4.

amenons d'abord l'axe du niveau en PN_1, dans le plan de symétrie, et notons les indications n_1 et p_1 de la bulle. Puis faisons

tourner l'axe de 180° autour du pivot, de manière à le ramener en PN_2, dans le plan de symétrie, et notons les indications n_2, p_2 de la bulle. Enfin servons-nous du limbe destiné à évaluer l'inclinaison de i_1, pour mesurer tous les angles du plan de symétrie, et plaçons le zéro au nadir.

On a, en vertu de la formule (1),

$$\hat{ZR} = R - Z \tag{33}$$

Mais PR est bissectrice de PN_1 et PN_2 et le zéro est au nadir; on a donc

$$R = \frac{N_1 + N_2}{2} \tag{34}$$

D'autre part, la verticale est perpendiculaire sur l'horizontale $H_1 H_2$. On a donc

$$Z = \frac{H_1 + H_2}{2} \tag{35}$$

En éliminant les graduations R et Z entre les trois dernières formules, il vient

$$\hat{ZR} = \frac{N_1 - H_1}{2} + \frac{N_2 - H_2}{2} \tag{36}$$

Par hypothèse, le limbe est orienté pour mesurer i_1. Il est donc orienté en dépression pour la direction N_2, et on a :

$$N_1 - H_1 = i_1 \tag{37}$$

$$N_2 - H_2 = \delta_2 = - i_2 \tag{38}$$

Introduisant les valeurs (37) et (38) dans la formule (36), celle-ci devient

$$\hat{ZR} = \frac{i_1 - i_2}{2} \tag{39}$$

Cette formule est générale. Dans le cas du niveau ordinaire, on

peut remplacer i_1 et i_2 par leurs valeurs données par la formule (12), et trouver ainsi

$$\widehat{ZR} = \alpha \left\{ (n_1 - p_1) - (n_2 - p_2) \right\} \tag{40}$$

Lorsque les dimensions de la bulle restent constantes pendant l'opération, on peut poser

$$n_1 + p_1 = n_2 + p_2 = 2s.$$

D'où

$$\widehat{ZR} = 2\alpha (n_1 - n_2) \tag{41}$$

ou

$$\widehat{ZR} = 2\alpha (p_2 - p_1) \tag{42}$$

§ VI. CALCUL DE L'ANGLE DU PIVOT AVEC L'AXE DU NIVEAU

L'axe du niveau ayant été amené, comme précédemment, dans le plan de symétrie, l'angle qu'il s'agit de calculer est l'angle RN_1 ou l'angle RN_2.

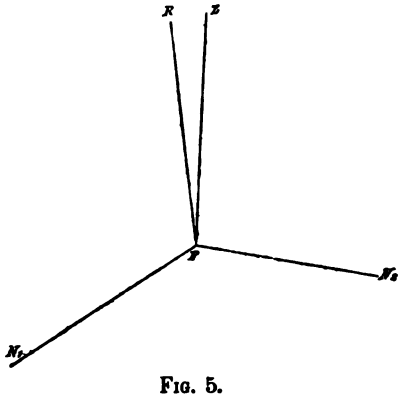


FIG. 5.

Si on se sert du limbe qui a servi dans le paragraphe précédent, RN_1 est négatif et RN_2 positif. Proposons-nous de calculer ce dernier angle.

On a

$$RN_2 = N_2 - R = N_2 - \frac{N_1 + N_2}{2} \tag{43}$$

d'où

$$RN_2 = \frac{N_2 - N_1}{2}$$

Mais les graduations H_1 et H_2 valent respectivement 1 droit et 3 droits et

$$i_1 = N_1 - H_1, \delta_2 = N_2 - H_2$$

on a donc

$$N_1 = i_1 + H_1 = i_1 + 1 \text{ droit}$$
$$N_2 = \delta_2 + H_2 = - i_2 + 3 \text{ droits.}$$

On a donc enfin :

$$RN_2 = 1 \textit{ droit} - \frac{i_1 + i_2}{2} \tag{44}$$

Cette formule est applicable à tous les niveaux.

Dans le cas du niveau ordinaire, on peut remplacer i_1 et i_2 par leurs valeurs données par la formule (12). On trouve ainsi :

$$RN_2 = 1 \textit{ droit} - \alpha \{ (n_1 - p_1) + (n_2 - p_2) \} - K \tag{45}$$

On voit par ce résultat qu'il est nécessaire de connaître α et K pour pouvoir calculer RN_2.

Nous avons vu précédemment qu'on peut trouver la valeur de α par une mesure directe, et celle de R par un retournement de l'axe sur lui-même. Ce retournement est généralement impossible avec le niveau ordinaire à pivot, attendu qu'il est fixé à l'instrument. Il faudrait donc trouver un autre moyen pour déterminer K.

Comme cette détermination ne nous sera pas utile, nous ne nous en occuperons pas, et nous utiliserons la valeur de RN_2 donnée par la formule (45) en fonction de K.

§ VII. CALCUL DE L'ANGLE DE RÉGLAGE

L'angle de réglage est, par définition, la valeur qu'il faut donner à RN_2 pour que la bulle soit entre ses repères lorsque le pivot est vertical.

Pour obtenir la valeur de l'angle de réglage, il suffit donc de supposer le pivot vertical dans le paragraphe précédent, et $n_2 = p_2$.

Mais, si le pivot est vertical, les indications de la bulle ne changent pas pendant la rotation de l'axe autour du pivot.

On a donc aussi $n_1 = p_1$; et si on désigne l'angle de réglage par r,

$$r = 1 \text{ droit} - K \tag{46}$$

§ VIII. RÉGLAGE DU NIVEAU

Avant d'exposer et de justifier le réglage du niveau tel que nous le préconisons, examinons le réglage tel qu'il est pratiqué, et voyons si la critique que nous avons formulée au § III est fondée.

D'après les prescriptions usuelles du réglage, on donne au niveau une position quelconque. On prescrit généralement d'amener la bulle entre ses repères, mais cela n'a pas d'importance ici. Puis on fait tourner le niveau de 180° autour de son pivot. Enfin on fait varier l'angle de l'axe du niveau et du pivot de manière à corriger le déplacement de la bulle de moitié.

Nous allons montrer 1° que, si on appliquait cette opération à un niveau parfaitement réglé, la bulle se déplacerait nécessairement, en sorte qu'on déréglerait le niveau en corrigeant le déplacement de la bulle de moitié; 2° qu'une seule position de l'axe du niveau fait exception à cette règle, mais que dans cette position la bulle ne subit aucun déplacement, que le niveau soit ou ne soit pas réglé.

Il en résultera avec évidence que le procédé usité doit être abandonné.

Remarquons tout d'abord que si le pivot était exactement ver-

tical, l'inclinaison de l'axe du niveau resterait invariable pendant la rotation, quel que soit l'angle que cet axe fait avec le pivot. On ne constaterait donc aucune différence entre un niveau réglé et un qui ne l'est pas.

Pour effectuer le réglage d'un niveau à pivot, il faut donc écarter le pivot de la verticale. L'écart ne peut cependant pas être trop grand, sinon les bords de la bulle sortiraient de la graduation dans l'opération du retournement.

On arrive le plus souvent à donner au pivot une position convenable, en faisant au moyen du niveau non réglé les opérations qu'on exécuterait pour rendre le pivot vertical après le réglage.

Si le niveau était par trop déréglé, il faudrait encore corriger la position du pivot, par quelques tâtonnements empiriques, dont on acquiert le sentiment par la pratique des instruments.

Ces remarques étant faites, considérons un pivot PR, la verticale PZ, et deux positions PN_1 et PN_2 données par le retournement de l'axe d'un niveau réglé; et supposons que la position de la bulle soit la même pour ces deux positions.

Puisque la droite PN_2 provient de la position PN_1, qui a subi une rotation de 180° autour de PR, les trois droites PN_1, PN_2 et PR sont dans un même plan. D'autre part, puisque la position de la bulle est la même pour les positions PN_1 et PN_2 de l'axe, ces deux positions ont la même inclinaison, et sont par conséquent symétriquement placées par rapport au plan de symétrie ZPR.

Ces deux positions sont donc les génératrices d'intersection du cône décrit par l'axe du niveau, et du plan mené par PR perpendiculairement au plan ZPR.

Il résulte de ce qui précède que si la position PN_1 n'est pas précisément celle qui détermine, avec le pivot PR, un plan perpendiculaire au plan de symétrie; la bulle subira un déplacement, lorsque l'axe passera de PN_1 en PN_2. La correction de la moitié du déplacement de la bulle conformément au procédé usité détruira donc nécessairement le réglage.

Il n'y a d'exception que dans le cas tout à fait accidentel où le plan RPN_1 est perpendiculaire au plan vertical ZPR. Mais, dans ce cas, la position PN_2 est symétrique de PN_1 par rapport à ce

plan vertical, et la bulle ne se déplacera pas, lors même que le niveau ne serait pas réglé.

Le procédé usité est donc mauvais dans tous les cas, et les insuccès sont dus au procédé lui-même et non à des causes accidentelles.

S'il en est ainsi, dira-t-on peut-être, comment se fait-il qu'il réussisse parfois ?

La réponse est bien simple. Le procédé usité devient bon, si on a soin de placer PN_1 dans le plan de symétrie ZPR.

Dès lors, si on réussit, c'est qu'on place, sans le savoir, l'axe suffisamment près du plan de symétrie, pour que les erreurs qui

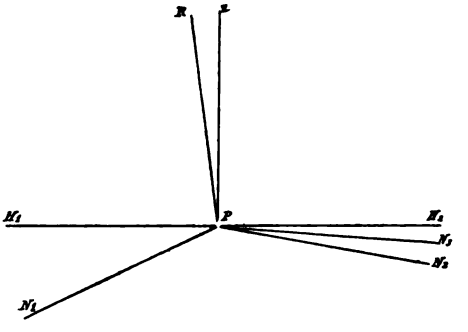


Fig. 6.

résultent de l'écart soient ou bien insensibles, ou bien inférieures à celles qu'on veut tolérer.

Pour montrer que le procédé usité est exact dans le plan de symétrie, précisons les opérations à effectuer.

1° On détermine le plan de symétrie et on y place l'axe du niveau en PN_1, comme nous l'avons expliqué précédemment;

2° On fait la lecture n_1, p_1, qui donne

$$i_1 = 2\alpha\,(n_1 - p_1) + K$$

3° On fait tourner l'axe PN_1 de 180° de manière à l'amener en PN_2;

4° On fait la lecture n_2, p_2, qui donne

$$i_2 = 2\alpha\,(n_2 - p_2) + K$$

5° On fait tourner PN_2 autour d'un axe perpendiculaire au plan RPN_2, de manière à l'amener dans une position PN_3 répondant à la condition

$$n_3 - p_3 = \frac{1}{2}\left\{(n_2 - p_2) - (n_1 - p_1)\right\}$$

qui revient à

$$i_3 - \frac{1}{2}\,(i_2 - i_1) = K$$

Pour démontrer l'exactitude du procédé, il suffit de prouver que l'angle RN_3 est égal à l'angle de réglage, c'est-à-dire à 1 *droit* — K.

A cet effet, plaçons un limbe, comme nous l'avons déjà fait plus haut. On a en vertu de la formule (3)

$$RN_3 = RZ + ZH_2 + H_2\,N_3$$

Mais on a, en vertu de la formule (39),

$$RZ = -\,ZR = \frac{i_2 - i_1}{2}$$

On a en outre, à cause de l'orientation du limbe

$$ZH_2 = +\,1 \textit{ droit}$$

et

$$H_2\,N_3 = \delta_3 = -\,i_3$$

Substituant ces trois valeurs dans celle de RN_3, on trouve

$$RN_3 = \frac{i_2 - i_1}{2} + 1 \textit{ droit} - i_3$$

Mais la cinquième des opérations indiquées ci-dessus a eu pour effet de réaliser l'égalité

$$RN_3 - \frac{i_2 - i_1}{2} = K$$

Donc

$$RN_3 = 1 \textit{ droit} - K$$

Le procédé que nous préconisons est donc exact.

§ IX. MÉTHODES A SUIVRE POUR RENDRE LE PIVOT VERTICAL

1. *Classification des méthodes.* Diverses méthodes sont suivies pour rendre un pivot vertical.

Nous les étudierons en supposant la position du pivot commandée au moyen de trois vis calantes. Le lecteur étendra facilement nos considérations aux cas, moins fréquents, où le pivot est solidaire d'un dispositif à genou, du dispositif à deux axes de rotation perpendiculaires dont on trouve un exemple dans les boussoles nivelantes Oberhaüser, dont il a été fait usage pour le levé de la carte de la Belgique, du dispositif à calotte sphérique appliqué à la planchette par le lieutenant-colonel du génie français Goulier, etc.

Dans toutes ces méthodes, les niveaux sont supposés préalablement réglés. Elles diffèrent par le nombre des niveaux, ou par le genre de niveau. Nous distinguerons les méthodes à niveau unique et la méthode à niveaux perpendiculaires.

Les premières sont au nombre de deux, selon qu'il est fait usage du niveau à directrice, ou du niveau à pivot proprement dit.

2. *Méthodes avec niveau à directrice.* Considérons, pour fixer les idées, *une planchette topographique d'épaisseur uniforme reposant sur les têtes A, B, C de trois vis qui prennent écrou dans un support immobile. Le niveau est un modèle à patin. La droite qu'il s'agit de rendre verticale, le pivot par conséquent, est normale au plan ABC. Nous considérerons la normale AR passant par le point A.*

On place la directrice du niveau dans la direction AB des têtes de deux vis. Puis on soulève ou on abaisse une des vis jusqu'à ce

que la directrice du niveau, et par conséquent jusqu'à ce que la droite AB, soit horizontale. Le pivot prend ainsi une position AR_1.

On place ensuite la directrice parallèlement à une droite CD du plan ABC, dans une direction sensiblement perpendiculaire à AB, et on agit sur la vis C jusqu'à ce que la directrice, et par suite la droite CD, soit horizontale.

Dans cette dernière opération, le plan ABC bascule autour de

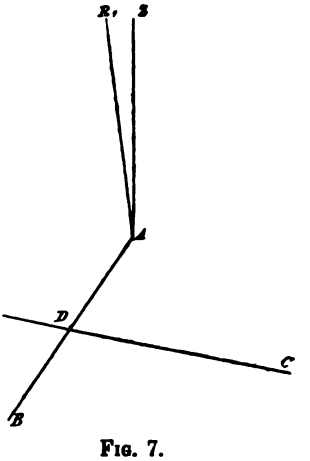


Fig. 7.

l'horizontale AB jusqu'à ce que la droite CD devienne aussi horizontale. Le plan ABC a donc deux horizontales AB et CD. Il est donc aussi horizontal.

On peut encore concevoir la dernière opération de la manière suivante :

La droite AB est perpendiculaire à la normale AR_1 au plan ABC.

Comme elle est horizontale, elle est perpendiculaire aussi à la verticale AZ. Dès lors, en faisant basculer le pivot AR_1 autour de AB, il doit nécessairement arriver en AZ.

Comme la planchette a une épaisseur uniforme, sa face supérieure est parallèle au plan horizontal ABC, et est elle-même horizontale.

3. *Méthode avec niveau à pivot.* Ce cas se présente le plus souvent lorsque les écrous des vis calantes font corps avec le pivot.

On prescrit généralement dans ce cas : 1° de placer le niveau dans la direction de deux vis A et B; 2° d'amener la bulle entre ses repères en agissant sur une de ces vis; 3° de placer le niveau dans une direction perpendiculaire; 4° de ramener la bulle entre ses repères en agissant sur la troisième vis; 5° de recommencer les opérations de manière à éliminer de plus en plus les erreurs accidentelles, jusqu'à ce qu'on soit satisfait des résultats.

Tous les observateurs savent par expérience que ces opérations réussissent rarement aussi rapidement qu'on serait en droit de s'y attendre, surtout dans les cas où l'on cherche à atteindre un grand degré de précision.

Certains auteurs, frappés de cet état de choses, ont introduit une petite variante dans le procédé. Nous en trouvons un exemple dans l'explication de l'usage du théodolite, donnée par M. Faye, dans son *Cours d'astronomie de l'École polytechnique* (1re partie, p. 8, ll. 6...). L'auteur y prescrit d'agir *des deux mains mais en sens contraire, sur deux vis.*

En réalité, comme nous allons le voir, le procédé n'est pas exact, et ne peut réussir qu'accidentellement, à moins qu'on fasse usage de niveaux à petit rayon de courbure longitudinale, et qu'il s'agisse par conséquent d'opérations peu précises.

Soient A, B, C les pieds des vis calantes, AN_1 la position de l'axe du niveau, AR_1 la direction du pivot après la deuxième opération, et AZ la verticale.

En plaçant le niveau dans une direction nouvelle RN_2 et en agissant sur une ou plusieurs vis pour ramener la bulle entre ses repères, on fait basculer l'instrument autour d'une ou de plusieurs des droites AB, AC, BC.

Or, ces mouvements de bascule ne sont que des rotations. Il faut donc les combiner de telle sorte qu'ils produisent le même résultat qu'une rotation unique qui amènerait AR_1 en AZ.

Si AB était perpendiculaire au plan R_1AZ, il suffirait d'agir sur la vis C pour provoquer une rotation autour de AB et amener ainsi AR_1 en AZ. Ce cas s'est présenté dans la méthode avec niveau à directrice, où AB était horizontal. Mais il se présente rarement et accidentellement dans la méthode qui nous occupe.

Dans la généralité des cas, il faudra manœuvrer une ou plusieurs vis calantes, de manière à obtenir un mouvement résultant équivalent à une rotation dont l'axe Ar ferait le même angle avec AR_1 et AZ, et se trouverait par conséquent dans le plan mené perpendiculairement au plan de symétrie ZAR_1 par la bissectrice AM de l'angle ZAR_1.

Or rien n'indique à l'opérateur que les mouvements qu'il imprime à l'instrument équivalent à une semblable rotation.

Ce n'est donc qu'accidentellement qu'il peut réussir; et la méthode doit être considérée comme défectueuse.

Avant de condamner la méthode dont nous venons de nous occuper, nous avons cherché à calculer la série des distances zénithales $i_1, i_2, i_3 \ldots i_n$ des positions successives occupées par le pivot AR, lorsqu'on recommence toujours les opérations, et à nous assurer ainsi si $\lim i_n = 0$ pour $\lim n = \infty$.

Si une réponse affirmative avait été le résultat de nos recherches, le procédé considéré aurait pu être admis comme donnant une série d'approximations successives permettant de rapprocher le pivot autant qu'on le veut de la position verticale.

Mais les calculs auxquels nous avons été conduits, ont été tellement laborieux que nous avons renoncé à les mener à bonne fin, souhaitant qu'une heureuse inspiration vienne soit à un lecteur soit à nous, et permette d'entamer la question d'une manière qui conduise simplement au résultat.

Si nous avons ainsi jeté le manche après la cognée, nous avons pour excuse d'abord des occupations que nous avons pour devoir d'assurer avant tout; en second lieu, l'intuition, basée sur les calculs déjà entrepris, que i_n ne converge pas vers zéro; et enfin l'existence d'une solution simple grâce à l'emploi de deux nouvelles perpendiculaires.

On pourrait aussi imaginer des dispositifs qui feraient rentrer la méthode critiquée dans la précédente. Mais les recherches et les essais que nous avons tentés dans ce sens, nous ont conduit à des artifices plus compliqués que celui qui consiste à employer deux niveaux.

4. *Dispositif à deux niveaux perpendiculaires.* — Le dispositif à deux niveaux perpendiculaires est réalisé dans un grand nombre

d'instruments. Seulement les constructeurs qui l'adoptent obéissent au désir d'éviter à l'observateur la peine de donner deux positions successives au niveau. Aucun auteur, à notre connaissance, ne décrit le dispositif en question comme étant la réalisation d'un principe théorique absolument rigoureux, et comme devant par conséquent être d'un usage général. C'est cependant ainsi que les choses devraient être présentées. Nous le démontrerons après avoir donné une simple indication au sujet du réglage.

a) Réglage des niveaux. — On règle chaque niveau isolément, sans s'occuper de l'autre, et de la manière que nous avons indiquée, Le réglage étant terminé, l'axe PN_1 du premier niveau fait, avec le pivot PR, un angle égal à (1 *droit* — K_1) valeur de l'angle de réglage. L'axe PN_2 du deuxième niveau fait, avec le pivot PR, un angle égal à (1 *droit* — K_2), valeur de l'angle de réglage.

Les deux valeurs K_1 et K_2 peuvent être inégales. Elles le seront généralement.

b) Manœuvre de l'instrument. — Pour rendre le pivot vertical il suffit d'agir à la fois sur deux vis calantes de manière à amener les deux bulles simultanément entre leurs repères. Il faut un peu d'apprentissage pour pouvoir atteindre rapidement ce résultat.

Nous disons que le pivot PR est vertical lorsque les deux bulles sont entre leurs repères.

En effet puisque la première bulle est entre ses repères, $n_1 = p_1$, l'inclinaison de PN_1 est égale à K_1, et sa distance zénithale à (1 *droit* — K_1). Or telle est aussi la valeur de l'angle RN_1, puisque le niveau est réglé.

Par conséquent les directions PR et PZ sont deux génératrices d'un cône droit ou de révolution autour de l'axe PN_1, dont les génératrices font un angle (1 *droit* — K_1) avec l'axe PN_1.

Les directions PR et PZ sont de même deux génératrices d'un cône droit, ou de révolution autour de l'axe PN_2, dont les génératrices font un angle (1 *droit* — K_2) avec l'axe.

Les directions PR et PZ sont donc à l'intersection des deux cônes en question.

Mais on sait que l'intersection de deux cônes de cette nature se

compose de deux génératrices symétriquement placées par rapport au plan N_1 PN_2 des axes.

Comme ce plan est presque ou tout à fait horizontal, et comme le pivot PR est presque ou tout à fait vertical, les deux génératrices communes PR et PZ ne peuvent être les deux génératrices symétriquement placées par rapport au plan N_1 PN_2 des axes. Ces deux génératrices communes se confondent donc avec la génératrice d'intersection située au-dessus du plan N_1 PN_2 et sont par conséquent en coïncidence. En d'autres termes le pivot PR est vertical.

LES PLAQUES

SENSIBLES AU CHAMP ÉLECTROSTATIQUE

PAR

V. SCHAFFERS, S. J.

J'ai rendu compte, dans le bulletin de Physique publié le 20 octobre 1899, par la Revue des Questions scientifiques, d'une intéressante expérience faite récemment par M. Stéphane Leduc et regardée par son auteur comme l'imitation la plus frappante qu'on ait pu réaliser jusqu'ici de la foudre en boule. Le phénomène était trop remarquable en lui-même et trop facile à reproduire pour ne pas m'engager à l'examiner de plus près. Avec le concours aussi infatigable qu'ingénieux du P. Jacopssen, j'ai varié les conditions de l'expérience, j'en ai cherché l'explication, et de déduction en déduction j'ai été amené à m'occuper de toute une série de modifications diverses, du moins en apparence, subies par les plaques sensibles dans un champ électrostatique. De là le titre donné à ce mémoire. Parmi ces modifications, il en est qui semblent plus intéressantes encore que celle qui nous a servi de point de départ, et qui permettent d'espérer des applications pratiques importantes dans les laboratoires. Je crois être arrivé à les rattacher toutes à une cause commune. Mais comme la plupart des faits que nous avons observés sont entièrement nouveaux, je commencerai par les exposer tels qu'ils ont été constatés, indépendamment de toute vue théorique.

I. DÉTAIL DES EXPÉRIENCES

§ 1. *Généralités*

Voici d'abord l'expérience réalisée pour la première fois par M. Stéphane Leduc. On place une plaque photographique ordinaire au gélatinobromure d'argent sur une lame métallique; puis, sur la face sensibilisée on appuie les pointes de deux fines aiguilles bien polies, disposées perpendiculairement à la plaque, et distantes de 5 à 10 centimètres. On les met en rapport avec les pôles d'une machine électrostatique. Au pôle négatif, on voit bientôt le globule lumineux terminal se détacher de la pointe, qui demeure obscure, et se mettre en marche vers le pôle positif en suivant la couche sensible. Le chemin décrit est irrégulier, sinueux, coupé par des arrêts plus ou moins prolongés. Souvent le globule se divise en plusieurs autres. Quand il atteint le pôle positif, tout phénomène lumineux cesse, et la machine se désamorce, comme si ses pôles étaient réunis par un conducteur.

Dans l'ÉCLAIRAGE ÉLECTRIQUE du 9 septembre 1899, un correspondant hollandais, M. J. M. Gritters-Doublet, propose l'explication suivante, à laquelle M. Leduc se rallie dans le numéro du 28 octobre du même journal. Le phénomène serait essentiellement une électrolyse du bromure d'argent, le métal se portant au pôle négatif, le brome au pôle positif. A mesure que le dépôt d'argent se produit, l'électrode négative se prolonge en quelque sorte au sein de la gélatine, et la pointe brillante qui en marque l'extrémité s'avance vers le pôle positif, jusqu'au moment où un pont d'argent réunit les deux pôles et complète le circuit conducteur. A ce moment tout phénomène lumineux doit évidemment cesser. Cette interprétation sera discutée dans la partie théorique de ce travail.

Voici maintenant les expériences que j'ai instituées avec le P. Jacopssen.

Une remarque préliminaire est nécessaire. C'est avec les plaques *voilées* que l'expérience du globule ambulant réussit le mieux. On peut la faire aussi avec des plaques non encore impressionnées par la lumière; mais elle ne réussit guère avec les plaques déve-

loppées. Nous avons néanmoins obtenu un ou deux succès avec des plaques de rebut, dont le développement était sans doute incomplet. Dans tout ce qui va suivre, il sera donc toujours question de préparations faites en pleine lumière, sauf mention expresse du contraire.

Notre premier soin a été d'étendre le champ des recherches. Pour cela, nous avons été obligés de faire nous-mêmes un grand nombre de plaques. Pour des raisons qui seront données plus loin, ces préparations étaient obtenues en broyant finement le sel à étudier entre deux glaces dépolies, et en y mêlant ensuite quelques gouttes du liquide destiné à servir de véhicule, de manière à produire une pâte épaisse. Cette pâte était encore triturée entre les deux glaces dépolies, puis étendue sur une plaque de verre au moyen d'un pinceau fin. On conçoit que toutes les substances essayées ne se soient pas prêtées également à ces opérations. Les véhicules dissous dans l'alcool offraient le plus de difficulté : ils n'adhéraient pas au verre, et donnaient des couches granuleuses discontinues. On remarquera dans l'énumération suivante des sels solubles dans l'eau. En général, ils ne donnaient pas de résultat, parce qu'ils cristallisaient. Quelques-uns sont déliquescents : il s'en trouvait qui se prêtaient à une dessiccation suffisante par la chaleur.

La liste suivante comprend toutes les substances soumises aux essais.

A. Les plaques photographiques du commerce, au bromure, au chlorure et au lactate d'argent dans la gélatine. Les pellicules du commerce au gélatinobromure d'argent.

B. Le bromure d'argent dans la gomme arabique, l'arabine, la gommelaque, la colophane, l'albumine, la gélatine bouillie, l'amidon, la dextrine, le lactose, le saccharose, le glucose, la mannite, le collodion, l'hydroquinone, l'iconogène ; les acides phénique, picrique, gallique, pyrogallique, citrique, tartrique, succinique, métabromobenzoïque ; la phénolphtaléine, la cire de bougie, la paraffine, la naphtaline, l'acétate de plomb, le sulfate neutre d'ammonium, le nitrate d'argent; enfin, le bromure seul broyé dans quelques gouttes d'eau. On a employé aussi divers mélanges des substances précédentes.

L'iodure d'argent dans la gomme arabique, la dextrine, l'amidon, l'albumine.

Le chlorure, le cyanure, le lactate, l'oxalate et le carbonate d'argent dans la gomme arabique.

L'iodure aureux dans la gomme arabique, le glucose, l'amidon, l'albumine, la gélatine bouillie. L'iodure aureux avec l'iodure d'argent dans l'albumine.

Le cyanure d'or dans la gomme arabique et dans l'albumine.

Le protoxyde de plomb (litharge jaune), le chlorure cuivreux, l'iodure de platine, l'iodure mercureux, dans la gomme arabique.

C. Le chlorure ferrique avec l'acide oxalique, l'oxalate ferreux, le citrate de fer ammoniacal avec le ferricyanure de potassium, dans l'amidon.

Le chlorure mercurique, l'iodure de plomb, dans la gomme arabique.

Le bromure de cadmium dans la gomme arabique.

D. Le bichromate de potassium dans l'amidon.

Le permanganate de potassium, le chlorure mercureux, l'iodure mercurique, le cyanure de mercure, les bromures de potassium et de sodium, le tétrachlorure de platine, l'oxalate de cuivre, le carbonate de cuivre ammoniacal, dans la gomme arabique.

E. Le papier photographique sensible du commerce, le papier huilé, le papier ordinaire, le bois, la gélatine, le mica, le verre.

Toutes ces substances, étendues en couche mince sur une lame de verre placée sur une plaque métallique, étaient soumises à l'action électrique suivant le manuel opératoire indiqué par M. St. Leduc, c'est-à-dire qu'elles étaient en contact avec les pointes de deux aiguilles reliées aux pôles d'une machine électrostatique. Il s'établissait donc un champ électrique intense au sein même de la couche sensible ; ce sont les effets de la tension ainsi produite que nous avons étudiés. Bien entendu, l'effluve et l'étincelle qui éclataient parfois entre les pointes laissaient également des traces : il n'en sera pas question dans tout ce travail.

La lame métallique formant condensateur avec la couche en expérience n'est nullement indispensable, mais, comme l'a remarqué M. Leduc sur les globules ambulants, elle facilite notablement la production des phénomènes. On peut employer une machine statique quelconque. Naturellement, on réussit plus vite avec une machine puissante : la plupart de nos essais ont été

faits avec une machine Wimshurst à six plateaux de 60 centimètres. Si on laisse à la machine ses bouteilles de Leyde ordinaires, l'action est en général plus concentrée et plus intense, mais aussi plus lente. Nous ne nous en sommes pas servis d'ordinaire, tandis que nous avons fait un usage régulier de la lame métallique condensatrice.

Il n'est pas nécessaire que les aiguilles soient placées verticalement sur la surface de la plaque, comme le veut M. Leduc. Au contraire, en les inclinant de manière que les pointes soient plus rapprochées que les bases, on maintient plus facilement les effluves au niveau de la couche sensible. Il faut souvent un bon contact des pointes. Pour cela, il est utile de les faire pénétrer dans la substance en les frappant de petits coups au moyen d'une baguette de verre, ou encore en tenant la main appuyée sur l'aiguille négative, du moins quand on ne fait pas usage de bouteilles de Leyde. On peut ainsi plus facilement régler la marche de l'expérience en faisant varier les contacts. Les pointes doivent être fines et propres, sinon les effluves se produisent sur des aspérités trop éloignées de la plaque.

Les modifications observées sur les plaques par l'effet de la tension électrostatique sont de deux sortes : la première consiste en un simple groupement des particules, sans altération visible ; la seconde, en une altération qui se traduit par un changement d'aspect extérieur.

La première modification peut se présenter sous deux formes : tantôt l'arrangement des particules se fait suivant les lignes de force du champ, tantôt suivant les lignes équipotentielles. La première forme a été observée, entre autres, sur le chlorure mercurique dans la gomme arabique, et sur des préparations de bromure d'argent dans la gélatine bouillie manquant de continuité; la seconde sur le chlorure d'argent dans la gomme arabique et sur l'iodure d'argent dans l'amidon.

Toutes les deux semblent n'être que la phase de début de la seconde modification, et ne s'observent que sur les plaques qui n'arrivent pas ou qui n'arrivent que difficilement à présenter cette dernière. Je pense, d'après l'observation au microscope, qu'elles sont dues à l'influence électrique subie par les fragments du sel

sensible dans le champ. Cette influence provoque des effluves et des étincelles microscopiques, d'où élévation de température, particulièrement prononcée au pôle négatif des particules (nous verrons que cette prépondérance du pôle négatif est un fait général dans tout l'ensemble des phénomènes étudiés dans ce mémoire). Le véhicule, gomme, sucre, etc., entre alors en fusion, et permet aux fragments de s'orienter et même de se réunir. Les observations sur lesquelles s'appuie cette explication sont les mêmes que celles qui seront invoquées plus loin pour rendre compte des changements plus importants et plus profonds produits dans la seconde modification. Il n'y a donc pas lieu d'insister, et nous pouvons aborder immédiatement l'étude de cette seconde modification.

Nous y constatons tout d'abord plusieurs variétés d'aspect. L'altération peut être uniforme, tout en se renfermant dans une zone délimitée par des lignes de force et surtout par des courbes de niveau; elle peut dessiner les courbes de niveau; elle peut dessiner les lignes de force. Dans ce dernier cas, elle peut les donner par des lignes continues ou par des traits interrompus, mais de manière à former une image de ces lignes dans toutes les directions et souvent même un fantôme électrostatique complet. Enfin les lignes continues peuvent ne se produire que suivant certaines directions, à l'exclusion de toutes les autres. C'est dans cette dernière classe de traits continus que rentrent les tracés des globules ambulants ; mais le phénomène lumineux n'accompagne pas nécessairement la production de ces traits.

Pour être complet, il faut signaler encore une autre altération d'intérêt secondaire subie par certaines plaques, mais qui n'affecte aucune distribution régulière. Elle se présente sous la forme de petites taches parfaitement rondes, de couleur foncée. Au microscope on y reconnaît un évidement circulaire souvent accompagné d'une espèce de monticule central, comme le cône intérieur d'un cratère de volcan, et entouré d'un anneau assez large. Nous les avons rencontrées sur l'oxalate de fer et sur certaines plaques de bromure d'argent à la gomme arabique. Sur l'iodure aureux dans le glucose, elles rappellent d'une manière vraiment étonnante les cratères lunaires, même par leurs groupements. Elles sont dues, selon toute apparence, aux bulles d'air emprisonnées dans la plaque pendant sa préparation, et que la chaleur développée fait

éclater. D'autres fois, ce sont de petites piqûres noires affectant des groupements divers. Sur les plaques photographiques au chlorure d'argent elles abondent.

L'altération uniforme s'observe d'ordinaire comme un changement de couleur qui commence par un cercle concentrique aux deux pôles, s'étend peu à peu en s'allongeant dans l'intervalle compris entre les deux aiguilles, et finit par remplir complètement cet intervalle. Avec les substances en expérience, c'est en général un noircissement des grains de la plaque : c'est ainsi que nous l'avons observé sur le cyanure d'or, le cyanure d'argent et le lactate d'argent dans l'albumine, le cyanure d'argent dans l'acide succinique. Un grand nombre d'autres plaques développent peu à peu ces taches noires, tout en donnant le fantôme ou les globules.

Sur les plaques photographiques au gélatinobromure d'argent, l'effet du champ électrique se présente, avant l'action des révélateurs, comme un noircissement à tons violets (*) ; après, la couleur est noire, si la plaque n'a pas été voilée ; si elle a vu le jour, la couleur est brun roux et l'action plus intense. Le bromure de cadmium devient d'un blanc plus opaque et plus granuleux. Après quelques jours il reprend son aspect primitif (**). Les plaques du commerce au chlorure d'argent, devenues violettes au jour, reprennent dans le champ électrique leur teinte opaline bleuâtre primitive, rousse par transparence, et ne la perdent plus par l'exposition à la lumière ou du moins ne la perdent qu'après plusieurs semaines. L'altération n'est uniforme qu'en apparence ; en réalité, elle a lieu suivant les courbes de niveau. En effet, la plaque présente autour des pôles les reflets radiés mobiles des disques métalliques polis au tour, et le microscope y montre de petites taches claires distribuees

(*) On observe aussi ce noircissement sur les plaques non voilées, particulièrement dans la concavité des traces des globules.

(**) Pour ne pas avoir à revenir dans la partie théorique sur ce cas exceptionnel, disons tout de suite que le bromure de cadmium, qui cristallise avec quatre molécules d'eau, en perd deux à 100° et les deux autres à 260°. Cette propriété, étant donné que l'établissement d'une tension électrique dans la plaque ne va pas sans un développement de chaleur, fournit une explication plausible des faits.

suivant des cercles concentriques. Les plaques au gélatino-bromure d'argent en couche très mince deviennent également transparentes, et présentent les mêmes colorations.

Le cyanure d'or dans la gomme arabique montre d'une façon très caractéristique l'altération suivant les lignes équipotentielles. L'aspect d'ensemble des taches polaires, avec leur partie centrale uniformément noircie, et leurs bords formés de couches concentriques ondulées et enchevêtrées, rappelle un nid d'oiseau. On observe aussi vers le dehors quelques traits dirigés suivant les lignes de force. L'iodure d'argent dans la gomme et dans la dextrine, qui donne d'ailleurs le spectre et les globules, présente des taches d'un rouge brique foncé autour des pôles. Au microscope, on reconnaît que le fond de ces taches est clair et transparent, mais il est parsemé de cordons granuleux ondulés, sensiblement concentriques aux pôles, et ressemblant d'une manière frappante aux dépôts des marées sur les plages basses.

Enfin, dans les plaques qui sont restées exposées au champ pendant un temps considérable, on observe sous le pôle négatif un dépôt très nettement métallique.

§ 2. *Les globules ambulants*

Nous arrivons maintenant à la forme la plus intéressante sous laquelle se présentent les actions électriques : celle qui dessine les lignes de force du champ par une altération directement visible. Nous commencerons notre description par le détail des phénomènes observés dans l'étude des globules ambulants de M. Leduc : il sera plus commode d'y rapporter l'étude du reste.

Les globules sont, de tous les phénomènes que nous avons étudiés, celui qui se produit le plus fréquemment et le plus facilement. Toutes les préparations des groupes A et B les donnent, particulièrement les sels d'argent, soit sur les plaques photographiques du commerce, soit sur les plaques préparées par nous-mêmes. Les sels d'or et les sels de cuivre viennent ensuite : mais ils présentent déjà bien moins de facilité. Ceux du gallium, du platine et du mercure en montrent moins encore.

Les globules suivent sensiblement les lignes de force du champ, en se dirigeant toujours du pôle négatif vers le pôle positif. Tou-

tefois ils font des détours pour trouver les directions de moindre résistance de la couche sensible. Il en résulte des trajectoires parfois assez sinueuses. Nous avons des plaques où elles rejoignent le pôle positif par derrière, après avoir décrit une sorte de spirale. Les traces laissées par les globules ne correspondent donc pas *exactement* aux lignes de force du champ électrostatique. Elles peuvent se former dans toutes les directions où il y a des lignes de force. Ainsi l'on voit souvent les globules diverger à partir du pôle négatif en gagnant les bords de la plaque, ou bien, inversement, naître sur les bords de la plaque et de là se rendre au pôle positif. Habituellement, au pôle négatif, le globule qui finira par aller rejoindre le pôle positif, est précédé de plusieurs autres qui partent dans des directions très différentes et s'évanouissent à quelques millimètres de leur point de départ.

Pour obtenir des globules, du moins sur les préparations qui se prêtent facilement à l'expérience, il n'est nullement nécessaire, comme le croyait M. Leduc, d'avoir des pointes très fines. Ainsi nos plaques à la gomme arabique lesdonnent avecdes pointes mousses. Nous en avons même obtenu avec des boules de 8 millimètres de diamètre. Comme on devait s'y attendre, les lames à arêtes vives valent à peu de chose près les pointes d'aiguille. Enfin, une action suffisamment prolongée peut faire naître des globules, même quand il n'y a aucun contact avec la plaque. Alors le globule est relié à la pointe négative par une aigrette. Un cas analogue se présente dans l'observation citée plus haut de globules prenant naissance sur les bords de la couche sensible. Il est clair que là ils sont séparés du pôle négatif qui les produit (la lame métallique placée sous la plaque) par toute l'épaisseur du verre.

Quand les globules tardent à se détacher du pôle négatif, on peut hâter leur départ en faisant tourner plus rapidement la machine, puis ralentissant le mouvement. Le départ a lieu quand le ralentissement se produit. Nous l'avons souvent constaté aussi immédiatement après le passage d'une étincelle ou l'établissement d'une forte aigrette entre les deux pôles.

Un moyen plus efficace encore consiste à souffler légèrement sur la pointe de l'aiguille négative. En soufflant sur le globule lui- même, on peut de la même manière accélérer, retarder ou

dévier sa marche entre les deux pôles. D'ordinaire cependant on le divise.

Nous reviendrons sur ces faits quand nous ferons la théorie des expériences.

La vitesse de déplacement des globules est très variable. Il en est qui passent comme l'éclair ; il en est qui se traînent avec une lenteur étonnante. Tous les degrés intermédiaires se rencontrent aussi. D'ordinaire les plus rapides sont aussi les plus ramifiés. On peut citer à titre d'exemple l'iodure d'argent dans la dextrine et dans l'amidon, les plaques au lactate d'argent du commerce, le bromure d'argent dans l'amidon et dans l'acide gallique. Il serait sans intérêt d'énumérer toutes les variétés qui peuvent se rencontrer : nous nous contenterons d'indiquer les préparations qui, tout en les donnant avec facilité, les font mouvoir assez lentement pour qu'on puisse les étudier à loisir. Ce sont les plaques du commerce au gélatinobromure, le bromure d'argent dans la gomme arabique, dans la cire de bougie, dans la paraffine et dans la gomme laque.

A mesure que le globule s'éloigne du pôle négatif, tout l'espace qu'il laisse derrière lui demeure obscur, y compris ce pôle lui-même. Quand il arrive près du pôle positif, il se met d'ordinaire en relation avec lui au moyen d'une aigrette, et au moment où il l'atteint, tout phénomène lumineux cesse, comme si les deux pôles étaient réunis par un conducteur continu. Souvent les globules se fractionnent en cours de route, particulièrement au moment où ils sont reliés au pôle positif par l'aigrette. Mais bien plus souvent encore, ce sont de nouveaux globules qui apparaissent spontanément et tracent leurs trajectoires propres pour aller finalement rejoindre au pied de l'aiguille positive le globule principal. Il n'est pas rare de voir l'aigrette *souffler* en quelque sorte le globule, de manière à ne pas lui permettre de tracer sa route jusqu'à la pointe même. C'est le cas ordinaire sur nos plaques au bromure à la cire, où toutes les trajectoires sont arrêtées à 4 ou 5 millimètres du pôle.

Pendant la marche du globule, si le sillon est bien marqué, on perçoit une forte odeur de brûlé. Ainsi, on reconnaît très nettement les odeurs de la gélatine, de la cire, de la paraffine.

Une fois la trajectoire complète tracée, tout phénomène lumi-

neux disparaît, comme il a été dit plus haut, sauf quelques lueurs ou étincelles microscopiques, qui témoignent par endroits du passage d'un courant dans la trace du globule. Le trajet demeure donc conducteur. Cependant cette loi n'est pas sans exceptions. Parfois de nouveaux globules parcourent le sillon déjà creusé. Sur certaines plaques, particulièrement sur celles qui se distinguent par la rapidité de leurs trajectoires, on voit aussi de nombreux globules dessiner des routes indépendantes qui souvent vont couper la route principale ou la suivre sur une certaine longueur. Si l'on déplace un des pôles, il se met d'ordinaire en relation avec l'ancien trajet, par un ou plusieurs nouveaux globules.

Déplaçons maintenant les deux pôles, ou bien disposons les pointes de manière que les globules doivent nécessairement traverser les anciens tracés, sous un angle quelconque, ou encore arrêtons la machine pendant deux ou trois minutes, sans relever les aiguilles. En général, et ce point est remarquable, les globules se comportent comme si les traces des trajectoires antérieures avaient perdu toute conductibilité, et ne différaient pas du reste de la plaque. Les sillons seront, par exemple, longtemps côtoyés par le nouveau globule, sans qu'il s'y engage, ou bien traversés sous des angles même très aigus sans déviation apparente. Il arrive néanmoins que deux trajets, un ancien et un nouveau, aient des parties communes. Nous en avons eu un exemple très net, sur une plaque au gélatinobromure du commerce, où le globule, arrivé près d'un ancien tracé, s'est éteint pour reparaître brusquement à 3 centimètres de là, comme si ce tracé avait gardé toute sa conductibilité. Mais, je le répète, ce n'a été pour nous qu'un cas exceptionnel, bien que M. Gritters-Doublet, dans la note citée, le donne comme la règle générale, sans doute d'après un trop petit nombre d'observations.

L'étude microscopique de la plaque est très intéressante. Tout d'abord, on remarque que les traces de globules portent des marques évidentes de brûlure et de fusion. En y regardant de plus près, on constate que dans le gélatinobromure, par exemple, les sillons sont fréquemment interrompus par des crevasses qui mettent le verre à nu, et se montrent tapissés d'une substance polie brune ou gris foncé possédant un éclat presque métallique. L'altération a évidemment commencé dans l'épaisseur de la

couche sensible. En effet, la gélatine est boursouflée et soulevée comme les galeries de taupe à fleur de sol. Souvent la brûlure n'est qu'intérieure et la voûte est intacte. Dans d'autres cas la voûte a été brûlée, et les deux bords sont dessinés par des bavures ou plus souvent peut-être des bourrelets de gélatine gonflée. On reconnaît que les petites ramifications, elles aussi, naissent dans les profondeurs de la couche. Même à l'œil nu, d'ailleurs, il est facile de s'assurer qu'on en peut voir un plus grand nombre sur le dos de la plaque, contre le verre, qu'à la surface extérieure. On pouvait s'y attendre, étant donnée la présence d'une plaque faisant office de condensateur.

Dans la gomme arabique, la trace du globule, ou plutôt la matière qui borde la trace est bleue quand la plaque est un peu vieille, et ces taches bleues peuvent prendre une assez grande étendue. Elles ont une apparence de flou. Après quelques semaines les lèvres des sillons se couvrent de champignons blancs. Les taches bleues sont sans doute elles-mêmes des organismes qui décomposent la gomme.

Avec l'iodure mercureux dans la gomme arabique, les traces sont d'un brun très foncé, bordées d'un liséré brun plus clair. Elles viennent très difficilement. Avec l'iodure d'argent dans l'amidon, elles sont violettes. Très souvent, le fond du sillon est transparent et dégagé de toute matière solide : c'est le cas pour le bromure d'argent dans la cire de bougie, pour le chlorure cuivreux, le carbonate d'argent avec le carbonate de cuivre dans la gomme arabique. Dans ce dernier cas on observe une poudre noire ou plutôt gris foncé dans le voisinage immédiat du pôle seulement, et encore en petite quantité. Le bromure d'argent dans la paraffine donne un globule qui est une véritable flamme laissant des traces très larges, d'un brun roux à l'œil nu, transparentes au microscope, et parsemées de traînées de granulations noirâtres, comme des moraines de glacier ou des dépôts de sable dans un estuaire marin. La plupart des plaques essayées présentent d'ailleurs des aspects semblables quand le sillon a été parcouru par un grand nombre de globules, et on constate alors dans ce fond transparent des stries et des coulées qui témoignent à l'évidence d'une fusion. L'iodure d'argent dans la dextrine présente dans ce cas un fond orangé.

Un certain nombre de nos plaques sont sillonnées de traits laissés par les poils du pinceau et où le verre est à nu. Ces espèces de fossés qui coupent la couche sensible arrêtent les globules quand ils sont assez larges. S'ils sont étroits, ils se laissent traverser, non sans quelque difficulté, et l'on reconnaît alors que la matière noirâtre qui s'est figée dans les sillons doit avoir coulé sur ces espaces dénudés.

Certaines substances, particulièrement l'iodure d'argent dans l'amidon ou la dextrine, fournissent des traces extraordinairement fines et ramifiées : c'est un enchevêtrement inextricable de petits traits noirs.

Il y aurait bien d'autres détails à signaler pour les substances si diverses soumises à nos essais; ce qui est essentiel, c'est que toujours, dans toutes les variétés d'aspect que présente le phénomène, on a l'impression très nette d'une fusion de la matière.

§ 3. *Les fantômes électrostatiques*

Nous avons dit que les lignes de force se dessinent parfois en traits continus sans que l'on aperçoive aucun globule. Dans ce cas, les traces suivent beaucoup plus exactement les directions des lignes de force, et d'ordinaire elles les suivent dans toutes les orientations. C'est une première forme sous laquelle se présentent les fantômes électrostatiques. L'exemple le plus typique est celui de l'iodure aureux. C'est la substance la plus sensible à l'action du champ électrostatique que nous ayons rencontrée jusqu'à présent. Les traits se présentent sous la forme de lignes plus ou moins ondulées, qui se rejoignent par de nombreuses ramifications, mais dont l'ensemble forme un fantôme très complet. Dans l'amidon, quand il est frais, nous obtenons quelquefois ce fantôme par un seul tour de manivelle de la machine et sa couleur est alors nettement violette. La rapidité peut être au moins égale dans le glucose, mais le spectre est formé alors d'or métallique. On obtient en outre facilement les taches rondes qui ont été décrites plus haut. D'ordinaire la couleur est brune et la transformation plus lente. L'iodure aureux est très altérable et, comme on le sait, la plupart des corps organiques le réduisent. Cette réduction spontanée semble particulièrement rapide dans l'albumine et le glucose.

Trois heures après sa préparation, la plaque tout entière présentait à l'évidence les caractères de l'or métallique. Les traits néanmoins persistent quelque temps avec leur coloration primitive. Nous avons essayé, mais sans succès, de réduire complètement l'or dans les images de lignes de force et de dissoudre l'iodure non impressionné, par des procédés analogues à ceux qui sont usités en photographie.

Chose très curieuse, les traits, qui se produisent facilement quand la machine tourne lentement, s'effacent et pâlissent quand le mouvement s'accélère. Il se forme alors une sorte de voile ou de buée blanche sur la plaque. Quelques minutes après l'arrêt de la machine, ce voile disparaît complètement.

Mélangé avec l'iodure d'argent dans l'albumine, l'iodure aureux est impressionné plus lentement, mais ses lignes sont encore plus fines et plus ramifiées. Elles s'infléchissent moins aussi pour suivre les lignes de force dues à l'action combinée des deux pôles et par conséquent ressemblent davantage aux rayons rectilignes obtenus avec un pôle unique.

L'iodure de platine dans la gomme arabique donne des résultats analogues, mais moins rapides et moins apparents, ce corps étant noir.

Le bromure d'argent dans l'acide gallique et l'acide tartrique, l'iodure d'argent dans l'albumine sont à peu près dans le même cas, sauf la couleur. Les lignes sont peu ramifiées.

Toutes ces substances peuvent aussi donner des globules visibles, mais difficilement. Les sillons des globules sont transparents et parsemés de traînées pulvérulentes comme dans le cas général, tandis que les traits sans globules ne présentent qu'un changement de coloration sans aucune discontinuité. Ils gardent leur conductibilité après suppression du champ.

Le bromure d'argent dans le nitrate d'argent offre moins de résistance à fournir les globules. Cependant la forme la plus ordinaire de l'impression est celle d'une trace continue qui se propage sans lueur. Elle est pourpre foncé, extraordinairement large et incapable de s'étendre jusqu'au pôle positif. Le globule va moins loin encore. Au microscope, cette trace est assez remarquable quand on l'éclaire par réflexion : elle ne présente pas de ramifications fines, mais beaucoup de branches latérales qui s'étalent en

renflements à bords découpés. L'ensemble rappelle les bouquets de fleurs et les feuillages des tapisseries.

Dans la gomme arabique, dans les sucres et dans la dextrine, le bromure d'argent donne parfois naissance à des lignes continues sur une grande longueur, mais alors ce sont tout simplement les petits traits épars, décrits plus loin, qui s'allongent jusqu'à se rejoindre. Le vrai fantôme continu n'a jamais été rencontré sur ces plaques.

Le chlorure ferrique ne donne pas de globules, du moins avec certitude. Mais il présente les traces noires ramifiées aux environs immédiats des pôles. Ces traces demeurent même quand toute la plaque s'est liquéfiée en fixant l'humidité de l'air. On sait que le chlorure ferrique est très déliquescent. Il faut d'ailleurs le chauffer avant de le porter sous la machine.

Sur le bromure il n'est pas rare de rencontrer également, surtout autour du pôle négatif, des traces continues extrêmement ramifiées, dont certaines parties ressemblent à des feuilles de fougères ou de palmiers. Elles se produisent sans lueur sur les plaques qui présentent une grande résistance à la formation des globules et ne vont jamais bien loin. Souvent les globules finissent par se former en partant de leurs extrémités.

Nous arrivons à la dernière forme sous laquelle se manifestent les actions électrostatiques sur une plaque sensible. C'est celle qui donne une image complète du système des lignes de force en traits interrompus. Cette forme ne s'observe pas, en général, quand il y a production de globules. La raison en est que les globules rendant leur trajet conducteur, presque toute l'action du champ s'y trouve concentrée. D'autre part, toutes les plaques qui développent le fantôme donnent facilement les globules. Il importe donc d'adopter un dispositif spécial pour s'en débarrasser. Heureusement, on y réussit facilement en se rappelant que les globules partent toujours du pôle négatif et presque uniquement quand ce pôle est en bon contact avec la couche sensible.

On disposera donc la plaque exactement comme pour obtenir des globules, mais en soulevant d'un demi millimètre environ l'aiguille négative. Cela suffit pour empêcher la production des globules. Si on l'éloigne davantage, on s'expose à voir apparaître des

effluves intenses qui décolorent ou noircissent la plaque. De plus, l'action serait affaiblie du côté du négatif, et le fantôme dissymétrique. Avec des pointes mousses ou des boules, les pôles sont moins nettement marqués, on n'échappe pas aux globules et enfin on a presque inévitablement des effluves, même quand le contact est établi aux deux pôles.

Les choses étant ainsi réglées, on voit bientôt naître autour du pôle positif, puis du pôle négatif, de petits traits rayonnant dans toutes les directions. Ces traits sont gris très foncé, presque noirs, pour le bromure et le nitrate d'argent, violet pâle pour le chlorure, rouge sombre pâlissant après quelques jours pour l'iodure. On n'observe aucun phénomène lumineux pendant leur développement. La région où ils se produisent s'étend progressivement tandis qu'eux-mêmes s'allongent et s'élargissent. Après quelque temps l'extrémité négative de ces traits (celle qui regarde l'aiguille positive) se couronne d'une chevelure de très fines arborescences formant panache, tandis qu'à l'extrémité positive se dessine une espèce d'éventail transparent. Si l'on veut obtenir un beau spectre, il est bon d'arrêter la machine peu après l'apparition des premiers panaches; sinon il se forme des empâtements d'un effet assez désagréable. L'ensemble de tous ces traits dessine très nettement et très complètement le système des lignes de force du champ, et chacun d'eux ressemble à une flèche parcourant ces lignes de force en allant du positif vers le négatif. Le spectre est toujours plus complet et plus beau sur le dos de la plaque. En effet, à cause de la lame métallique formant condensateur, tous les traits prennent naissance contre le verre, et les plus faibles n'arrivent pas à émerger à la surface de la couche. En outre, avec les expositions assez prolongées que nécessite l'obtention d'un spectre un peu complet, on n'échappe pas à la formation des taches noires uniformes autour des pôles, et même, à la longue, à celle des traces d'aigrettes. Toutes ces taches sont bien moins étendues sur le dos de la plaque.

Au moment où l'on arrête la machine, les éventails positifs sont noirs vus par réflexion, et incolores vus par transparence. Quelques minutes après, ils restent incolores, même vus par réflexion. La longueur apparente des traits diminue donc après qu'on a retiré la plaque de la machine. Avec l'iodure d'argent les éventails restent

colorés, bien que transparents : ils sont rouge-brique. Dans l'amidon ils prennent un développement exagéré et ressemblent à des houppes de poils fins. Ils ne sont pas transparents.

Il est facile de suivre au microscope le développement de tous ces phénomènes. Le noircissement commence en un point qui restera l'extrémité positive du trait, quel que soit son développement ultérieur. On le voit donc s'allonger par son extrémité négative (vers la partie positive des lignes de force du champ), grossir, puis se résoudre en fines ramifications qui constituent les panaches. A peu près au moment où le panache commence à se former, une tache claire apparaît au point d'origine; elle s'allonge en sens opposé et s'étale en un éventail où l'on peut reconnaître des stries convergentes presque rectilignes indiquant comme un drainage des parties opaques vers le trait noir. Peu à peu celui-ci se borde aussi par endroits d'un liséré transparent, de sorte que quand l'action se prolonge il reste un filet noir dans l'axe d'une espèce de gouttière claire. C'est l'aspect le plus communément observé. Sur les plaques du commerce au lactate d'argent, les traits se hérissent sur les côtés de fines ramifications et toute leur structure est beaucoup plus déliée, de sorte qu'ils ressemblent vaguement à une flèche barbelée sur presque toute sa longueur, et terminée par une houppe de poils souples.

La présence d'un fantôme complet sur une plaque n'empêche nullement la formation d'un second, et les traits de celui-ci ne sont pas influencés par ceux du premier. Si les directions des lignes de force sont différentes, les traits se croisent sans modification. Souvent ceux du second partent des mêmes points que ceux du premier; on peut ainsi couvrir la plaque d'autant de traits que l'on veut, sans que son aptitude à en donner de nouveaux semble modifiée.

C'est surtout pour l'obtention des spectres que nous avons dû recourir au mode de préparation des plaques indiqué au commencement de ce travail. Les plaques du commerce ne les donnent que très lentement (*), parce qu'elles contiennent une trop forte proportion de gélatine. Encore les images sont-elles toujours enveloppées

(*) Les plaques au chlorure se sont même montrées entièrement rebelles.

de l'espèce de voile ou d'auréole noire uniforme que nous avons signalée comme la première forme de la modification subie par les plaques dans le champ électrostatique. Il est vrai que ce voile est presque complètement emporté quand on plonge la plaque dans l'hyposulfite de soude. Les traits du spectre restent à peu près aussi noirs qu'ils étaient venus d'abord, de sorte qu'après ce lavage la plaque peut servir à la projection ou à la reproduction par copie directe.

Mais un grand nombre de nos préparations les développent avec une extrême facilité, et le voile noir n'est pas sensible après l'action de l'hyposulfite, si ce n'est dans le voisinage immédiat des pôles. Chose curieuse, ce voile est très intense avant le bain d'hyposulfite, et il se développe surtout après qu'on a retiré la plaque de la machine. Pour la rapidité, le bromure d'argent vient en tête ; il réussit surtout dans les sucres et les matières colloïdes : glucose, saccharose, lactose, gomme arabique, dextrine, amidon; dans l'albumine également (*). Malheureusement les sucres se décomposent très rapidement. Ils jouissent aussi de la propriété de réduire les sels d'argent. Peut-être cette propriété manifeste-t-elle ses effets à la longue sur nos préparations. Dans l'espoir d'enrayer cette décomposition, nous avons essayé une plaque où un peu de sublimé corrosif était mélangé au glucose, le plus rapide de nos véhicules : le spectre est venu avec une lenteur extrême et le peu qui s'était formé a disparu après deux jours. Le phénol, qui peut d'ailleurs donner le spectre à lui seul avec le bromure d'argent, a l'inconvénient de cristalliser séparément dans le mélange en marbrant la plaque d'une foule de petits cercles jaune clair. Il ralentit un peu l'action.

La gomme arabique se conserve le mieux. Néanmoins elle a, comme tous les véhicules précédents, le grave défaut d'être très soluble, ce qui ne permet pas de débarrasser la plaque du sel non modifié, et de reproduire par copie directe des exemplaires de l'image.

Au point de vue purement artistique, le plus beau spectre

(*) Avec le glucose, il est facile de couvrir complètement de lignes de force une plaque de format 13 × 18 en moins de cinq minutes.

est celui de l'iodure d'argent dans l'amidon : mais il est lent à venir.

Mais si les fantômes les plus rapides et les plus beaux ne peuvent servir qu'à des expériences de cours, et ne se prêtent pas à la reproduction directe, on peut cependant en obtenir, de qualité un peu inférieure, il est vrai, qui sont susceptibles d'être fixés et reportés par contact sur papier sensibilisé. C'est la gélatine qui les fournit. Coulé avec le bromure suivant le mode de fabrication des plaques du commerce, ce véhicule s'y trouve en trop forte proportion pour donner des résultats pratiques. Mais on peut le préparer par trituration entre deux glaces dépolies, à condition de le faire bouillir, au préalable, pendant quelques minutes. On sait, en effet, que la gélatine perd, par l'ébullition, la propriété de se prendre en gelée dans le refroidissement. Si l'ébullition n'est pas trop prolongée, la solidification n'est que retardée, de sorte qu'en opérant assez rapidement, on peut travailler convenablement la plaque. Il suffit alors de la plonger dans un bain d'hyposulfite de sodium pour la rendre transparente. Les images auxquelles on arrive par ce procédé sont très vigoureuses, mais lentes à venir : d'autre part, les traits ne sont pas très allongés, de sorte que l'ensemble ne donne pas d'une manière assez frappante l'impression des alignements suivant la force électrique du champ. L'addition d'un peu de glucose à la solution corrige à la fois ces deux défauts. En revanche, l'image résultante est plus faible, le glucose étant entraîné par le bain et les lavages. Néanmoins elle est très suffisante, et on la renforce aisément comme un cliché photographique ordinaire.

La nécessité d'éviter les aigrettes dans ces expériences ne permet pas d'employer de grandes vitesses de la machine. Une petite machine convient donc aussi bien, en définitive, qu'une grande, pour faire des fantômes. Ou plutôt, puisque l'apparition des aigrettes dépend moins de la différence de potentiel que de la quantité, on doit travailler de préférence avec une machine à plateaux *multiples,* quelles que soient ses dimensions.

La lame condensatrice n'est d'aucune utilité quand on a deux pôles de noms contraires sur la plaque. Au contraire, elle déforme alors les lignes de force. Mais elle est nécessaire quand on n'a qu'un pôle, parce que, sans elle, l'action serait très lente.

L'expérience de la fixation d'une image des lignes de force sur

ces préparations emprunte un intérêt spécial aux recherches récentes sur la production des fantômes électriques. Nous avons signalé dans le Bulletin de Physique de la Revue des Questions scientifiques, en octobre 1899, les procédés récemment publiés. Celui que nous avons rencontré ici semble mériter une attention particulière, pour la grande commodité de son emploi et pour l'avantage très précieux qu'il présente de fixer immédiatement l'image obtenue, sans qu'on doive recourir à une opération ultérieure capable de déranger ou d'atténuer les traits (*).

Ces propriétés lui donnent une souplesse qui permet de l'appliquer à des expériences auxquelles les autres procédés ne se prêteraient guère. Ainsi on peut y recourir pour illustrer expérimentalement les lois fondamentales de l'électrostatique. Champ uniforme (à lignes de force parallèles) entre les tranches de deux plaques métalliques, champ à un seul pôle, champ à deux ou trois pôles, champ modifié par la présence d'un conducteur isolé qui subit l'influence, etc., tout cela est matérialisé d'une manière frappante sur nos plaques. De plus, en posant des conducteurs non chargés à l'intérieur d'un anneau métallique électrisé, on montre très bien le principe de la cage de Faraday, aucune ligne de force ne se dirigeant vers l'intérieur de l'anneau. On peut encore placer l'anneau dans le champ de deux pôles ordinaires. D'autre part, si l'on électrise un conducteur intérieur à un anneau, on obtient une démonstration parlante des lois de l'influence, l'anneau envoyant des lignes de force à la fois vers l'intérieur et vers l'extérieur, s'il est isolé, vers l'intérieur seulement, s'il est au sol. Une lame métallique présentant des contours de courbures diverses et reliée à un pôle positif donne des lignes de force qui montrent la répartition des charges suivant la forme des conducteurs, et le pouvoir des pointes (**), etc.

(*) Voir, pour plus de détails, la Revue des Questions scientifiques 20 juillet 1900, pp. 125-143

(**) Pour éviter les globules, on doit autant que possible charger *positivement* les conducteurs qui sont en contact avec la plaque. Si l'on doit avoir à la fois des pôles positifs et des pôles négatifs sur la couche sensible, il est nécessaire de leur donner des formes arrondies. Les arêtes vives produiraient infailliblement des globules. On ne les évite même pas toujours avec des contours adoucis.

Enfin le procédé peut être employé pour explorer des champs qui ne sont pas directement abordables par les méthodes ordinaires, par exemple dans un tube fermé. Pour le moment la sensibilité n'est pas encore suffisante pour permettre son emploi dans les tubes à vide ; car l'air raréfié étant meilleur conducteur que la plaque, la partie de la décharge qui passe par la couche sensible est insuffisante pour laisser une trace. Si l'on arrivait à exalter suffisamment la sensibilité des préparations, la méthode pourrait rendre de précieux services dans les cas de ce genre.

Après avoir obtenu ces résultats au moyen de la machine statique, il était tout naturel de nous demander ce que donnerait la bobine Ruhmkorff. Les inversions fréquentes de polarité qui se produisent dans le circuit secondaire de cet appareil faisaient prévoir que les effets obtenus seraient moins réguliers et moins nets. En effet, en faisant l'expérience sur une très bonne plaque au bromure d'argent dans la gomme arabique, nous avons trouvé au pôle positif un commencement de fantôme présentant les caractères ordinaires, mais venant très lentement ; au pôle négatif, des traces vigoureuses absolument semblables à celles des globules, rayonnant dans tous les sens, changeant de direction par des coudes brusques et ne s'étendant pas à plus de deux ou trois centimètres. Une seule fois, nous avons relevé une trace continue d'un pôle à l'autre. Les globules lumineux eux-mêmes ont fait leur apparition assez rarement.

Un autre essai, bien plus intéressant, a complètement échoué. Il s'agissait de vérifier si les *radiations* électriques ne laissaient aucune trace sur nos plaques. Évidemment, le phénomène, s'il se produisait, serait ici d'une tout autre nature ; mais certaines raisons d'analogie nous faisaient pencher à admettre la possibilité d'une action sensible. On peut dire d'ailleurs que la télégraphie sans fil démontre d'une manière péremptoire que les ondes électriques transportent une énergie plus que suffisante pour impressionner une plaque qui serait apte à répondre à leur mode d'excitation particulier. La seule difficulté, mais elle est considérable, semble être de trouver quelle doit être la composition de cette plaque. Quoi qu'il en soit, comme nous disposions d'un grand nombre de préparations sensibles à la fois à la lumière et au champ électrostatique, nous les avons soumises au rayonnement d'un

radiateur Righi, en les préservant de la lumière au moyen de lames d'ébonite. Les ondes, après leur passage à travers la plaque, étaient absorbées par un écran recouvert de graphite en poudre. Le résultat a toujours été négatif.

Nous reprendrons ces recherches dès que nous en aurons le loisir. On peut espérer que si elles aboutissent, l'étude des radiations électriques en retirera les avantages que l'étude des radiations lumineuses doit à l'emploi des méthodes photographiques. Ainsi, par exemple, la mesure des longueurs d'onde s'en trouverait considérablement simplifiée et atteindrait une précision bien plus grande. Et puisque les rayons électriques se réfractent et se réfléchissent comme les rayons lumineux, pourquoi n'arriverait-on même pas à réaliser pour eux un appareil qui serait l'analogue de la chambre noire photographique dans les gammes inférieures des radiations de l'éther ?

II. INTERPRÉTATION DES EXPÉRIENCES

§ 1. *Modifications subies par les sels sensibles*

Il nous faut maintenant essayer d'expliquer les phénomènes décrits dans les pages qui précèdent.

Tout d'abord il se dégage de l'ensemble des faits observés une forte probabilité que l'on a affaire à une seule et même action se manifestant à des degrés divers. Dans la première phase il ne se produit qu'une altération générale de la couche sensible, se traduisant ordinairement à l'œil par un noircissement uniforme. C'est encore dans cette phase que dans certains cas, et notamment lorsque le sel sensible n'est pas en poudre assez fine et assez uniformément distribué sur la plaque, on voit se dessiner les courbes de niveau ou les lignes de force. La seconde phase donne les globules. La troisième les lignes de force continues ou interrompues, avec changement de couleur.

Voici quelques raisons qui légitiment cette identification.

Toutes les plaques qui présentent la troisième phase peuvent aussi, et bien plus facilement, donner les précédentes ; celles où se rencontre la seconde, offrent aussi la première; enfin la pre-

mière peut seule se rencontrer à l'exclusion des autres. D'ailleurs, il est en général possible de modifier les conditions physiques des plaques qui présentent les trois, de manière qu'elles ne donnent plus que la première seule, ou bien la première et la seconde réunies. Prenons encore pour exemple le bromure d'argent. Finement pulvérisé dans la gomme arabique ou la gélatine, il fournit les trois apparences. S'il est trop fin, et trop peu abondant par rapport au véhicule inerte, il ne donne plus que les deux premières, ou du moins il ne donne que très difficilement la troisième : c'est le cas des plaques photographiques du commerce. C'est la constatation répétée de ce fait qui nous a fait adopter le mode de préparation des plaques décrit au commencement de ce travail. Si la couche est irrégulière et manque de continuité, la troisième phase fait entièrement défaut. Cela se présente dans des essais que nous avons faits pour introduire plus de bromure dans la gélatine. Enfin, si la poudre est trop grossière, on n'obtient que la première ; exemples : le bromure d'argent en gros grains dans la gomme arabique, qui ne donne que les lignes équipotentielles marquées par un brunissement de la gomme du côté positif des lignes de force ; le lactate d'argent et le cyanure d'or dans la gomme arabique. Le degré de finesse convenable pour la production des phénomènes complets n'est pas le même pour toutes les substances. Le lactate d'argent, préparé par notre méthode, au même état de division que le bromure, ne parvient pas à développer le fantôme. D'autre part, sur les plaques du commerce, où il est bien plus divisé, il le donne mieux que le bromure.

Nous avons eu déjà l'occasion de faire remarquer que les diverses formes de l'action électrique se rencontrent successivement sur un très grand nombre de plaques, la modification évoluant régulièrement en passant par les trois phases.

Tout nous porte donc à croire que dans l'ensemble des phénomènes qui font l'objet de ces pages, nous sommes en présence d'un même effet, se manifestant à des degrés divers suivant l'état physique de la plaque.

Quelle est la nature de cet effet? Nous pensons être en mesure d'établir tout d'abord que c'est un échauffement dû aux aigrettes et aux étincelles microscopiques qui éclatent entre les particules du sel sensible sous l'influence de la tension du champ, échauffement

pouvant aller jusqu'à la fusion et par suite à l'électrolyse dans les formes les plus complètes, mais ne donnant ces formes que quand le sel fondu est tout au moins conducteur de l'électricité, ou bien quand il se décompose à basse température.

Que le rôle principal doive être attribué au sel métallique, et non à ce que nous avons considéré dès le début comme le véhicule, le support inerte, cela ne peut faire l'objet d'un doute. En effet, les substances du groupe E ne nous ont jamais rien donné ; et on aurait pu, sans s'aventurer beaucoup, l'affirmer hardiment *à priori*. D'autre part, le bromure d'argent, sans aucun véhicule, présente tous les phénomènes étudiés. Le support étant donc mis hors de cause, du moins comme agent principal, démontrons notre proposition.

Choisissons encore comme exemple le bromure d'argent. Chauffé dans une éprouvette, ce corps fond entre 300 et 400 degrés. Vers 290° sa couleur commence déjà à se foncer. Le bromure fondu prend une teinte brun rouge, qui vire au gris foncé ou à l'orangé par le refroidissement. La surface reste polie, et garde un éclat corné, presque métallique. Il n'y a pas de décomposition chimique; car il est facile de s'assurer qu'il ne se produit aucun dégagement de brome. On reconnaîtra aisément dans ces caractères les apparences observées sur le bromure d'argent modifié par le champ électrique. Pour que la simple fusion puisse rendre compte des faits observés, il faut encore que le bromure d'argent liquide soit conducteur.

Or, on sait que les électrolytes se comportent exactement de la même manière, qu'ils soient fondus ou dissous, et que dans l'un et l'autre cas, leur conductivité augmente avec la température. Pour nous en assurer, dans le cas présent, nous avons essayé de faire passer le courant de dix-huit accumulateurs à travers un fragment massif de 4 à 5 millimètres d'épaisseur de bromure granuleux coagulé obtenu par précipitation, en ayant soin de bien appuyer les électrodes. Le résultat a été nul. Sans toucher à l'appareil, nous avons chauffé le bromure, et dès que la fusion a commencé à se produire, un courant de 3 1/4 ampères s'est établi dans le circuit, tandis que l'un des fils qui faisait ressort pour assurer un bon contact, pénétrait bientôt dans la masse. Après refroidissement, ce fil restant soudé, le courant passait avec la même intensité.

Retirant alors le fil et l'appliquant sur le bloc à la distance première, on n'obtint pas de courant. Mais on observa la même intensité de 3 1/4 ampères, en chauffant de nouveau le bromure.

L'étude de la résistance du bromure, au moyen du pont de Wheatstone, a conduit au même résultat. Dans l'état granuleux où on l'obtient par précipitation, cette résistance est pratiquement infinie: c'est un isolant (deux à trois millions d'ohms avec notre dispositif, qui n'était nullement prévu pour la *mesure* de résistances aussi énormes). A la fusion, cette résistance se réduisait à quatre ohms pour une distance de 4 à 5 millimètres entre les fils qui amenaient le courant. En laissant refroidir le bromure, les fils restant soudés dans la masse, on retrouvait la résistance primitive. L'opération, plusieurs fois renouvelée, donna constamment le même résultat, sauf après la troisième fusion, à partir de laquelle la résistance demeura très petite, même après refroidissement complet. Seulement, le bromure se montra percé de petits canaux aux parois noircies. Le passage prolongé du courant avait produit, très probablement, un dépôt électrolytique d'argent métallique.

L'application de ces faits à l'interprétation de l'expérience de M. Leduc semble s'imposer. La tension électrique qui s'établit dans la plaque suivant les lignes de force produit nécessairement de petites aigrettes et des étincelles microscopiques entre les particules du sel métallique noyées dans le véhicule inerte, comme les paillettes des carreaux magiques ou des bouteilles étincelantes. Mais ces aigrettes et ces étincelles entraînent un dégagement de chaleur. Le bromure, par conséquent, s'échauffe. Qu'une forte étincelle vienne alors à éclater près de la surface, elle déterminera par contre-coup une foule de petites décharges plus intenses que les premières dans la couche sensible; la température s'élève encore et bientôt atteint le point de fusion. L'intensité des petites décharges augmente de même quand on accélère l'allure de la machine, bien qu'on ne s'explique pas suffisamment dans ce cas pourquoi les globules ne se mettent en marche qu'*après* que la vitesse s'est ralentie. Enfin le souffle a une influence analogue. Par la vapeur d'eau qu'il condense sur la plaque, il prolonge en quelque sorte le pôle négatif, et l'établit au contact direct du bromure, tandis qu'auparavant les aspérités de la pointe ou les matières grasses et autres impuretés isolantes qui la recouvraient peut-être

empêchaient ce contact intime. Mais ces actions secondaires ne sont pas indispensables. D'ordinaire, le simple échauffement dû aux décharges qui traversent constamment la plaque suffit pour provoquer la fusion.

D'autre part, au contact du sel chauffé et des petites étincelles, le support, gélatine, cire, gomme, sucre, etc., dont le point de fusion et même de décomposition est toujours plus bas que le point de fusion du bromure d'argent, se liquéfie, puis se détruit en se charbonnant. La décomposition du véhicule hâte l'évolution finale du phénomène par la mise en liberté du carbone, élément conducteur. Sa liquéfaction la favorise en permettant au bromure fondu de s'étendre et de se rejoindre de manière à former un pont conducteur continu. Ces mouvements sont déterminés par l'attraction que les diverses sections du sel fondu exercent les unes sur les autres, en leur qualité de conducteurs répandus dans un champ, et chargés par influence. Le fait matériel de cette coulée, nous l'avons déjà fait observer plus haut, est indubitable. Sur des plaques où la couche sensible était interrompue par des solutions de continuité d'étendue médiocre, on voit très nettement les coulées de bromure, celles des traits de fantômes comme celles des traits de globules, se prolonger d'une lèvre à l'autre à travers les plages dénudées. Souvent la chaleur développée est suffisante pour porter le verre de la plaque tout au moins à l'état pâteux, et peut-être à la fusion parfaite. Les sillons parcourus par plusieurs globules successifs s'y incrustent parfois si profondément qu'on ne les fait pas disparaître par les lavages à l'eau bouillante et les frottements les plus énergiques.

Le refroidissement survenant, après suppression du champ, la conductibilité diminue. De plus, le bromure, en se solidifiant, se contracte sensiblement, comme nous l'avons vérifié maintes fois, et par suite, se sépare en plusieurs tronçons. Enfin, le support lui-même se fendille et se crevasse (l'examen microscopique ne laisse aucun doute à cet égard), de sorte qu'il n'y a pas lieu de s'étonner que la plaque reprenne à peu près sa résistance primitive, sans qu'il devienne pourtant impossible que, pour une raison ou pour une autre, qui s'oppose accidentellement à la rupture complète de la continuité, certains tronçons gardent une partie de leur conductibilité.

Nous avons cherché à étudier la formation des globules sous le microscope. Une fois en marche, il est extrêmement difficile de les suivre, la vitesse de leur déplacement étant multipliée par le grossissement. L'observation de leur point de départ, c'est-à-dire de l'aiguille négative, est plus instructive, bien qu'encore assez laborieuse. Une fois, du moins, sur une plaque à la paraffine, nous avons réussi à voir les fragments de bromure changer de forme, s'étendre, et se souder pour former des chaînes allongées : puis, brusquement, une tache liquide, à ce qu'il semblait, se déclarer, par laquelle un globule bondit tout à coup pour traverser le champ en laissant la trace bien connue. Il est à remarquer que les globules quittent l'aiguille, la plupart du temps, tout contre le verre, et cheminent quelques instants dans les profondeurs de la couche avant d'émerger.

Les choses se passent de la même manière pour le chlorure d'argent, qui fond à 260°, et pour l'iodure, qui fond à 527°. Ce dernier subit une première modification de couleur et de structure au-dessus de 116°, probablement vers 146°. C'est à ce moment qu'il prend une contexture cornée ou vitreuse.

Il est facile maintenant d'écarter l'hypothèse d'une électrolyse du sel d'argent admise par MM. Leduc et Gritters-Doublet pour expliquer les globules.

On ne conçoit pas bien d'abord une électrolyse se produisant sur un sel solide emprisonné dans un support solide lui aussi et non conducteur. Ensuite, si l'on songe à l'extrême rapidité de certains globules et à la faible intensité des décharges statiques, on doit admettre qu'il est de toute impossibilité que la décomposition électrolytique ait lieu avec cette vitesse. Enfin, s'il y a électrolyse, on doit avoir d'une part de l'argent, d'autre part du brome. Le premier devrait rester conducteur, ce qui est contraire à l'expérience, comme on l'a vu plus haut. De plus, il devrait se dissoudre dans l'acide nitrique concentré : or, ce réactif ne fait disparaître, à froid ou en chauffant modérément, ni les traces des globules, ni les traits des fantômes. Il est vrai qu'il les attaque à haute température ; mais cela ne constitue pas une difficulté. On sait que le bromure et le chlorure d'argent altérés par la lumière sont, sinon dissous par l'acide nitrique très chaud, du moins ramenés à leur état primitif. D'ailleurs, en faisant agir l'acide chlorhydrique sur la

solution filtrée, nous n'obtenions pas de trouble. Enfin, et cette preuve est péremptoire, l'hyposulfite de soude fait disparaître ces mêmes traces aussi facilement que le reste de la plaque. Seuls, les sillons très profonds qui ont livré passage à plusieurs globules, et les traits des fantômes, du moins dans la gélatine, contiennent encore des filets noirs après l'action de l'hyposulfite. Nous y reviendrons tout à l'heure. Mais dès à présent, nous pouvons écarter cette difficulté en observant que dans l'albumine les traits des fantômes disparaissent entièrement par l'action de l'hyposulfite. Si donc il y a, dans certains cas, de l'argent réduit sur nos plaques, il n'y en a pas toujours, ce qui nous suffit. Les autres se décolorent entièrement et ne gardent plus qu'une apparence de brûlure. On se rappellera que nous avons eu à signaler aussi plusieurs cas où la trace des globules, avant tout traitement de la plaque, se montre absolument transparente, et ne peut, par conséquent, contenir d'argent métallique.

Quant au brome, il devrait se dégager au pôle positif. Or, il est impossible de l'y déceler. A première vue, on pourrait se figurer qu'il faut le chercher dans les taches jaunes constatées sur plusieurs plaques. Dans la gomme arabique, par exemple, des fragments de bromure, trop gros pour donner les globules, se montrent prolongés à celle de leurs extrémités qui devient négative dans le champ, par des coulées jaunes ou brunes. Ne se trouve-t-on pas ici en présence de gomme colorée par le brome ? En réalité, il n'en est rien.

En appliquant sur la plaque une bande de papier amidonné humide, on peut enlever entièrement cette coloration, sans que la réaction caractéristique du brome se trahisse le moins du monde. Ces taches sont dues tout simplement à la carbonisation de la gomme, du sucre, de la gélatine, etc. Rien n'est plus aisé que de reproduire ces colorations en chauffant dans une éprouvette un mélange de bromure avec ces mêmes substances.

Sur les plaques qui donnent le fantôme électrostatique, on observe que chaque trait noir se prolonge, du côté positif, par une sorte de pinceau strié en éventail, plus clair que le fond de la plaque. Ces traces ne se produisent, nous l'avons dit, que plusieurs minutes après le trait noir correspondant. Voici comment nous en rendons compte.

L'échauffement est plus lent, on l'a déjà fait observer, du

côté positif que du côté négatif. Le support inerte, gomme, sucre, etc., y fond donc bien avant le sel sensible, et permet à celui-ci de suivre l'attraction qu'il subit de la part du trait liquéfié ; il se transporte donc vers lui au sein du support fondu. De là ce drainage et cette décoloration. Tant qu'elles gardent l'état liquide, ces parties de la plaque, comprises entre des parois de bromure opaque, entre lesquelles la lumière qui les traverse va se perdre, doivent sembler noires, excepté sous des incidences limitées, à la façon des eaux d'un fossé encaissé entre des digues de terre. Une fois refroidies, elles reprennent la structure vitreuse et la surface mamelonnée de la gomme solide, et la lumière s'y réfléchit à peu près comme sur le reste de la plaque.

C'est ainsi qu'on peut expliquer le changement d'aspect qu'on observe sur cette partie des traits. Il est d'ailleurs à remarquer qu'on ne retrouve plus trace de ces éventails translucides quand la plaque a été passée à l'hyposulfite, ce qui est parfaitement d'accord avec l'explication proposée.

Quant à la raison pour laquelle tous les phénomènes étudiés dans ce mémoire commencent toujours à partir d'un pôle négatif, il faut sans doute la chercher dans ce fait d'observation courante que du côté négatif la décharge est toujours plus ramassée, témoin les points brillants qu'on observe dans les machines statiques aux peignes négatifs, tandis que les peignes positifs fournissent des effluves plus dispersés. Il en résulte que l'énergie est plus grande par unité de surface du côté négatif que du côté opposé. Un fragment de bromure d'argent massif exposé à l'aigrette entre deux pointes noircit d'abord à l'extrémité qui devient négative dans le champ.

Je dois ajouter qu'une fois le trajet conducteur établi par le passage d'un globule, rien ne semble plus s'opposer à l'électrolyse du bromure d'argent, puisqu'à partir de ce moment il est liquide et traversé par un courant. Le dépôt d'argent doit d'ailleurs être très peu considérable, en raison de la faible intensité de ce courant, comme il a été dit plus haut. Mais il est de toute évidence que cette électrolyse n'est plus alors qu'un effet consécutif au passage du globule, et ne peut en aucune façon être invoquée pour expliquer la production de ce globule lui-même.

C'est sans doute cette électrolyse accessoire qui maintient dans

certains cas la conductibilité du bromure refroidi, après qu'on y a fait passer à chaud un courant assez fort. C'est elle aussi qui dépose dans certaines traces de globules et surtout dans les fantômes électrostatiques, la substance noire insoluble dans l'hyposulfite, et qu'on peut regarder comme de l'argent réduit, car l'acide nitrique la dissout à froid, comme nous l'avons reconnu sur une plaque à la gélatine d'abord soumise à l'action de l'hyposulfite. Il est vrai que l'acide nitrique attaque aussi la gélatine, de sorte que la disparition du dépôt noir pourrait n'être qu'un effet d'entraînement mécanique. On peut voir encore une confirmation de notre hypothèse dans le fait, souvent constaté sur nos préparations, et déjà reconnu depuis longtemps d'ailleurs sur certaines plaques photographiques, d'une odeur très caractérisée de brome, de chlore, d'iode, qui se manifestait dès qu'on avait éloigné la plaque de la machine. On ne peut cependant en tirer aucune conclusion certaine, et il nous semble plus prudent de réserver notre jugement : car le même fait est susceptible de plusieurs autres interprétations, par exemple celle du déplacement des halogènes par l'ozone. En somme, le meilleur argument en faveur de la nature métallique des dépôts insolubles dans l'hyposulfite, nous semble être cette insolubilité elle-même.

Enfin on peut rapporter également à cet effet d'électrolyse les colorations violettes qui caractérisent les panaches positifs de l'iodure d'argent dans l'amidon et dans la gomme arabique; car elles peuvent être l'indice d'une mise en liberté d'iode. Il se peut d'ailleurs aussi que le déplacement de l'iode doive être attribué à l'action de l'ozone.

En résumé, une trace de globule simple est constituée par du sel d'argent fondu, mais non réduit; une trace parcourue par plusieurs globules contient de l'argent métallique déposé par électrolyse, en quantité plus ou moins considérable; enfin, les traits des fantômes sont constitués surtout par de l'argent métallique, eu égard au temps que demande, en général, le développement des lignes de force. Enfin, dans tous les cas, on a toujours aussi du charbon provenant de la décomposition du véhicule.

On peut se demander pourquoi, si les traces des globules constituent le même phénomène que les traits des fantômes, ceux-ci ne s'étendent pas, comme ceux-là, d'un pôle à l'autre, mais

cessent de s'allonger quand ils ont pris un certain développement. Cette différence d'allure ne nous paraît pas difficile à expliquer dans notre hypothèse. Considérons un trait qui vient de se former. Comme il est conducteur, il subit l'influence des deux aiguilles et se charge à ses deux extrémités en sens contraire. Ces extrémités sont donc à un potentiel différent de celui du champ en ces mêmes points. Par conséquent il y a autour d'eux, à petite distance, un gradient électrique à peu près uniforme dans toutes les directions, qui dévie et concentre les lignes de force du champ dans son voisinage immédiat. Il en résulte que l'action tend à se continuer sensiblement avec la même facilité suivant toutes les directions comprises dans un secteur d'ouverture assez considérable. De là les ramifications divergentes. Comme d'ailleurs l'action totale du champ se répartit sur un grand nombre de ces traits, elle est faible sur chacun d'eux, et subdivisée encore dans toutes ces ramifications, elle rencontre bientôt une résistance suffisante pour s'arrêter complètement.

La planche ci-contre (*), qui représente les lignes de force d'un champ formé entre deux pointes, avec les perturbations introduites par la présence d'une lame métallique qui subit l'influence, peut servir à se figurer cet épanouissement des lignes de force autour des extrémités des traits. La lame joue ici le même rôle que les petits traits pris individuellement.

Il en va autrement des traces des globules. Celles-ci restant reliées au pôle négatif, sont au même potentiel dans toute leur longueur, et parcourues par la totalité du courant. Elles n'introduisent donc dans le champ d'autre perturbation que de faire avancer le pôle négatif vers le pôle positif, de resserrer par conséquent les lignes équipotentielles, mais sans modifier notablement leur forme générale, du moins entre les deux pôles. Donc l'action tendra à s'exercer avec un maximum d'énergie très net suivant la droite qui joint le globule à l'aiguille positive. La résistance variable de la plaque peut d'ailleurs aussi les diviser, et cela n'est pas rare. Mais alors aussi l'action s'affaiblit en s'éparpil-

(*) Elle a été obtenue par reproduction directe, sans retouche et sans renforcement, d'après une plaque au bromure d'argent dans la gélatine bouillie additionnée d'un peu de glucose, suivant la méthode décrite plus haut.

lant, et généralement ces globules divisés s'éteignent avant d'arriver au pôle positif, ou bien il n'en reste qu'un seul qui continue sa route en reprenant l'éclat que possédait le globule primitif.

Dans l'iodure aureux, les traces se forment simultanément dans un grand nombre de directions tout en restant continues d'un pôle à l'autre. Cela s'explique très bien par l'extrême instabilité de ce corps. A 60° déjà, il se couvre d'or métallique, et à 120° la réduction est complète. Cette même instabilité peut faire comprendre pourquoi il donne rarement les globules. C'est que la réaction est tellement rapide qu'elle est à peu près simultanée en tous les points de la plaque : les trajets conducteurs dont le globule marque le progrès dans les plaques aux sels d'argent se forment ici au même moment dans toute leur étendue.

L'échauffement, dans l'iodure aureux, ne va donc jamais, grâce à l'extrême altérabilité de ce corps, jusqu'à déterminer sa fusion. Le tétraiodure de platine est dans le même cas : il commence à se décomposer à 130°.

La réaction de ces substances au champ électrostatique a donc aussi pour principe un échauffement aboutissant à une transformation du sel, qui le rend plus conducteur de l'électricité. Jusque-là le mécanisme est le même que pour les autres sels étudiés jusqu'à présent. Mais l'aboutissant final peut être tout autre dans quelques cas déjà signalés plus haut. Ici nous nous trouvons manifestement en présence d'une réaction chimique. Dans le glucose, par exemple, il est absolument impossible de méconnaître la réduction complète de l'iodure d'or en or métallique. Dans l'amidon, il est probable que c'est le protoxyde d'or qui s'est formé. De fait, ce corps prend naissance dans l'action de plusieurs agents organiques sur l'iodure aureux. Il serait beaucoup plus difficile d'y voir de l'or très divisé, bien que la poudre de ce métal prenne, comme on sait, une teinte bleue dans certaines circonstances. En effet, l'iodure aureux qui nous a servi dans l'amidon et dans le glucose était dans le même état de division. On ne s'expliquerait pas, dès lors, un aspect aussi radicalement différent après la réaction.

Les lignes brunes obtenues d'ordinaire, particulièrement dans l'albumine et dans la gomme arabique, semblent n'être autre chose que l'hydrate d'or ou acide aurique, à moins qu'il ne faille y voir

une modification inconnue de l'iodure aureux, analogue à la modification cornée des sels d'argent, ce qui ferait rentrer complètement le cas de l'iodure aureux dans notre explication de l'action subie par ces derniers.

Il semble que les recherches pour rendre le procédé encore plus sensible qu'il n'est à présent, pourraient être dirigées avec de sérieuses chances de réussite du côté des composés qui, comme l'iodure aureux, se détruisent à une température peu élevée. Il est évident que dans cette voie, on trouvera facilement un grand nombre de corps qui demandent une dépense de chaleur bien moindre pour donner la réaction désirée, que du côté des corps qui fondent sans décomposition en devenant conducteurs. Une foule de composés de l'or sont dans ce cas. Ils ont, d'autre part, de grands défauts : c'est d'abord leur prix, ensuite la difficulté de leur préparation. Il n'en est guère qui se prêtent à une précipitation directe sur la plaque sensible, comme le font les sels d'argent. En outre, on aura peut-être quelque difficulté à trouver un réactif convenable pour débarrasser les plaques du sel non réduit. Pour tous les corps décomposables à basse température, on se trouvera d'ailleurs devant un autre problème : celui de leur donner un support convenable. La gélatine doit être écartée à raison de son insolubilité à froid : on sera peut-être obligé de revenir au collodion et à l'albumine.

Il est une autre classe de corps susceptibles de fournir des réactifs sans doute plus sensibles encore aux actions électriques : ce sont les composés instables qui se détruisent par des actions mécaniques, frottements, chocs, etc. Un grand nombre, les explosifs, ne pourraient être employés tels quels : mais en y mélangeant des substances à réaction plus lente, telles par exemple que les sels d'argent, il semble permis d'espérer qu'on arriverait à régulariser la décomposition sans trop lui enlever de sa sensibilité. Nous n'avons pas fait d'essais dans ce sens.

§ 2. *Rôle du véhicule*

La nature chimique du support a-t-elle une influence sur le phénomène ? Il suffit de parcourir la liste des substances qui nous ont fourni des véhicules convenables pour se convaincre du

contraire. On y rencontre des corps appartenant à toutes les divisions de la chimie organique, des hydrocarbures de la série grasse et de la série aromatique, des alcools (sucres), des acides, des résines (gomme laque, colophane), des substances azotées (albumine, gélatine, amidon), d'autres qui contiennent déjà du brome (acide métabromobenzoïque) (*), enfin, des sels organo-métalliques (acétate de plomb : point de fusion 280°), ou même tout à fait minéraux (nitrate d'argent : point de fusion 218° ; sulfate neutre d'ammonium : point de fusion 140°). De plus, on l'a vu, le bromure à lui tout seul, pourvu qu'il soit en poudre assez fine et assez serrée, suffit à produire tous les phénomènes. La conclusion qui s'impose, c'est que tous ces corps n'interviennent que par leurs propriétés physiques. Parmi ces propriétés, la première est d'avoir un point de fusion ou de décomposition peu élevé.

Il est difficile, en effet, de concevoir une réaction chimique qui se passerait à peu près de la même manière entre certains sels minéraux, et la plupart des composés organiques. Voici, d'ailleurs, un argument direct. Nous avons fait des plaques de bromure d'argent avec les révélateurs employés ordinairement en photographie, acide pyrogallique, hydroquinone, iconogène. La préparation ne présente pas de difficulté spéciale, l'altération ne se produisant que lentement tant que la couche n'est pas sèche. Elle est rapide, au contraire, à la lumière, après dessiccation (**). Or ces plaques sont très loin de présenter la sensibilité extraordinaire au champ électrostatique qu'on pourrait en attendre, et elles restent bien inférieures à celles qui ont pour véhicule la gomme arabique et les sucres. Une remarque analogue peut être faite au sujet de l'acide gallique, de la paraffine, et de plusieurs autres de nos véhicules, qui sont attaqués facilement par le brome, le chlore, l'oxygène, ou qui réduisent facilement les sels d'argent. Aucune

(*) La facile réussite de cette expérience fournit une nouvelle présomption contre l'hypothèse de l'électrolyse, puisqu'on ne peut guère supposer que le brome, impossible à déceler ailleurs, se porte sur une substance qui en contient déjà.

(**) Cette différence, remarquons-le en passant, est assez étonnante. On pouvait bien en prévoir une à priori : mais à juger par ce qui se passe dans les manipulations photographiques, elle devrait se produire en sens inverse.

de ces affinités n'a semblé avoir la moindre influence sur la facilité à réagir au champ électrostatique. Nous avons pourtant observé que l'acide pyrogallique, dans les premiers moments de son introduction dans le champ, prend sur une grande étendue une teinte brune, qui demeure visible quand on a laissé noircir complètement la plaque à la lumière. Il est possible qu'on arrive à des effets satisfaisants en composant la couche sensible de substances très promptes à réagir chimiquement les unes sur les autres, et qui ne demanderaient pour cela qu'une légère excitation extérieure. Mais nous croyons que, dans ce cas, on aurait affaire à un phénomène d'autre nature que celui qui nous occupe.

D'autre part, l'action est, en général, d'autant plus facile, que le support inerte se liquéfie ou se détruit plus aisément. Le glucose, qui nous a donné le maximum de rapidité, a un point de fusion très bas (135°), de même que les autres sucres (lactose, 150°; saccharose, 160°). De plus, il se charbonne à une température très peu élevée. Il en est de même de la gomme arabique (noircit à 180°, s'altère déjà à 135°). La fusion favorise sans doute, comme nous l'avons déjà observé, l'orientation et le rapprochement des fragments de la substance sensible : la mise en liberté du charbon, d'autre part, multiplie les éléments capables de former une chaîne conductrice. L'acide phénique fond vers 40°, mais ne se décompose qu'à haute température. La paraffine, la naphtaline, la cire sont dans le même cas. De là, sans doute, leur infériorité vis-à-vis des sucres et des gommes. Il est à remarquer que cette double condition se trouve réalisée par presque tous les corps de la chimie organique solides aux températures ordinaires. Il en résulte qu'on peut être sûr de réussir avec une substance organique quelconque, pourvu qu'elle se prête à la formation d'une plaque. Les sels minéraux à point de fusion peu élevé sont plus rares.

Une autre propriété, à peine moins importante (elle l'est peut-être même davantage), c'est que les substances mises en œuvre se prêtent facilement à la formation d'une plaque. Il faut pour cela qu'elles présentent une consistance visqueuse à l'état liquide, et qu'elles offrent une bonne adhérence au verre. Le premier point intéresse directement la production des phénomènes, en ce qu'il donne une couche parfaitement continue, car nous avons vu que

les interruptions et les crevasses constituent un sérieux obstacle; le second importe au point de vue de la facilité des manipulations. C'est grâce à cette propriété que l'amidon, qui ne se décompose qu'au-dessus de 200° en donnant de la dextrine, la dextrine elle-même, et l'albumine, qui ne fond pas, mais se coagule par la chaleur, donnent de si bons résultats. Les gommes, la gélatine et les sucres réunissent les deux avantages.

§ 3. *Propriété caractéristique des sels sensibles au champ électrostatique*

Quant au sel sensible lui-même, les conditions de réussite sont moins simples, et les deux propriétés physiques sur lesquelles nous avons appuyé notre explication, point de fusion assez bas et conductibilité du sel fondu, ne semblent pas suffisantes pour qu'on soit assuré de pouvoir reproduire à volonté le phénomène.

Ainsi, l'iodure mercurique, corps assez stable pour pouvoir se volatiliser, ne nous a rien donné, bien qu'il fonde à 253°, c'est-à-dire notablement plus bas que le bromure d'argent. Au contraire, l'iodure mercureux, qui est instable, et se réduit partiellement dans les bocaux où on le conserve, peut fournir des globules, et cependant il ne fond qu'à 290°. Voici un exemple plus concluant encore. L'oxalate d'argent et l'oxalate de cuivre commencent tous deux à se décomposer vers 130° ou 140°, et tous deux se réduisent. On s'attend donc à leur trouver les mêmes propriétés dans le champ électrique, et de plus à les leur trouver à un degré éminent, pour cette double raison qu'ils subissent leur modification beaucoup plus vite que le bromure d'argent, et qu'ils se résolvent, du moins partiellement, en argent et en cuivre métalliques. Or, l'oxalate de cuivre résiste à tous les essais : celui d'argent réussit, bien qu'avec quelque difficulté.

D'ailleurs, parmi les substances sensibles au champ électrique, la facilité de l'action n'est nullement en rapport avec la rapidité de la fusion. Ainsi, le chlorure d'argent fond plus vite que le bromure, et cependant il donne beaucoup moins bien les globules et surtout le fantôme. Il y a donc un autre élément à faire entrer en ligne de compte : et cet élément peut être défini d'une manière générale l'altérabilité ou l'instabilité du sel. Qu'on veuille bien

remarquer que tous ceux avec lesquels l'expérience échoue, bien qu'ils fondent facilement en devenant conducteurs, sont des corps très stables, tandis qu'au contraire tous ceux qui nous ont réussi sont instables, et qu'ils réussissent d'autant mieux qu'ils le sont davantage. Ainsi le bromure d'argent, qui est le plus altérable des sels d'argent essayés, est aussi le plus sensible aux actions électriques.

L'oxalate d'argent se différencie de l'oxalate de cuivre, à notre point de vue, uniquement par son altérabilité à la lumière. D'autre part, il n'est pas très altérable : aussi sa sensibilité au champ électrique est-elle aussi faible que celle du carbonate d'argent qui réagit comme lui à la lumière, mais ne fond qu'au rouge sombre, bien qu'il commence à se décomposer à 225°. L'iodure aureux, de tous les corps essayés par nous le plus prompt à se réduire totalement, est aussi de tous ces corps le plus prompt à donner le spectre. Dans la longue série des sels organiques de l'argent altérables par la lumière, il s'en trouvera, sans aucun doute, qui surpasseront de beaucoup en efficacité le bromure; car ils joignent une très grande sensibilité à la lumière à un point de fusion ou de décomposition très bas.

Nous pouvons préciser davantage encore. Tous ces corps sont particulièrement altérables par un agent spécial, la lumière; la plupart sont employés en photographie. De plus, les modifications électriques paraissent être de même nature que celles dues à la lumière : elles rendent la substance apte à être réduite par les révélateurs photographiques, ne l'empêchent pas de se dissoudre dans l'hyposulfite de soude, et comme caractère extérieur produisent les mêmes colorations (*), mais d'une manière

(*) Les plaques au chlorure d'argent, empourprées par le voile, redeviennent transparentes ou reprennent leur teinte bleue opaline sous l'action du champ électrique. Or, nous avons reconnu que ces mêmes plaques voilées, abandonnées dans un tiroir pendant plusieurs semaines, se couvrent également de taches bleuâtres transparentes. La similitude entre l'action de l'électricité et celle de la lumière se maintient donc dans ce cas. Nous ne le signalons ici que parce qu'on semble admettre que la couleur du chlorure exposé au jour devient constamment plus foncée, jusqu'à arriver au noir. Il est d'ailleurs manifeste que cette décoloration est la continuation de l'effet observé d'abord : car si l'on développe une plaque qui a subi cette évolution, les parties qui viennent les premières en

plus énergique. Il semble donc qu'il y ait continuité entre les deux effets : il n'y aurait qu'une différence de degré. Au point où l'électricité pousse la modification, la substance sensible devient peut-être conductrice sans fondre. On pourrait être tenté de le croire, quand on songe combien l'intensité des effets électriques étudiés dans ce travail dépend plus de l'altérabilité du corps à la lumière que de sa promptitude à fondre. Néanmoins, la fusion évidente, incontestable, du support inerte, les traces de brûlure, le prolongement des traits noirs à travers les solutions de continuité de la plaque, ne nous permettent guère de douter d'un développement de chaleur suffisant pour amener le sel sensible à l'état liquide. Mais cette fusion est-elle l'effet primaire et produit-elle la conductibilité, ou bien n'en est-elle que la conséquence? Nous n'oserions nous prononcer, avant d'avoir institué de nouvelles recherches à cet effet.

Nous nous trouvons donc finalement acculés à cet éternel problème, toujours débattu et toujours insoluble, de la nature de l'altération subie par les substances photographiques sous l'action de la lumière. Est-ce une modification moléculaire purement physique? Est-ce une décomposition chimique, réduction du métal, formation de sous-sels ou de photo-sels? Aucune de ces questions n'a jusqu'à présent reçu de réponse péremptoire et définitive. Nous devons nous contenter d'avoir rattaché les phénomènes nouveaux exposés dans ce mémoire aux propriétés si précieuses et si obscures à la fois de la plaque photographique. La raison dernière n'en sera donnée que le jour où l'on aura la clef de l'influence mystérieuse de la lumière.

Avant de clore ce mémoire, nous croyons intéressant de signaler une expérience qui a trait précisément à cette grande question, et qui est nettement contraire à la théorie de la formation des sous-sels ou photo-sels avec mise en liberté de l'halogène. Nous avons préparé dans l'obscurité une plaque d'iodure d'argent à l'amidon : la plaque étant encore humide, une moitié a été couverte et l'autre

---

noir sont précisément celles qui ont repris la teinte primitive. Peut-être ce changement de teinte et cette transparence, que nous avons rencontrés aussi sur le bromure d'argent en couche très mince, sont-ils l'indice du passage de ces substances à la modification cornée obtenue d'ordinaire par la fusion.

exposée à quelques centimètres d'un bec Auer pendant un bon quart d'heure. Ensuite la plaque a été séchée à l'obscurité. Or, il est impossible de découvrir une différence de teinte entre les deux moitiés. Etant donnée l'extrême sensibilité de la coloration de l'amidon humide comme réactif spécifique de l'iode, il est bien difficile de ne pas voir là une preuve de l'absence d'iode libre dans une plaque altérée par la lumière.

On conçoit que dans la foule des faits que nous avons observés il y ait encore bien des détails à signaler, ou même des phénomènes qui prendront de l'importance dans la suite. Nous nous sommes contentés d'exposer ceux qui semblaient avoir actuellement une portée générale, et qui se sont montrés d'une manière constante dans nos expériences. Les autres feront l'objet de nouvelles recherches, dont nous présenterons les résultats, s'il y a lieu, dans une communication ultérieure.

SUR LES
TROIS PRINCIPES FONDAMENTAUX
OU AXIOMES, OU HYPOTHÈSES
DE LA
MÉCANIQUE RATIONNELLE
(inertie, indépendance, réaction)

PAR

M. DE TILLY

Introduction

Il y a eu, à la Société scientifique de Bruxelles, de 1892 à 1896, de nombreuses discussions sur les principes fondamentaux de la mécanique, notamment au point de vue du mouvement absolu et du mouvement relatif. Plusieurs membres y ont pris part, mais principalement M. Vicaire et M. Mansion, qui sont restés en désaccord sur certains points. M. Mansion a lu, dans une des séances (25 avril 1892), une courte note de moi, que je rappellerai plus loin et où j'exposais comment il fallait, dans un cours de mécanique, entendre le principe de l'inertie et celui de la réaction égale à l'action.

Dans la séance du 24 octobre 1895, M. Vicaire fit remarquer que mon système était peu différent du sien. Il l'aurait jugé peut-être moins différent encore s'il avait connu mon *Essai sur les principes*

fondamentaux de la géométrie et de la mécanique (1878) et mon *Discours sur les notions de force, d'accélération et d'énergie en mécanique* (1887).

Dans la séance du 23 avril 1895, on a bien voulu remettre la discussion à une séance ultérieure, à laquelle M. Vicaire et moi serions présents, mais une pareille discussion doit avoir pour base un texte écrit.

Dans le travail actuel, je me suis efforcé d'établir l'accord, ou du moins d'établir une thèse moyenne, tenant compte de tout ce qu'il y a d'incontestablement fondé dans les deux opinions, et à laquelle il me semble que tout le monde pourra se rallier. J'y ai divisé la mécanique en trois branches (analytique, rationnelle, physique) au lieu de n'en considérer que deux. Je ne prétends pas que ces appellations soient parfaitement exactes. Mais elles ont l'avantage de laisser aux expressions *mécanique rationnelle* et *mécanique physique* le sens qu'on leur a attribué jusqu'à présent dans l'enseignement et dans la plupart des traités. Le sens de l'expression *mécanique analytique* est seul légèrement modifié.

En mécanique rationnelle, la distinction entre le mouvement absolu et le mouvement relatif ne porte que sur la rotation et l'accélération. Quand deux systèmes de comparaison n'ont qu'une translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre, les forces qui agissent sur les points matériels sont les mêmes par rapport à ces deux systèmes.

Mais s'il est vrai, comme le pensent beaucoup de physiciens, que l'énergie soit, aussi bien que la masse, une propriété réelle, effective, objective, d'un point matériel, et non pas seulement un nombre résultant d'un calcul, il est clair que cette énergie doit varier avec le système de comparaison et que sous ce rapport une translation rectiligne uniforme aurait autant d'importance qu'une accélération ou une rotation.

« Qu'un point matériel », dit avec raison M. Vicaire, « ait une certaine vitesse, ou que le reste de l'univers ait la même vitesse en sens contraire, c'est la même chose au point de vue de leurs relations, mais c'est bien différent au point de vue de la quantité d'énergie. Il est donc naturel de penser que c'est différent en réalité » (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 18e année, 1893-1894, p. 98).

J'ai déjà signalé ce fait il y a vingt-deux ans, comme on le verra dans la reproduction que je vais faire de quelques passages de mon mémoire de 1878. J'y ai insisté dans mon mémoire de 1887.

L'étude de l'influence que peut avoir le choix du système de comparaison sur les résultats relatifs à l'énergie me paraît un domaine encore inexploré.

Le § I de la présente note est la reproduction de différents passages de mon *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique,* publié en 1878, ainsi que de mon discours du 16 décembre 1887 *sur les notions de force, d'accélération et d'énergie en mécanique.*

Le § II est une dissertation générale sur les trois manières dont on peut entendre l'étude de la mécanique, et sur les trois principes fondamentaux de la mécanique rationnelle.

§ I. EXTRAITS DE MES OUVRAGES ANTÉRIEURS (*)

Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique, 1878, pp. 168 et suivantes

Il faut discuter maintenant la seconde partie de l'axiome : une force est la cause qui agit sur un point matériel pour modifier sa vitesse (en grandeur et en direction), c'est-à-dire pour l'empêcher, soit de rester immobile, soit de décrire une droite d'un mouvement uniforme. Mais par rapport à quoi resterait-il immobile? Par rapport à quel système décrirait-il une droite d'un mouvement uniforme (**)? C'est, répondra-t-on d'abord avec Duhamel, par rapport à un système de comparaison quelconque. Nous l'admettons, mais alors il ne s'agit que des *forces relatives* à ce système (***). N'y a-t-il rien de plus?

(*) Dans cette reproduction, toutes les notes au bas des pages ont la même date que le texte, sauf lorsque le contraire est explicitement mentionné. Le § I peut être passé par le lecteur qui connaît mes ouvrages antérieurs (note ajoutée en 1900).

(**) Tout point décrit une droite d'un mouvement uniforme, pourvu que cette droite elle-même possède un mouvement convenable.

(***) Ou *forces apparentes,* comme les appellent Bour et M. Resal.

M. Gilbert dit (p. 70) que l'on a été conduit à attribuer l'immobilité au système des étoiles fixes et c'est à ce système qu'il rapporte les mouvements absolus (et par conséquent les forces absolues).

Dans les applications usuelles, on peut rapporter les mouvements et les forces à la terre; dans des observations plus délicates, comme celles qui sont relatives au mouvement diurne ou à l'astronomie en général, il faut rapporter les mouvements à un système *plus immobile,* celui des étoiles fixes; mais théoriquement on peut supposer (et l'expérience le confirmera peut-être un jour) que ce système-là n'est pas encore absolument immobile. Une fois admis, comme M. Gilbert l'admet, qu'un système immobile est celui par rapport auquel les axiomes de la dynamique se réaliseraient d'une manière absolue, on peut en donner une définition plus complète, et il paraît d'autant plus utile d'entrer dans ces considérations que certains passages de Duhamel, entendus dans un sens littéral, conduiraient à nier la possibilité de comprendre aûtre chose que le mouvement et le repos relatifs.

« Pour nous, » dit ce géomètre (*), « le repos absolu est, non plus une chose impossible à reconnaître, mais tout simplement un non-sens, car ce serait la coïncidence avec les mêmes points immobiles de l'espace, auxquels nous n'accordons aucune existence, et dont la fixité prétendue est une chimère, dont la simple notion ne pourrait être ni définie ni sentie, c'est-à-dire ne pourrait s'acquérir ni par l'esprit ni par les sens.

» On ne pourrait en effet définir l'immobilité de ces points qu'en l'admettant déjà dans d'autres, c'est-à-dire par un cercle vicieux. Et quant à l'évidence obtenue par les sens, on ne peut l'invoquer, puisque les hommes n'aperçoivent que des repos ou mouvements relatifs, de sorte que la conception de repos ou de mouvement absolu, loin de pouvoir être rangée parmi les idées premières, admises par le sentiment de l'évidence, ne serait qu'une vague rêverie dont le fond serait un cercle vicieux.

» Abandonnons donc cette fausse notion, dont l'inutilité est d'ailleurs évidente, car tous les principes que l'on établirait en l'admettant ne pourraient jamais être fondés que sur des observa-

(*) *Des Méthodes dans les sciences de raisonnement,* t. IV, p. 224.

tions et des expériences relatives. Et à quoi bon partir du relatif pour établir par induction un absolu imaginaire, d'où l'on tirerait des principes applicables au relatif, qui est la seule chose réelle? Ne vaut-il pas mieux, après avoir établi les principes sur le relatif, les appliquer directement au réel, sans remonter à un absolu fantastique, pour l'abandonner immédiatement après? »

Il semble que, dans ce passage, Duhamel ait voulu dire, non seulement que l'immobilité n'existe nulle part dans l'univers matériel, mais en outre qu'il est même impossible de la concevoir et de la définir scientifiquement. Or, il suffirait évidemment de la concevoir et de la définir pour pouvoir introduire en mécanique un système d'axes *immatériels*, invariables et immobiles, auxquels on rapporterait tous les mouvements, sans prétendre pour cela que certains points matériels partagent l'immobilité de ces axes.

La définition d'un système immobile comprendrait deux définitions : celle d'un système sans translation et celle d'un système sans rotation.

Sur le premier point, nous nous rangeons à l'avis de Duhamel. Il est impossible, à l'aide des notions généralement admises (*), de définir un système sans translation. En translation, tout est relatif, le mouvement et le repos absolu sont indéfinissables pour nous.

En rotation, il n'en est pas de même, car si tout y était relatif, que signifieraient les expériences du corps tombant librement (mines de Freiberg), du pendule de Foucault et du gyroscope?

Qu'entendrait-on par la manifestation dynamique du mouvement diurne du globe?

La question de savoir si c'est la terre ou si c'est le système des étoiles fixes qui tourne serait une question vide de sens, si l'on ne comprenait que les mouvements relatifs (**). On répondrait que

(*) On verra plus loin qu'au moyen d'une notion qui n'est pas généralement admise, on pourrait arriver à cette définition.

(**) Il en est tout autrement de la question de savoir si c'est la terre qui tourne autour du soleil, c'est-à-dire qui possède un mouvement de *translation* autour du soleil, ou bien si c'est le soleil qui possède le mouvement correspondant autour de la terre. Cette question, comme toutes celles qui se rapportent à la translation, ne se résout qu'en mouvement relatif, par rapport au système des étoiles fixes.

chacun des deux tourne par rapport à l'autre, et c'est tout ce que l'on pourrait savoir.

Évidemment, il n'en est pas ainsi. En géométrie et en cinématique, il est impossible de définir le mouvement absolu; mais les notions dynamiques, c'est-à-dire celles de masse et de force, nous en fournissent le moyen.

Nous concevons que des forces s'exercent sur tel ou tel point matériel, indépendamment des mouvements que ces forces déterminent par rapport à tel ou tel système de comparaison (*).

Nous concevons aussi qu'un point soit libre, c'est-à-dire débarrassé de l'action de toute force.

Considérons trois points libres A, B, C, et construisons un trièdre tri-rectangle (système invariable) par rapport auquel les points A, B, C, aient respectivement pour coordonnées à l'origine X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3. Appelons x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; x_3, y_3, z_3 les composantes des vitesses respectives de A, B, C, suivant les trois axes, lesquelles composantes doivent être constantes si les axes sont immobiles, et même s'ils ne possèdent qu'une translation uniforme (**). Supposons qu'il en soit ainsi, et

---

(*) Plusieurs géomètres rejettent cette conception de la force comme grandeur *à priori*. Pour eux, la force n'est que le produit d'une masse par une accélération géométrique, de même que la vitesse, la force vive, la quantité de mouvement, sont définies aujourd'hui par de simples produits ou quotients. Mais nous ne croyons pas pouvoir nous rallier à cette idée pour les raisons suivantes :

1° Elle n'explique pas ce que l'on entend par des forces se faisant équilibre, et ne produisant actuellement aucune accélération.

2° Quand on rejette l'idée de force, on est obligé d'introduire une idée spéciale pour définir la masse, et la notion de masse ne nous paraît pas beaucoup plus simple que celle de force.

3° Nous ne voyons pas clairement comment on remplace, dans ce système, les actions moléculaires et la gravitation universelle.

4° Enfin, sans la notion première de la force, nous ne voyons plus le moyen de définir le mouvement absolu et l'immobilité, même en rotation, et sans ces dernières définitions, les explications données des expériences relatives au mouvement diurne du globe nous paraissent manquer de base.

(**) *Translation uniforme* signifie évidemment ici : translation rectiligne uniforme. La même expression abrégée se rencontre plusieurs fois dans la suite (note ajoutée en 1900).

cherchons à déterminer la position que le trièdre devra prendre à chaque instant pour jouir de cette propriété.

Après le temps t, les coordonnées seront devenues $X_1 + x_1 t$, etc.; et la grandeur des trois distances AB, BC, AC, que l'on peut mesurer, fournira trois équations entre les six inconnues $x_2 - x_1$, $x_3 - x_1$, $y_2 - y_1$, $y_3 - y_1$, $z_2 - z_1$, $z_3 - z_1$. Opérant de même après le temps t', on aura en tout six équations, d'où l'on déduira les six inconnues.

Il est évident que les équations que l'on pourrait ajouter, en continuant à raisonner de même, rentreraient dans celles-ci. Il est évident, aussi, par la forme des équations, qu'elles ne se prêteront jamais qu'à déterminer les différences des vitesses et non les vitesses elles-mêmes. Mais puisque le système invariable des axes peut avoir une translation régulière quelconque, sans que les vitesses x_1,... z_3 cessent d'être constantes, nous pouvons choisir arbitrairement les trois vitesses x_1, y_1, z_1 et les autres se trouvent déterminées.

A partir de ce moment et pour toutes les positions suivantes des points libres (*), on pourra déterminer à chaque instant leurs coordonnées, et on en déduira la position de chaque plan de projection en menant un plan tangent commun à trois sphères (**).

On conduira le trièdre invariable dans l'espace, de manière à le faire coïncider à chaque instant avec celui que la construction précédente déterminerait et on aura ainsi obtenu un *système invariable immobile sous le rapport de la rotation*, et n'ayant d'ailleurs qu'une translation uniforme. C'est par rapport à ce système que *tout point matériel libre* décrit une ligne droite d'un mouvement uniforme, et c'est par rapport à lui que nous évaluons les rotations absolues.

Sans doute, nous ne pouvons pas réaliser cette expérience à la surface de la terre, parce que nous n'y disposons pas de points matériels absolument libres; mais ayant conçu de cette manière

---

(*) Non pas pour les positions précédentes, car celles-ci n'ont laissé aucune trace dans l'espace absolu.

(**) On trouvera toujours deux plans tangents, mais l'un des deux sera écarté par cette considération que les trois plans coordonnés doivent être perpendiculaires entre eux. D'ailleurs, rien n'empêcherait de prendre plus de trois points libres.

l'existence d'un système sans rotation, par rapport auquel les lois de la dynamique sont absolument vraies (du moins c'est là le sens précis de notre hypothèse), nous pourrons comprendre que plus ces lois s'approcheront d'être vérifiées pour un certain système invariable donné, plus ce système se rapprochera d'être un système sans rotation et à translation uniforme, d'après la définition précédente. C'est dans ce sens qu'il faut comprendre que le système des étoiles fixes est le plus immobile que nous connaissions.

Il ne faut pas songer, d'ailleurs, à définir d'une manière analogue un système sans translation, puisque non seulement les points libres décrivent des droites par rapport à tous les systèmes sans rotation et à translation uniforme, mais encore l'accélération qu'une force communique à un point matériel reste la même par rapport à tous ces systèmes. La dynamique rationnelle ne nous donne donc pas le moyen de comprendre l'immobilité et le mouvement en translation, mais bien en rotation (*).

. . . . . .

En résumé, l'axiome de l'inertie comprend deux idées distinctes, outre la notion de la force absolue et la définition de la force rela-

(*) En thermodynamique, on considère les forces vives ou les énergies que les points matériels possèdent, sans indiquer nettement par rapport à quel système invariable ces forces vives sont mesurées. Tant qu'il s'agit d'expériences terrestres, on peut supposer que ces forces vives sont mesurées par rapport à la terre, et appuyer cette manière de voir sur la concordance entre les résultats qu'on obtient et l'expérience directe. Mais cette garantie fait défaut lorsqu'on veut appliquer les lois de la thermodynamique au système de l'univers. Quelques géomètres ont proposé de considérer la force vive comme une notion première, ce qui résoudrait la question du système sans translation. Nous ne croyons pas devoir nous y arrêter, parce que l'expérience directe n'a pas encore révélé la nécessité d'une pareille conception, tandis qu'elle a révélé la nécessité de définir un système immobile en rotation. Observons d'ailleurs que, si la notion de force ne suffit pas pour définir l'immobilité en translation, réciproquement celle de force vive ne suffit pas à elle seule pour définir l'immobilité en rotation, à moins qu'on n'y ajoute la notion première de *direction dans l'espace absolu*, plus complexe et moins admissible que toutes les autres, ou, si l'on veut équivalente à la notion de l'immobilité en rotation.

tive : l'une doit être englobée dans l'axiome de l'action et de la réaction; l'autre consiste, au fond, dans la définition des systèmes sans rotation et à translation uniforme (*).

Rien n'empêche maintenant de considérer, parmi ces systèmes, celui qui a pour translation uniforme la translation moyenne des étoiles fixes; c'est à ce système, dont la position dans l'espace est ainsi déterminée à chaque instant, qu'il faut rapporter les mouvements absolus, les directions et les forces absolues, notamment pour l'intelligence complète des deux autres axiomes. On a déjà vu, en cinématique, comment il faut entendre les mouvements relatifs et les directions relatives, et l'on apprendra plus loin à calculer les forces relatives en fonction des forces absolues.

Sur les notions de force, d'accélération et d'énergie en mécanique, 1887, pp. 28 et suivantes

Il résulte de tout ce qui précède que ni les idées de M. de Saint-Venant, ni celles de M. Tait, ne suffisent pour me convertir à la suppression de la notion de force.

Mais à toutes les raisons que j'en ai données, je dois en ajouter deux autres, que je crois importantes.

D'abord, ni dans l'un ni dans l'autre de ces auteurs, je ne trouve rien qui se rapporte à la question du mouvement absolu, ou de l'immobilité absolue dans l'espace. Or, je ne crois pas qu'il soit possible de se passer de cette idée.

Le célèbre Duhamel a exprimé, à ce sujet, une opinion tout à fait contraire à la mienne (**).

. . . . . .

(*) Dans la construction que nous avons faite plus haut, l'axiome ou le postulat de l'inertie se manifeste par cette circonstance que, quel que soit le nombre des points libres, toutes les sphères décrites de ces points, au temps t, avec des rayons respectivement égaux à l'une des coordonnées de ces points, $X + xt$ par exemple, auront un plan tangent commun.

(**) Je l'ai reproduite ci-dessus (pp. 217 à 219).

« Pour nous, dit-il... nous en fournissent le moyen. »

(Note ajoutée en 1900).

Ce moyen, il faut nécessairement l'employer; et les auteurs qui croient pouvoir se soustraire à cette obligation, qui croient pouvoir se passer de la considération, directe ou indirecte, d'immobilité dans l'espace, sont obligés, ou bien d'éviter l'étude approfondie des questions analogues à celles que je viens d'indiquer (pendule de Foucault, par exemple), ou bien d'introduire dans cette étude des erreurs de raisonnement qui se compensent; et leur compensation n'a rien d'étonnant, puisque l'on connaît presque toujours d'avance le résultat auquel on doit arriver.

Leur première erreur consiste dans la manière dont ils expliquent le principe de l'inertie; la seconde, dans la manière dont ils appliquent ce même principe.

Son énoncé étant à peu près le même partout, je prendrai le plus explicite.

« 1° Si un point matériel est en repos dans l'espace, il reste en repos tant qu'aucune force n'agit sur lui;

2° Quand un point matériel est en mouvement, si aucune force n'agit sur lui, son mouvement est rectiligne et uniforme (*). »

Ainsi, d'après ces auteurs, le principe de l'inertie consiste en ce qu'un point matériel, sur lequel n'agit aucune force, doit rester immobile, ou décrire une droite d'un mouvement uniforme.

Mais tout point, répondrai-je, décrit une droite d'un mouvement uniforme, pourvu que cette droite elle-même possède un mouvement convenable. Il manque donc quelque chose à la définition, tout au moins un mot important.

Ce n'est pas seulement une droite que le point doit décrire, mais une droite *fixe*, une droite *immobile*, et dont tous les points sont immobiles, c'est-à-dire qu'elle est même dépourvue de tout glissement dans le sens de sa longueur.

C'est évidemment cela que l'on veut dire, mais si on le disait, on amènerait immédiatement une question captieuse. Qu'est-ce qu'une droite fixe ou immobile? Nous sommes à la première page de la mécanique. Comment vous assurez-vous qu'une droite, ou même un point, est immobile? Quel est le système de comparaison

(*) Despeyrous, *Cours de mécanique*, déjà cité, t. I, p. 194.

auquel vous les rapportez pour juger de leur immobilité ou de leur mouvement?

La plupart des auteurs ne répondent pas à cette question; ils restent dans le vague; mais, heureusement, il n'y a que trois hypothèses possibles, et en les adoptant successivement, nous ne pourrons être accusés d'interprétation fautive.

Ou bien le principe de l'inertie se rapporte à un système invariable *arbitraire,* qui est simplement considéré comme immobile, par convention; ou bien il se rapporte à un système déterminé pris dans l'univers matériel; ou, enfin, il se rapporte à un système réellement doué de l'immobilité absolue (que l'on considère celle-ci comme notion première, ou qu'on en donne une explication).

La première méthode est celle qu'on serait tenté d'attribuer à la plupart des auteurs (car leurs intentions ne se devinent pas toujours). Alors les forces qu'ils mettent en jeu sont, si l'on peut s'exprimer ainsi, des forces *relatives* au système qu'ils considèrent conventionnellement comme immobile; on peut, bien certainement, continuer la dynamique théorique dans cet ordre d'idées; on obtient ainsi une espèce de mécanique relative ou idéale, assez analogue à ces exposés purement analytiques auxquels j'ai fait allusion au début de ce discours, et tous les calculs réussiront, sans nul doute, jusqu'au bout.

C'est le cas de dire, avec M. Tait, que l'on peut tout admettre, tant que l'on ne fait pas d'expériences.

Mais il est bien entendu que, dans cette méthode, quand on parle d'une translation ou d'une rotation quelconque, elle est relative à des axes invariablement liés au système arbitraire de comparaison.

Il en résulte qu'aucune application n'est possible. On en fait cependant, mais alors on répudie l'hypothèse fondamentale, ou du moins on n'y reste pas fidèle. Quand, par exemple, on traite du mouvement du pendule à la surface de la terre, et que l'on attribue à celle-ci une rotation déterminée, on change de système; car ce n'est certainement pas par rapport à des axes arbitraires que la terre possède cette rotation.

. . . . . .

Considérons donc le système des étoiles fixes. Celui-ci a été adopté, comme terme de comparaison, par des auteurs éminents, et malgré cela il est presque aussi inadmissible que les précédents. C'est ici le fond de ma thèse et le point où j'ai surtout besoin d'attention.

Les lois dynamiques ainsi comprises ne sont plus en opposition avec l'expérience de Foucault ; mais celle-ci, au lieu d'être contradictoire, devient insignifiante.

Rappelons, en effet, ce que nous avons remarqué tout à l'heure, que quand on parle d'une translation ou d'une rotation quelconque, elle est relative au système de comparaison.

Vous donnez donc à la terre, dans votre analyse du mouvement du pendule, une rotation par rapport au système de comparaison, ou aux étoiles fixes. L'analyse vous indique qu'alors le pendule doit décrire sur le sol une certaine trace, qui n'est pas une ligne droite. Vous constatez par l'expérience qu'il en est ainsi. Que pouvez-vous en conclure ? Que la terre possède effectivement le mouvement que vous lui avez attribué, c'est-à-dire une rotation... relative, par rapport aux étoiles fixes. Mais personne n'en doutait. Ce n'est pas cela qu'on est en droit de vous demander de conclure de l'expérience de Foucault. Vous devez pouvoir en déduire logiquement que la terre tourne d'une manière absolue, sans quoi votre logique, votre mécanique et votre analyse se montrent inférieures au simple bon sens de la masse du public.

Je puis encore m'expliquer autrement, bien que je ne le croie pas indispensable. Admettez pour un instant que la loi d'inertie, telle que vous la posez, soit absolument vraie par rapport au système des étoiles fixes, mais que cependant ce système tourne, et que la terre soit immobile. L'expérience de Foucault réussirait encore.

Ce n'est donc, ni par rapport à des axes arbitraires, ni par rapport à la terre, ni au soleil, ni même par rapport aux étoiles fixes, mais bien par rapport à des axes absolument immobiles (au moins en rotation), qu'il faut établir le principe de l'inertie ; sans quoi, après avoir manqué de logique dans l'explication du principe, on est condamné à en manquer une seconde fois dans l'application, ou bien à n'aboutir qu'à des résultats inexacts ou insignifiants.

En partant, au contraire, d'un système de comparaison immobile, les conclusions deviennent rigoureuses. La terre tourne d'une manière absolue dans l'espace ; et comme la vitesse de rotation absolue que le calcul lui assigne est égale, dans les limites des observations, à sa vitesse de rotation relative par rapport au système invariable des étoiles fixes, nous en concluons que ce dernier est aussi, sensiblement, un système immobile.

La notion d'immobilité absolue est donc, non pas inutile, comme le disait Duhamel, mais au contraire indispensable.

Et ne dites pas non plus, avec ce savant, qu'elle est inintelligible pour vous, puisque vous pouvez l'expliquer, la matérialiser en quelque sorte, dès le début de la mécanique, comme je l'ai montré il y a longtemps, par la notion de force, ou simplement de point libre ; ne dites pas davantage que cette notion vous est elle-même étrangère, car on l'emploie aussi dans l'explication habituelle du principe de l'inertie ; et d'ailleurs, vous la possédiez dans votre enfance, vous n'avez pu vous en affranchir que par un effort contre nature (*), et il vous faudra moins de temps et de travail pour y revenir qu'il ne vous en a fallu pour la perdre.

. . . . . .

En résumé, on se représente plus facilement un point matériel débarrassé de l'action de toute force, de toute pression, de toute influence externe, que dépourvu de tout mouvement ; parce que, dans le second cas, il faut un terme de comparaison et non dans le premier. L'emploi de l'idée de force, pour arriver à celle d'immobilité, ne constitue donc pas une vaine question de mots, mais peut aider réellement certaines intelligences à ramener des notions compliquées à d'autres plus simples pour elles.

Il reste entendu que si l'on accepte *à priori*, comme notion claire, celle de l'immobilité absolue, l'idée première de force n'est plus nécessaire et peut être supprimée partout, sauf les réserves que nous avons faites en ce qui concerne l'enseignement, et celles

(*) Moigno, *Statique*, Préface, p. XXIII.

que nous ferons encore relativement à l'intervention possible des volontés.

. . . . . .

Si l'état futur de l'univers, après un temps quelconque, était déterminé par son état actuel ; si tout se réduisait à un jeu de molécules ou de points matériels, que nulle volonté libre ne viendrait jamais modifier ; toutes nos actions, tous nos mouvements, tous les résultats de nos travaux seraient aussi déterminés d'avance, et il serait bien inutile de nous imposer à nous-mêmes des actions parfois pénibles, pour atteindre un but sur lequel nos peines n'auraient aucune influence. Mais ceux mêmes qui admettent aveuglément la doctrine résumée par Laplace se gardent bien d'y conformer leur conduite. Cette doctrine conduirait droit au fatalisme, et pour y échapper, il faut tout au moins ajouter quelque chose à l'idée de Laplace : « l'état de l'univers à chaque instant résulte de son état dans l'instant qui précède, modifié par les lois naturelles qui ont exercé leur action dans l'intervalle des deux instants, et par l'intervention incessante de volontés qui s'imposent à la matière et qui modifient ses lois ordinaires ».

Parmi ces volontés figure en première ligne, ou le plus habituellement, la volonté ou le libre arbitre de l'homme, qui modifie à chaque instant les lois naturelles, en produisant des mouvements qui ne se fussent certainement pas produits d'eux-mêmes, sans son intervention, et qu'il a choisis à son gré.

Mais comment et dans quelles limites le libre arbitre de l'homme produit-il ces mouvements ?

Lorsqu'une volonté se traduit en acte, il faut bien qu'un premier point matériel, pris, par exemple, dans le cerveau, se mette en mouvement, ou modifie la trajectoire qu'il allait décrire. Comment la volonté donne-t-elle le mouvement à ce premier point matériel, ou simultanément à plusieurs points matériels qu'elle déplace ou fait dévier en premier lieu ?

Rassurez-vous. Je n'essaierai pas de vous l'expliquer. Je ne veux toucher ni à la métaphysique, ni à la philosophie, ni à la physiologie, sciences qui ne sont pas de mon domaine. Mais les explications que l'on en a données et celles que l'on pourra proposer

encore se divisent en deux catégories bien tranchées, suivant que l'on introduit, ou non, une force, comme moyen d'action de la volonté.

Comme exemple bien remarquable de la possibilité d'une explication où l'on n'introduit pas de force, je citerai la théorie de M. Boussinesq (*), basée sur une idée brillante, mais dont la justesse est controversée. Dans ce système, l'usage du libre arbitre ne modifierait que les positions, les distances, les vitesses, mais non l'énergie totale, y compris celle de l'organisme. Dans l'autre, au contraire, la somme des énergies varie d'une quantité égale au travail de la force introduite, au moins si l'on n'en introduit qu'une seule à la fois.

Mais rien n'empêche de supposer que la volonté agisse simultanément sur plusieurs points, et cette idée peut servir à lever bien des contradictions apparentes. Déjà en agissant sur deux points, on pourrait conserver la somme des énergies. Mais, au moyen des actions simultanées sur trois points, on peut satisfaire à toutes les intégrales connues des équations de la dynamique, c'est-à-dire à celle des forces vives. à celles des aires, et à celles de la conservation du mouvement du centre de gravité général; car il suffit, pour cela, de résoudre une seule équation, contenant trois indéterminées. En effet, dans le plan des trois points d'application, prenons un point arbitraire, ce qui introduira deux indéterminées. Joignons les trois points d'application à ce point arbitraire, et suivant l'une des droites ainsi obtenues, introduisons, au sommet correspondant, une certaine force, qui sera notre troisième indéterminée. Suivant les deux autres droites, appliquons les forces qui feraient équilibre à la première si le système était rigide. Il est visible que ces forces, transportées au centre de gravité, ne modifieront pas le mouvement de ce point; de même, la somme de leurs moments étant nulle par rapport à un axe quelconque, elles n'influeront pas sur les intégrales des aires; il ne restera qu'à annuler la somme des travaux des forces, c'est-à-dire à relier nos trois indéterminées

(*) *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*, par M. J. Boussinesq, professeur à la Faculté des sciences de Lille. Paris, Gauthier-Villars, 1878.

par une seule équation. Les trois forces agissantes seraient, à chaque instant, réglées de cette manière.

Ainsi donc la vérification, même parfaite, pour l'univers entier ou une de ses parties séparée des autres, des trois grandes lois qui régissent les systèmes matériels livrés à eux-mêmes, ne prouverait encore rien contre l'action incessante de forces émanant des volontés libres.

. . . . . .

L'accélération d'un point matériel varie suivant le système de comparaison adopté. Elle ne reste la même, par rapport à deux systèmes différents, que si l'un de ces systèmes possède, comme seul mouvement par rapport à l'autre, une translation uniforme.

La variation d'énergie d'un point et son énergie totale sont plus relatives encore. Elles sont différentes, par rapport à deux systèmes de comparaison quelconques, si ces derniers ne sont pas reliés invariablement l'un à l'autre. On ne pourra donc définir ni l'accélération, ni surtout la variation d'énergie ou l'énergie totale, sans dire par rapport à quel système on les considère (*).

. . . . . .

C'est en 1878 que j'ai exposé cette théorie (**), dans mon ouvrage déjà cité : *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique.* Je l'ai basée sur la considération de trois points libres. On pourrait essayer de n'en prendre que deux, mais alors les équations obtenues seraient insuffisantes et laisseraient quelque chose d'indéterminé.

Au lieu de points libres, on pourrait aussi considérer des points uniquement soumis à leurs actions mutuelles, exprimer celles-ci par des fonctions des masses et des distances, et mesurer un

---

(*) On remarque cependant que bien des auteurs parlent, non seulement de variations d'énergie, mais des quantités totales d'énergie existant dans un système matériel. Il serait alors nécessaire de fixer un terme de comparaison, car l'énergie est aussi relative que la vitesse, plus relative que l'accélération ou la force.

(**) Il s'agissait de la théorie de l'immobilité absolue (note ajoutée en 1900).

nombre de distances suffisant pour déterminer toutes les inconnues. Ce système est évidemment plus compliqué, au point de vue analytique, que celui des points libres; mais peut-être plus facile à réaliser pratiquement, surtout pour trois points, puisque l'on pourrait prendre le soleil, la terre et la lune. Ainsi, une étude minutieuse du mouvement de ces trois corps (supposés réduits à trois points) pourrait conduire à la construction d'un système sans rotation ni accélération, et faire constater directement le mouvement de rotation de la terre.

Lorsqu'un pareil système de comparaison a été construit d'une manière quelconque, par exemple au moyen de trois points libres, ce qui est la méthode la plus simple, il faut admettre que les autres points libres décrivent aussi des droites, d'un mouvement uniforme, par rapport à ce système de comparaison, et c'est en cela que consiste le principe de l'inertie. J'ai donné des détails à ce sujet dans mon ouvrage précité. Ce principe, habituellement exprimé en disant que les points libres décrivent des droites, se trouve ainsi complètement expliqué quant à la partie qui était inintelligible *à priori;* et quant à l'autre partie, c'est-à-dire la notion de point libre, je n'ai fait, au fond, que la conserver.

§ II. LES TROIS MANIÈRES D'ENVISAGER LA MÉCANIQUE. — LES PRINCIPES FONDAMENTAUX EN MÉCANIQUE ANALYTIQUE ET EN MÉCANIQUE RATIONNELLE

La science appelée mécanique peut être exposée et étudiée de trois manières différentes. Nous les appellerons : la mécanique analytique, la mécanique rationnelle, la mécanique physique.

La mécanique analytique ne diffère de la cinématique que par l'introduction des points *matériels*, ayant chacun un coefficient constant (*) de résistance à l'accélération, appelé *masse.*

On appelle *force* le produit de la masse par l'accélération ; et de même qu'en cinématique les accélérations étaient toujours des accélérations *apparentes,* c'est-à-dire relatives à un système de

(*) On pourrait le supposer variable. Nous n'entrerons pas dans cet ordre d'idées.

comparaison invariable, mais quelconque ; de même, en mécanique analytique, les forces sont toujours des forces *apparentes*, relatives au système de comparaison choisi.

On peut introduire, soit en mécanique analytique, soit dès la cinématique, la composition des forces ou des accélérations, c'est-à-dire la loi de formation de l'accélération résultante, lors de l'action simultanée de deux causes qui, séparément, produiraient des accélérations données, par rapport au système de comparaison.

M. Mansion énonce ainsi cette loi de composition : " En mécanique expérimentale, quand on connaît l'effet de deux forces, au sens métaphysique, c'est-à-dire de deux causes altératrices du mouvement rectiligne uniforme, chacune agissant séparément, on connaît aussi les forces mathématiques correspondantes et, par suite, la résultante de celles-ci. L'action simultanée des deux causes altératrices du mouvement rectiligne uniforme peut être égale à la déviation correspondant à la résultante dont il vient d'être question, ou peut être différente. Dans le dernier cas, on dit que l'action simultanée des deux forces, au sens métaphysique, fait naître une troisième force telle que le *principe de l'indépendance des effets des forces* (métaphysiques) soit vérifié. „ (ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, 16e année, 1891-1892, 1re partie, p. 83).

Ce que M. Mansion appelle ici la troisième force naissant des deux autres comprend les forces appelées force d'entraînement et force complémentaire ou force centrifuge composée, dans l'énoncé du théorème de Coriolis (*).

Il est certain que l'on peut trouver une loi de composition des accélérations ou des forces (par rapport à un système donné) ne comprenant que les coordonnées du point (matériel) d'application par rapport à trois axes liés à ce système, la vitesse relative de ce point, et un nombre limité de constantes, c'est-à-dire de coefficients indépendants de la position du point matériel.

(*) Il est bien entendu que je donne ici aux idées exprimées par M. Mansion l'interprétation nécessaire pour les rendre exactes d'après ma manière de voir, et sans prétendre que je reste absolument fidèle à sa pensée. Pour la connaître, ce sont ses articles et non les miens qu'il faut lire.

Mais il est certain aussi que l'on n'a pu obtenir cette loi qu'en combinant la considération (exprimée ou sous-entendue) du système immobile avec le théorème de Coriolis, ou avec des théories équivalentes.

Quoi qu'il en soit, cette loi de composition des forces, considérée abstraction faite de son origine, n'est autre chose qu'une *convention*, une *définition* de la composition des forces concourantes. On lui donne généralement le nom de *principe de l'indépendance* des forces entre elles et par rapport au mouvement antérieurement acquis.

Puisque la force n'est, comme nous l'avons dit, que le produit d'une masse par une accélération, la force et l'accélération sont toujours nulles en même temps. Donc un point matériel sur lequel n'agit aucune force n'a pas d'accélération, c'est-à-dire qu'il décrit une droite fixe (*) d'un mouvement uniforme. C'est le *principe de l'inertie*, mais on voit de nouveau qu'en mécanique analytique il se réduit à une question de définition.

La mécanique analytique, telle que nous l'entendons, ne doit pas invoquer d'autres principes que ceux de l'indépendance et de l'inertie; quand elle le fait inconsciemment, et en outre quand elle applique le principe de l'indépendance dans un sens autre que celui qui a été indiqué plus haut, elle sort de son domaine, et les résultats qu'elle obtient ne sont plus applicables par rapport à des axes de comparaison quelconques. Elle sort, sans le vouloir, du relatif, qui d'après ses auteurs (**) est seul réel, et entre dans l'absolu, dont ils nient l'existence (***).

La mécanique physique, à l'inverse de la mécanique analytique, considère la force, non pas comme un simple produit de deux quantités, mais comme une réalité objective, une notion première qu'il faut admettre, ou qu'il est très utile d'admettre, pour l'explication des faits naturels.

(*) *Fixe*, par rapport au système de comparaison adopté.

(**) Ou quelques-uns de ses auteurs. Voir Duhamel : *Des méthodes dans les sciences de raisonnement*. t. IV, p. 224.

(***) Voir à ce sujet Vicaire : *Observations sur le Traité de mécanique de Kirchhoff*, p. 16 (Bulletin de la Société philomatique de Paris, 8e série, t. IX, 1896-1897), ainsi que mes deux mémoires cités.

Elle admet en outre les principes physiques nécessaires pour la solution des questions qu'elle se pose.

On entend généralement par *mécanique rationnelle* cette branche de la mécanique physique dans laquelle les principes physiques, admis en outre de la notion première de la force, se réduisent à trois :

1° Les principes de l'*indépendance* et de l'*inertie,* mais entendus dans un sens autre qu'en mécanique analytique;

2° Un principe spécial, celui de la *réaction* (ou de l'égalité entre l'action et la réaction), lequel n'aurait aucun sens en mécanique purement analytique (*).

Nous ne nous occuperons, dans la suite de cette étude, que de la mécanique rationnelle, et nous allons indiquer la signification précise de ses principes.

Nous commencerons, contrairement à ce qui est l'usage dans beaucoup de traités, par le principe de l'inertie, parce qu'il se confond en réalité avec la notion première de la force.

Notion première de la force ou principe de l'inertie

" Nous concevons que des forces s'exercent sur tel ou tel point matériel, indépendamment des mouvements que ces forces déterminent par rapport à tel ou tel système de comparaison. Nous concevons aussi qu'un point soit libre, c'est-à-dire débarrassé de l'action de toute force (**). "

(*) M. Mansion nous dit cependant : " Dans ce mode d'exposition, on ne range pas parmi les principes généraux de la mécanique rationnelle celui qui porte le nom de principe de l'*égalité de l'action et de la réaction*. Ce principe semble appartenir plutôt à la mécanique physique (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 16e année, 1891-1892, 1re partie, p. 84); puis en note au bas de la page : " Peut-être est-il aussi conventionnel que les autres et est-il équivalent à une définition précise du point d'émanation d'une force. "

Je me garderai bien de répondre par le mot *impossible;* mais il est aisé de voir que la transformation du principe de la réaction en une règle relative à un système quelconque serait un problème autrement complexe que la transformation du principe de l'indépendance. Jusqu'à preuve du contraire, j'admettrai que le principe de la réaction, en tant qu'utilisable, n'a pas son équivalent en mécanique analytique.

(**) *Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique,* 1878, pp. 170 et 171.

Si l'on admet cela, on peut ensuite définir un *système de comparaison immobile* (*) en disant que c'est celui par rapport auquel tout point libre décrit une ligne droite d'un mouvement uniforme (**).

Si, au contraire, on n'admettait pas la notion première du point libre, on serait condamné à la remplacer par la notion première du système immobile; on appellerait alors point libre celui qui décrit une ligne droite d'un mouvement uniforme par rapport au système immobile; et les forces (appelées alors forces absolues) se mesureraient au moyen des accélérations relatives au système immobile. Les deux explications sont inverses l'une de l'autre. Nous préférons la première, mais quelle que soit celle que l'on adopte, il reste acquis que :

Tout point libre, c'est-à-dire sur lequel n'agit aucune force, décrit une ligne droite d'un mouvement uniforme, par rapport à un système immobile.

C'est le véritable énoncé du principe de l'inertie en mécanique rationnelle. Il diffère de l'énoncé de la mécanique analytique par le choix du système de comparaison et le sens du mot *force*.

Quand on définit le système immobile au moyen de points libres, il suffit de trois points libres donnés pour déterminer, dans la suite du temps, les positions d'un système immobile (***) et alors il faut admettre que tous les autres points libres décrivent aussi des droites par rapport à ce système.

Il va sans dire qu'en mécanique rationnelle, on peut aussi appliquer le principe de l'inertie dans le même sens qu'en mécanique analytique, c'est-à-dire par rapport à un système quelconque.

Il s'agit alors des forces apparentes, ou relatives à ce système, tandis que quand on prend pour système de comparaison le système immobile, il s'agit de forces absolues.

(*) C'est-à-dire sans rotation ni accélération.

(**) Plus généralement, on peut dire qu'un système immobile est celui par rapport auquel les trois principes de la mécanique rationnelle se vérifient rigoureusement ; mais pour déterminer un système immobile, il suffit du principe de l'inertie, même appliqué à trois points seulement.

(***) *Essai* cité, pp. 171 et 172.

Principe de l'indépendance des effets des forces

De même que par rapport à un système quelconque, les forces agissant sur un point matériel se composent suivant une loi déterminée (mais compliquée), de même par rapport au système immobile, qui doit jouir de toutes les propriétés des systèmes quelconques, les forces absolues se composent aussi suivant une loi déterminée. Mais celle-ci est plus simple que dans le cas général. Les termes complémentaires disparaissent, et la résultante mécanique des deux forces se confond avec leur résultante géométrique.

En outre, le principe n'est pas ici une simple conséquence des définitions; c'est-à-dire que les forces absolues ne sont pas seulement les forces prises par rapport au système immobile; ce sont aussi les forces ou actions naturelles auxquelles le point matériel est réellement soumis, suivant la notion première de pareilles forces (*).

En résumé, on admet la notion physique suivante : Si différentes forces ou actions naturelles, agissant séparément sur un point matériel, lui communiquent, par rapport à un système immobile, différentes accélérations; ces mêmes forces, agissant simultanément sur le même point, lui communiqueraient, par rapport à ce même système, une accélération qui serait la résultante géométrique des premières (**).

(*) C'est pourquoi nous avons dit, même pour le principe de l'inertie (p. 234), qu'il diffère de celui de la mécanique analytique, non seulement par l'introduction du système immobile, mais aussi par le sens du mot *force*. Rigoureusement parlant, on pourrait cependant, même en mécanique rationnelle, ne définir la force que comme produit de la masse par l'accélération, après avoir admis la notion première du système immobile.

(**) C'est le principe du parallélogramme des forces, ou principe de Simon Stevin, que l'on admet aujourd'hui, dans la plupart des cours de mécanique, comme principe expérimental ou hypothétique. Il en existe cependant un grand nombre de démonstrations ingénieuses, à commencer par celle de l'inventeur du principe. Mais on y a généralement renoncé aujourd'hui et non sans raisons.

M. Vicaire ne paraît pas partager cet avis (*Observations sur le traité de méca-*

Il va sans dire qu'en mécanique rationnelle on peut aussi appliquer le principe de l'indépendance dans le même sens qu'en mécanique analytique, c'est-à-dire par rapport à un système quelconque.

Il s'agit alors des forces apparentes, ou relatives à ce système, tandis que quand on prend comme système de comparaison le système immobile, il s'agit des forces absolues (*).

Principe de la réaction égale et contraire à l'action

Lorsqu'un point matériel exerce sur un autre point matériel une action représentée par une force, réciproquement le second point réagit sur le premier et donne naissance à une force égale et contraire, appelée réaction. L'action et la réaction ont comme direction commune la droite qui joint les deux points.

Le troisième principe est d'une autre nature, d'une nature plus physique que les deux précédents. Non seulement il n'est vrai que pour les forces absolues, ou mesurées par rapport à un système immobile, donc en mécanique rationnelle, mais il n'a pas, comme les deux autres principes, son équivalent dans la mécanique purement analytique (**).

---

nique de G. Kirchhoff, déjà citées, p. 23, et ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES, 20e année, 1895-1896, 1re partie, p. 16); mais il oublie peut-être un peu dans ces passages son système immobile, auquel tout doit être rapporté.

Dans les démonstrations du parallélogramme, on ne voit pas trop comment s'introduit la condition de l'immobilité du système de comparaison; et cependant, si cette condition n'est pas réalisée, le résultat n'est pas exact.

(*) Le mode d'exposition préconisé ici fait disparaître toutes les difficultés relatives aux principes de la mécanique analytique et de la mécanique rationnelle. Les principes de la première sont une suite des définitions. Dans ceux de la seconde, on affirme simplement, au nom de l'expérience, que ce qui a été défini en mécanique analytique se présente réellement dans la nature.

(**) « Plus d'un lecteur familiarisé avec les raisonnements et les procédés de la mécanique traditionnelle, se demandera peut-être comment on peut se passer du troisième principe et n'être pas arrêté dès le premier pas. La réponse est

On pourrait bien mesurer, par rapport à un système quelconque, les forces apparentes correspondant aux actions mutuelles des deux points, mais ces forces apparentes ne seraient pas égales et contraires. Elles ne seraient pas non plus dirigées suivant la droite qui joint les deux points.

Il en résulte que chaque fois que l'on aura admis, dans la solution d'un problème, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, ou même chaque fois que l'on aura admis simplement que l'action exercée par un point matériel sur un autre est nécessairement dirigée suivant la droite qui joint ces deux points (*), les résultats ne seront plus applicables que par rapport au système de comparaison immobile, et non plus par rapport à un système de comparaison quelconque.

Pendant toute l'étude de la mécanique, on devra avoir présentes à l'esprit les explications que nous venons de donner sur les trois principes, et rechercher constamment quels sont les principes qui ont été réellement employés, afin de savoir toujours si les résultats obtenus appartiennent aussi bien à la mécanique analytique qu'à la mécanique rationnelle, ou bien s'ils ne sont applicables que dans cette dernière science.

On pourra aussi, pendant l'étude de la mécanique, se préoccuper de réaliser des systèmes immobiles d'une manière pratique, tandis que nous les avons définis par le principe de l'inertie, ou par des points libres, ce qui est une abstraction (**).

On pourra enfin examiner ce que deviendraient les résultats

---

bien simple : on applique le principe sans le dire „ (Vicaire, *Observations sur le Traité de mécanique de G. Kirchhoff*, p. 27).

" Dès le premier pas „ est peut-être un peu exagéré, mais il y a beaucoup de vrai dans l'observation. Voir, au § Ier, la reproduction de mes critiques de 1878 et de 1887.

(*) Ou encore chaque fois que l'on aura appliqué le principe de l'indépendance ou de la composition des forces, sous sa forme simplifiée.

(**) Au lieu de définir le système immobile par le principe de l'inertie, on aurait pu le définir par l'égalité de l'action et de la réaction; on aurait pu aussi le définir par les deux principes à la fois (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, 16e année, 1891-1892, p. 85); ou par les trois principes, comme cela est dit plus haut; ou enfin par une combinaison quelconque d'un ou de deux principes.

relatifs à l'énergie des points matériels si le système de comparaison était remplacé par un autre, immobile comme le premier dans le sens conventionnel que nous avons donné à cette expression, mais possédant cependant, par rapport au premier système, un mouvement de translation rectiligne uniforme.

LES THÉORIES ÉLECTRIQUES

DE

J. CLERK MAXWELL

ÉTUDE HISTORIQUE ET CRITIQUE

PAR

M. P. DUHEM

Professeur de physique théorique
à la Faculté des Sciences de l'Université de Bordeaux

Introduction

I

Au milieu de ce siècle, l'électrodynamique semblait fondée en toutes ses parties essentielles. Éveillé par l'expérience d'Œrstedt, le génie d'Ampère avait créé et porté à un haut degré de perfection l'étude des forces qui s'exercent soit entre deux courants, soit entre un courant et un aimant ; Arago avait découvert l'aimantation par les courants ; Faraday avait mis en lumière les phénomènes d'induction électrodynamique et d'induction électromagnétique ; Lenz avait comparé le sens des actions électro-

motrices des courants au sens de leurs actions pondéromotrices; cette comparaison avait fourni à F. E. Neumann le point de départ d'une théorie de l'induction; cette théorie, W. Weber l'avait formulée de son côté, en s'appuyant sur des hypothèses relatives à la loi générale des forces électriques; enfin, H. Helmholtz d'abord, W. Thomson ensuite, avaient tenté de passer des lois d'Ampère aux lois découvertes par F. E. Neumann et par W. Weber, en prenant pour intermédiaire le principe, nouvellement affirmé, de la conservation de l'énergie.

Deux objets seulement semblaient s'offrir à l'activité du physicien désireux de travailler au progrès de l'électrodynamique et de l'électromagnétisme.

Le premier de ces objets était le développement des conséquences implicitement contenues dans les principes qui venaient d'être posés; à la poursuite de cet objet, les géomètres employèrent toutes les ressources de leur analyse; les expérimentateurs mirent en œuvre leurs méthodes de mesure les plus précises; les industriels prodiguèrent l'ingéniosité de leur esprit inventif; et, bientôt, l'étude du courant électrique devint le chapitre le plus riche et le plus vaste de la physique tout entière.

Le second de ces objets, d'une nature plus spéculative et plus philosophique, était la réduction à une commune loi des principes de l'électrostatique et des principes de l'électrodynamique. Ampère lui-même l'avait proposé aux efforts des physiciens :

" Il est donc complètement démontré, disait-il (*), qu'on ne saurait rendre raison des phénomènes produits par l'action de deux conducteurs voltaïques, en supposant que des molécules électriques agissant en raison inverse du carré de la distance fussent distribuées sur les fils conducteurs, de manière à y demeurer fixées et à pouvoir, par conséquent, être regardées comme invariablement liées entre elles. On doit en conclure que ces phénomènes sont dus à ce que les deux fluides électriques parcourent continuellement les fils conducteurs, d'un mouvement

(*) Ampère, *Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience*, Paris, 1826. Deuxième édition (Paris, 1883), pp. 96 et sqq.

extrêmement rapide, en se réunissant et se séparant alternativement dans les intervalles des particules de ces fils... „

“ C'est seulement dans le cas où l'on suppose les molécules électriques en repos dans les corps où elles manifestent leur présence par les attractions ou répulsions produites par elles entre ces corps, qu'on démontre qu'un mouvement uniformément accéléré ne peut résulter de ce que les forces qu'exercent les molécules électriques dans cet état de repos ne dépendent que de leurs distances mutuelles. Quand l'on suppose, au contraire, que, mises en mouvement dans les fils conducteurs par l'action de la pile, elles y changent continuellement de lieu, s'y réunissent à chaque instant en fluide neutre, se séparent de nouveau et vont se réunir à d'autres molécules du fluide de nature opposée, il n'est plus contradictoire d'admettre que des actions en raison inverse des carrés des distances qu'exerce chaque molécule, il puisse résulter entre deux éléments de fils conducteurs une force qui dépende non seulement de leur distance, mais encore des directions des deux éléments suivant lesquelles les molécules électriques se meuvent, se réunissent à des molécules de l'espèce opposée, et s'en séparent l'instant suivant pour aller s'unir à d'autres... „

“ S'il était possible, en partant de cette considération, de prouver que l'action mutuelle des deux éléments est, en effet, proportionnelle à la formule par laquelle je l'ai représentée, cette explication du fait fondamental de toute la théorie des phénomènes électrodynamiques devrait évidemment être préférée à toute autre... „

A la question qu'Ampère avait seulement posée, Gauss (*) formula une réponse qu'il ne publia point; l'action répulsive mutuelle de deux charges électriques ne dépend pas seulement de leur distance, mais encore de la vitesse du mouvement relatif de l'une par rapport à l'autre; lorsque les deux charges sont en repos relatif, cette action se réduit à la force inversement proportionnelle au carré de la distance, connue depuis Coulomb; lorsque, au contraire, deux fils conducteurs sont, l'un et l'autre, le siège de deux flux électriques entraînant en sens opposé, avec une égale

(*) C. F. Gauss, *Werke*, Bd. V, p. 616.

vitesse, l'un l'électricité positive et l'autre l'électricité négative, ces deux fils conducteurs s'attirent l'un l'autre suivant la loi d'Ampère.

Gauss s'était contenté de jeter sur le papier une formule qui répondait à la question d'Ampère; son illustre élève, W. Weber (*), imagina une formule analogue et en tira toutes les conséquences; selon Weber, l'action mutuelle de deux charges électriques dépend non seulement de leur distance, mais encore des deux premières dérivées de cette distance par rapport au temps; reproduisant la loi de Coulomb lorsqu'on l'applique aux phénomènes électrostatiques, la formule de Weber indique que deux éléments de courant s'attirent suivant la formule d'Ampère; en outre, elle fournit une théorie mathématique complète de l'induction électrodynamique, théorie conforme de tout point à celle que F. E. Neumann découvrait au même moment, en s'inspirant des méthodes d'Ampère.

Grande fut tout d'abord la vogue de la doctrine de Weber; la plupart des physiciens jugèrent, selon le mot d'Ampère, que " cette explication du fait fondamental de toute la théorie des phénomènes électrodynamiques devait être préférée à toute autre ".

Toutefois, cette doctrine ne justifia pas les espérances qu'elle avait tout d'abord suscitées; bien que G. Kirchhoff (**) en ait tiré, pour l'induction au sein des conducteurs d'étendue finie en toutes dimensions, une théorie qui a servi de précurseur aux recherches de Helmholtz, elle ne conduisit à la découverte d'aucun fait nouveau; et, peu à peu, désespérés de la stérilité des spéculations touchant les actions qu'exercent les charges électriques en mouvement, les physiciens en détournèrent leur attention qui n'y put être ramenée ni par les hypothèses de B. Riemann, ni par les recherches de R. Clausius.

(*) Weber, *Elektrodynamische Maassbestimmungen*, I, Leipzig, 1846.

(**) G. Kirchhoff, *Ueber die Bewegung der Elektricität in Leitern* (Poggendorff's Annalen, Bd. CII, 1857).

II

L'électrodynamique apparaissait donc, en 1860, comme un vaste pays dont de hardis explorateurs ont reconnu toutes les frontières; l'étendue exacte de la contrée semblait connue; il ne restait plus qu'à étudier minutieusement chacune de ses provinces et à exploiter les richesses qu'elle promettait à l'industrie.

Cependant, en 1861, à cette science qui semblait si complètement maîtresse de son domaine, une région nouvelle et immense fut ouverte; et l'on put croire alors, beaucoup pensent encore aujourd'hui, que cette extension subite devait non pas seulement accroître l'électrodynamique, mais encore bouleverser les parties de cette doctrine que l'on regardait comme constituées d'une manière à peu près définitive.

Cette révolution était l'œuvre d'un physicien écossais, James Clerk Maxwell.

Reprenant et développant d'anciennes idées d'Œpinus et de Cavendish, Faraday avait créé, à côté de l'électrostatique des corps conducteurs, l'électrostatique des corps isolants ou, selon le mot qu'il a introduit en physique, des corps *diélectriques;* mais nul n'avait fait entrer ces corps en ligne de compte dans les spéculations de l'électrodynamique. Maxwell créa l'électrodynamique des corps diélectriques; il imagina que les propriétés d'un diélectrique, à un instant donné, ne dépendaient pas seulement de la polarisation de ce corps à cet instant, mais encore de la vitesse avec laquelle la polarisation varie de cet instant au suivant; il supposa que cette vitesse engendrait des forces pondéromotrices et électromotrices semblables à celles qu'engendre le flux électrique; au *flux de conduction,* il compara le *flux de polarisation* ou, selon son expression, le *flux de déplacement.*

Non seulement les flux de déplacement exercent, dans les corps conducteurs, des actions inductrices semblables à celles des flux de conduction, mais encore les forces électromotrices de ces deux sortes de flux, qui, dans un corps conducteur, donnent naissance à un courant, polarisent les diélectriques en lesquels elles agissent.

Les équations que tire de ces hypothèses une méthode où les propriétés électrodynamiques des corps entrent seules en ligne de

compte, offrent des caractères surprenants ; selon ces équations, les lois qui régissent la propagation des flux de déplacement dans un milieu diélectrique sont exactement celles auxquelles obéissent les déplacements infiniment petits d'un corps parfaitement élastique; en particulier, les flux de déplacement uniformes se comportent absolument comme les vibrations de l'éther auxquelles l'optique attribuait alors les phénomènes lumineux.

Mais il y a plus. La vitesse de propagation des flux de déplacement dans le vide peut être mesurée par des expériences purement électriques; et cette vitesse, ainsi déterminée, se trouve être numériquement égale à la vitesse de la lumière dans le vide. Dès lors, ce n'est plus une simple analogie entre les flux de déplacement uniformes et les vibrations lumineuses qui s'impose à l'esprit du physicien; invinciblement, il est amené à penser que les vibrations lumineuses n'existent pas; qu'à des flux de déplacement périodiques il faut attribuer les phénomènes que ces vibrations servaient à expliquer, souvent d'une manière moins heureuse; créant ainsi la *Théorie électromagnétique de la lumière,* Maxwell fait de l'optique une province de l'électrodynamique.

Surprenante par ses conséquences, l'électrodynamique inaugurée par Maxwell l'était plus encore par la voie insolite qu'avait suivie son auteur pour l'introduire dans la science.

La théorie physique est une construction symbolique de l'esprit humain, destinée à donner une représentation, une synthèse aussi complète, aussi simple et aussi logique que possible des lois que l'expérience a découvertes. A chaque qualité nouvelle des corps, elle fait correspondre une grandeur dont les diverses valeurs servent à repérer les divers états, les intensités diverses de cette qualité; entre les différentes grandeurs qu'elle considère, elle établit des liens au moyen de propositions mathématiques qui lui paraissent traduire les propriétés les plus simples et les plus essentielles des qualités dont ces grandeurs sont les signes; puis, tirant de ces *hypothèses,* par un raisonnement rigoureux, les conséquences qui y sont implicitement contenues, elle compare ces conséquences aux lois que l'expérimentateur a découvertes; lorsqu'un grand nombre de ces conséquences théoriques représentent, d'une manière très approchée, un grand nombre de lois expérimentales, la théorie est bonne.

La théorie doit donner du monde physique une description aussi simple que possible; elle doit donc restreindre autant qu'il est en son pouvoir le nombre des propriétés qu'elle regarde comme des qualités irréductibles et qu'elle figure au moyen de grandeurs particulières, le nombre des lois qu'elle regarde comme premières et dont elle fait des hypothèses. Elle ne doit faire appel à une nouvelle grandeur, accepter une hypothèse nouvelle que lorsqu'une inéluctable nécessité l'y contraint.

Lors donc que le physicien découvre des faits inconnus jusqu'à lui, lorsque ses expériences lui ont permis de formuler des lois que la théorie n'avait pas prévues, il doit tout d'abord rechercher avec le plus grand soin si ces lois peuvent être présentées, au degré d'approximation requis, comme des conséquences des hypothèses admises. C'est seulement après avoir acquis la certitude que les grandeurs traitées jusque-là par la théorie ne peuvent servir de symboles aux qualités observées, que des hypothèses reçues ne peuvent découler les lois établies, qu'il est autorisé à enrichir la physique d'une grandeur nouvelle, à la compliquer d'une nouvelle hypothèse.

Ces principes sont l'essence même de nos théories physiques. Si l'on venait à y manquer, la difficulté qui se rencontre souvent à reconnaître qu'une loi, découverte par l'observation, découle ou non des hypothèses admises, jointe à une paresse d'esprit trop fréquente, mènerait les physiciens à regarder chaque propriété nouvelle comme une qualité irréductible, chaque loi nouvelle comme une hypothèse première, et notre science mériterait bientôt tous les reproches que les contemporains de Galilée et de Descartes adressaient à la physique de l'École.

Les fondateurs de l'électrodynamique se sont conformés soigneusement à ces principes. Pour représenter les propriétés des corps électrisés, il avait suffi à Coulomb et à Poisson de faire usage d'une seule grandeur, la charge électrique, d'imposer aux charges électriques une seule hypothèse, la loi de Coulomb. Lorsque Ampère eut découvert que des actions attractives ou répulsives s'exerçaient entre des fils parcourus par des courants électriques, les physiciens recherchèrent tout d'abord si l'on ne pouvait représenter ces actions au moyen de charges électriques convenablement distribuées sur les fils et se repoussant selon la

formule de Coulomb; Ampère s'efforça à cette tentative; il n'y renonça point que certains faits d'expérience, et notamment les phénomènes de rotation électromagnétique, découverts par Faraday, ne lui eussent prouvé clairement qu'elle ne pouvait réussir; alors seulement il voulut que l'intensité du courant électrique prît place auprès de la charge électrique, alors seulement il proclama que les lois de l'électrodynamique étaient des lois premières, au même titre que la loi de Coulomb.

Pour créer l'électrodynamique des corps diélectriques, Maxwell suivit une marche inverse.

Au moment où Maxwell introduisit en électrodynamique une grandeur nouvelle, le flux de déplacement, au moment où il marqua, comme des hypothèses essentielles, la forme mathématique des lois auxquelles cette grandeur devait être soumise, aucun phénomène dûment constaté n'exigeait cette extension de la théorie des courants; celle-ci suffisait à représenter, sinon tous les phénomènes jusqu'alors connus, du moins tous ceux dont l'étude expérimentale était arrivée à un degré suffisant de netteté. Nulle nécessité logique ne pressait Maxwell d'imaginer une électrodynamique nouvelle; pour guides, il n'avait que des analogies, le désir de doter l'œuvre de Faraday d'un prolongement semblable à celui que l'œuvre de Coulomb et de Poisson avait reçu de l'électrodynamique d'Ampère, peut-être aussi un instinctif sentiment de la nature électrique de la lumière. Il fallut de longues années de recherches et le génie d'un Hertz pour que fussent découverts les phénomènes que traduisaient ses équations, pour que sa théorie cessât d'être une forme vide de toute matière.

Avec une imprudence inouïe, Maxwell avait renversé l'ordre naturel selon lequel évolue la physique théorique; il ne vécut pas assez pour voir les découvertes de Hertz transformer son audace téméraire en prophétique divination.

III

Entrée dans la science par une voie insolite, l'électrodynamique de Maxwell ne paraît pas moins étrange lorsqu'on en suit les développements dans les écrits de son auteur.

Remarquons tout d'abord que les écrits de Maxwell exposent non pas une seule électrodynamique, mais au moins trois électrodynamiques distinctes.

Le premier écrit de Maxwell (*) a pour objet de mettre en claire lumière l'analogie entre les équations qui régissent diverses branches de la physique, analogie qui lui semble propre à suggérer des inventions nouvelles. « Par analogie physique, dit-il, j'entends cette ressemblance entre les lois d'une science et les lois d'une autre science qui fait que l'une des deux sciences peut servir à illustrer l'autre. » L'analogie, déjà remarquée par Huygens, entre l'acoustique et l'optique, a grandement contribué au progrès de celle-ci. Maxwell prend pour point de départ la théorie de la conductibilité calorifique ou plutôt la théorie du mouvement d'un fluide dans un milieu résistant, simple changement de notation qui n'altère point la forme des équations; de ces équations, par voie d'analogie, Ohm avait déjà tiré les lois du mouvement électrique dans les corps conducteurs; par un procédé semblable, Maxwell en déduit une théorie de la polarisation des corps diélectriques.

Le premier mémoire de Maxwell se proposait seulement d'*illustrer* la théorie des diélectriques par la comparaison des équations qui la régissent avec les équations qui régissent certaines autres parties de la physique; le second (**) a pour objet de constituer un *modèle mécanique* qui *figure* ou *explique* (pour un physicien anglais, les deux mots ont le même sens) (***) les actions électriques et magnétiques.

On connaît la constitution que, dans ce mémoire, Maxwell

(*) J. Clerk Maxwell, *On Faraday's Lines of Force*, lu à la Société philosophique de Cambridge le 10 décembre 1855 et le 11 février 1856 (Transactions of the Cambridge philosophical Society, vol. X, part. I, pp. 27 à 83. — The scientifics Papers of James Clerck Maxwell, t. I, pp. 156 à 219; Cambrigde, 1890),

(**) J. Clerk Maxwell, *On physical Lines of Force* (Philosophical Magazine, 4e série, t. XXI, pp. 161 à 175, 281 à 291, 338 à 348; 1861. Tome XXIII, pp. 12 à 24, 85 à 95; 1862. — The scientifics Papers of James Clerk Maxwell, tome I, pp. 451 à 513; Cambrigde, 1900).

(***) *L'Ecole anglaise et les Théories physiques* (Revue des Questions scientifiques, 2e série, tome II, 1893).

attribue à tous les corps : Des *cellules,* dont les parois très minces sont formées d'un solide parfaitement élastique et incompressible, renferment un fluide parfait, incompressible également, qu'animent de rapides mouvements tourbillonnaires. Ces mouvements tourbillonnaires représentent les phénomènes magnétiques; en chaque point, l'axe instantané du mouvement tourbillonnaire marque la direction de l'aimantation; la force vive du mouvement de rotation du fluide qui remplit un élément de volume est proportionnelle au moment magnétique de cet élément de volume. Quant au solide élastique qui forme les cloisons des cellules, les forces qui agissent sur lui le déforment de diverses manières; les *déplacements* qu'éprouvent ses diverses parties représentent la *polarisation* introduite par Faraday pour rendre compte des propriétés des milieux diélectriques.

Laisser de côté toute hypothèse sur la constitution mécanique des milieux où se produisent les phénomènes électriques et magnétiques; prendre pour point de départ unique les lois que l'expérience a solidement établies et que tous les physiciens acceptent; transformer ensuite par l'analyse mathématique les conséquences de ces lois de manière que les formules qui les expriment soient, pour ainsi dire, calquées sur les équations auxquelles conduit l'hypothèse des cellules; mettre ainsi en évidence l'équivalence absolue entre cette interprétation mécanique et les théories électriques communément admises; amener par là cette doctrine au plus haut degré de probabilité que puisse atteindre une pareille explication; tel paraît avoir été le but de Maxwell dans ses publications ultérieures touchant l'électricité; tel est, semble-t-il, le principal objet du grand mémoire intitulé : *A dynamical Theory of the electromagnetic Field* (*) et du *Traité d'Électricité et de Magnétisme* (**) dont ce mémoire énonce, en quelque sorte, le programme.

(*) J. Clerk Maxwell, *A dynamical Theory of the electromagnetic Field*, lu à la Société royale de Londres le 8 décembre 1864 (PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS, vol. CLV, pp. 459 à 512; 1865. — THE SCIENTIFICS PAPERS OF JAMES CLERK MAXWELL, t. I, pp. 526 à 597; Cambridge, 1890).

(**) J. Clerk Maxwell, *Treatise of Electricity and Magnetism*, 1re édition, Londres, 1873. — 2e édition, Londres, 1881. — Traduit en français par G. Seligmann-Lui, Paris, 1885-1889.

« Dans ce traité, écrit-il en tête de la première édition, je me propose de décrire les plus importants des phénomènes, de montrer comment on peut les soumettre à la mesure et de rechercher les relations mathématiques qui existent entre les quantités mesurées. Ayant ainsi obtenu les données d'une théorie mathématique de l'électromagnétisme et ayant montré comment cette théorie peut s'appliquer au calcul des phénomènes, je m'efforcerai de mettre en lumière, aussi clairement qu'il me sera possible, les rapports qui existent entre les formes mathématiques de cette théorie et celles de la science fondamentale de la dynamique; de la sorte, nous serons, dans une certaine mesure, préparés à définir la nature des phénomènes dynamiques parmi lesquels nous devons chercher des analogies ou des explications des phénomènes électromagnétiques. »

Comparaison entre les formes mathématiques, par lesquelles sont symbolisées diverses branches de la physique; construction de mécanismes propres à imiter des effets qu'il semble malaisé de réduire à la figure et au mouvement; groupement des lois expérimentales en théories composées à l'image de la dynamique; autant de méthodes qu'il est légitime de suivre, pourvu qu'on le fasse avec rigueur et précision; pourvu que le désir de mettre les lois solidement assises sous la forme qu'a fait prévoir l'analogie algébrique ou l'interprétation mécanique, n'entraîne jamais l'altération ni le rejet d'une partie, si minime soit-elle, de ces lois. Ces méthodes, d'ailleurs, semblent singulièrement propres à éclairer la partie de la physique à laquelle on les applique toutes trois, lorsque leurs conclusions se confondent en un harmonieux accord.

Cet accord, malheureusement, ne se rencontre point dans l'œuvre de Maxwell. Les diverses théories du physicien écossais sont inconciliables avec la doctrine traditionnelle; elles sont inconciliables entre elles. A chaque instant, entre les lois les mieux établies, les plus universellement acceptées, de l'électricité, du magnétisme, et les équations qu'impose l'analogie algébrique ou l'interprétation mécanique, le désaccord éclate, criant; à chaque instant, il semble que la suite même de ses raisonnements et de ses calculs va acculer Maxwell à une impossibilité, à une contradiction; mais au moment où la contradiction va

devenir manifeste, où l'impossibilité va sauter à tous les yeux, Maxwell fait disparaître un terme gênant, change un signe inacceptable, transforme le sens d'une lettre; puis, le pas dangereux franchi, la nouvelle théorie électrique, enrichie d'un paralogisme, poursuit ses déductions.

On a prononcé (*), au sujet des procédés de démonstration employés par Maxwell, le mot de " coup de pouce „ ; nous ne voulons pas souscrire à ce jugement; les fautes de Maxwell à l'encontre de la logique étaient, nous le devons croire, des fautes inconscientes; mais, il faut le reconnaître, jamais physicien de renom n'a été, plus que Maxwell, aveuglément épris de ses propres hypothèses, plus que lui sourd aux démentis des vérités acquises; nul n'a plus complètement méconnu les lois qui président au développement rationnel des théories physiques. " J'ai fait l'office d'avocat plutôt que de juge, „ écrit quelque part (**) l'auteur du *Traité d'Électricité et de Magnétisme;* il a été, pour son explication dynamique des phénomènes électriques, l'avocat opiniâtrément convaincu du bon droit de son client; il a fait rigoureuse abstraction des témoins à charge; il a oublié qu'au moment de soumettre une hypothèse au contrôle souverain des lois que l'expérience a vérifiées, le physicien doit être, pour ses propres idées, le plus impartial et le plus sévère des juges.

IV

Dans la préface de l'un des ouvrages (***) qu'il a consacrés à l'œuvre de Maxwell, M. H. Poincaré s'exprime ainsi :

" La première fois qu'un lecteur français ouvre le livre de Maxwell, un sentiment de malaise, et souvent même de défiance, se mêle d'abord à son admiration. Ce n'est qu'après un commerce prolongé et au prix de beaucoup d'efforts, que ce sentiment se dissipe. Quelques esprits éminents le conservent même toujours. „

(*) H. Poincaré, Comptes rendus, t. CXVI, p. 1020; 1893.

(**) J. Clerk Maxwell, *Traité d'Électricité et de Magnétisme.* Préface de la première édition.

(***) H. Poincaré, *Électricité et Optique.* I. *Les théories de Maxwell et la théorie électromagnétique de la lumière,* préface, p. v; Paris, 1890.

« Pourquoi les idées du savant anglais ont-elles tant de peine à s'acclimater chez nous ? C'est sans doute que l'éducation reçue par la plupart des Français éclairés les dispose à goûter la précision et la logique avant toute autre qualité. »

« Les anciennes théories de la physique mathématique nous donnaient à cet égard une satisfaction complète. Tous nos maîtres, depuis Laplace jusqu'à Cauchy, ont procédé de la même manière. Partant d'hypothèses nettement énoncées, ils en ont déduit toutes les conséquences avec une rigueur mathématique et les ont comparées ensuite avec l'expérience. Ils semblent vouloir donner à chacune des branches de la physique la même rigueur qu'à la mécanique céleste. »

« Pour un esprit accoutumé à admirer de tels modèles, une théorie est difficilement satisfaisante. Non seulement il n'y tolérera pas la moindre apparence de contradiction, mais il exigera que les diverses parties en soient logiquement reliées les unes aux autres et que le nombre des hypothèses soit réduit au minimum. »

« ... Le savant anglais ne cherche pas à construire un édifice unique, définitif et bien ordonné ; il semble plutôt qu'il élève un grand nombre de constructions provisoires et indépendantes, entre lesquelles les communications sont difficiles et parfois impossibles. »

« ... On ne doit donc pas se flatter d'éviter toute contradiction ; mais il faut en prendre son parti. Deux théories contradictoires peuvent, en effet, pourvu qu'on ne les mêle pas, et qu'on n'y cherche pas le fond des choses, être toutes deux d'utiles instruments de recherches, et peut-être la lecture de Maxwell serait-elle moins suggestive s'il ne nous avait pas ouvert tant de voies nouvelles et divergentes. »

Nous sommes de ceux qui ne peuvent prendre leur parti de la contradiction.

Certes — et nous sommes sur ce point de l'avis de M. H. Poincaré — nous ne regardons plus la physique théorique comme une branche de la métaphysique ; pour nous, elle n'est qu'une représentation schématique de la réalité ; au moyen de symboles mathématiques, elle classe et ordonne les lois que l'expérience a révélées ; elle condense ces lois en un petit nombre d'hypothèses ; mais la connaissance qu'elle nous donne du monde extérieur n'est

ni plus pénétrante, ni d'une autre nature que la connaissance fournie par l'expérience.

Toutefois, il n'en faut pas conclure que la physique théorique échappe aux lois de la logique. Elle ne mérite le nom de science qu'à la condition d'être *rationnelle*; elle est libre de choisir ses hypothèses comme il lui plaît, pourvu que ces hypothèses ne soient ni superflues, ni contradictoires ; et la chaîne des déductions qui relie aux hypothèses les vérités d'ordre expérimental ne doit contenir aucun maillon de solidité douteuse.

Une théorie physique unique qui, du plus petit nombre possible d'hypothèses compatibles entre elles, tirerait, par des raisonnements impeccables, l'ensemble des lois expérimentales connues est évidemment un idéal dont l'esprit humain n'atteindra jamais la perfection ; mais s'il ne peut atteindre cette limite, il doit sans cesse y tendre; si diverses régions de la physique sont représentées par des théories sans lien les unes avec les autres, voire même par des théories qui se contredisent lorsqu'elles se rencontrent en un domaine commun, le physicien doit regarder ce disparate et cette contradiction comme des maux transitoires ; il doit s'efforcer de substituer l'unité au disparate, l'accord logique à la contradiction ; jamais il n'en doit prendre son parti.

Sans doute, on ne doit point demander compte à un physicien de génie, de la voie qui l'a conduit à une découverte. Les uns, dont Gauss est le parfait modèle, enchaînent toujours leurs pensées dans un ordre irréprochable et ne proposent à notre raison aucune vérité nouvelle qu'ils ne l'appuient des démonstrations les plus rigoureuses. Les autres, comme Maxwell, procèdent par bonds et, s'ils daignent étayer de quelques preuves les vues de leur imagination, ces preuves sont, trop souvent, précaires et caduques. Les uns et les autres ont droit à notre admiration. Mais si les intuitions imprévues des seconds nous surprennent davantage que les déductions majestueusement ordonnées des premiers, nous aurions tort de voir en celles-là, plus qu'en celles-ci, la marque du génie ; si les Maxwell sont plus " suggestifs " que les Gauss, c'est qu'ils n'ont pas pris la peine d'achever leurs inventions ; c'est qu'après avoir affirmé des propositions nouvelles, ils nous ont laissé la tâche, souvent malaisée, de les transformer en vérités démontrées.

Surtout devons-nous nous garder soigneusement d'une erreur qui est de mode, aujourd'hui, en une certaine école de physiciens; elle consiste à regarder les théories illogiques et incohérentes comme de meilleurs instruments de travail, comme des méthodes de découverte plus fécondes que les théories logiquement construites; cette erreur aurait quelque peine à s'autoriser de l'histoire de la science; je ne sache pas que l'électrodynamique de Maxwell ait plus contribué au développement de la physique que l'électrodynamique d'Ampère, ce parfait modèle des théories que construisaient, au commencement du siècle, des génies élevés à l'école de Newton.

Lors donc que nous nous trouvons en présence d'une théorie qui offre des contradictions, cette théorie fût-elle l'œuvre d'un homme de génie, notre devoir est de l'analyser et de la discuter jusqu'à ce que nous parvenions à distinguer nettement, d'une part, les propositions susceptibles d'être logiquement démontrées et, d'autre part, les affirmations qui heurtent la logique et qui doivent être transformées ou rejetées. En poursuivant cette tâche de critique, nous devons nous garder de l'étroitesse d'un esprit auquel de mesquines corrections feraient oublier le mérite de l'inventeur; mais, plus encore, nous devons nous garder de cette aveugle superstition qui, par admiration de l'auteur, voilerait les défauts graves de l'œuvre; il n'est si grand génie que les lois de la raison ne le surpassent.

Tels sont les principes qui nous ont guidé dans la critique de l'œuvre de Maxwell.

REMARQUES

SUR

CERTAINES THÉORIES D'ASTRONOMIE MATHÉMATIQUE

GÉNÉRALISATION DES COORDONNÉES POLAIRES (*)

PAR

M. P. J. E. GOEDSEELS
Administrateur-Inspecteur de l'Observatoire royal de Belgique

---

I

Préliminaires

La généralisation des coordonnées polaires, qui constitue la partie essentielle de notre travail, n'est utile que si un des deux procédés différents qu'on peut suivre pour résoudre les questions d'astronomie mathématique est, comme nous le pensons, préfé-

---

(*) Notre savant confrère, M. le Professeur Dusausoy, dans son rapport sur notre travail a fait remarquer fort judicieusement que les notations dont nous faisions usage dans la première rédaction étaient peu commodes. Nous nous sommes rallié à cette manière de voir et nous avons remanié notre manuscrit en conséquence. Nous avons également tenu compte de l'observation générale émise par le rapporteur.

rable à l'autre. Il importe donc que nous justifiions notre préférence avant d'aborder notre sujet proprement dit.

Le premier des deux procédés auxquels nous faisons allusion, et le moins bon à notre avis, consiste à démontrer les résultats auxquels on veut aboutir, en se servant de croquis et en faisant une large application des formules de la trigonométrie sphérique. Ce procédé est parfois assez simple. Mais il présente de sérieux inconvénients :

1° Il est exclusivement applicable aux cas représentés sur les croquis dont on fait usage, et l'on est obligé de considérer successivement tous les cas particuliers qui peuvent se présenter si l'on veut être complet ;

2° Il ne doit souvent sa simplicité qu'à l'emploi d'une série d'approximations intuitives, consistant dans le remplacement des sinus, des tangentes, des cordes des petits angles par les arcs, et telles qu'on ne connaît pas exactement les degrés de précision des résultats ;

3° Enfin, chaque raisonnement est un artifice étranger à toute marche systématique, et n'est d'aucun secours à celui qui se trouve en présence d'une question nouvelle.

Nous préférons de beaucoup le procédé qui consiste à ramener systématiquement les questions à résoudre à l'application des formules de transformation des coordonnées :

1° On condense ainsi en quelques formules, ne laissant aucune place au doute, tous les cas particuliers qui peuvent se présenter;

2° Ces formules sont d'une rigueur absolue ;

3° Il suffit de se familiariser avec l'emploi des formules dans quelques questions concrètes pour voir instantanément, dans chaque question nouvelle, comment on doit s'y prendre pour arriver sûrement au résultat.

Malheureusement, les formules auxquelles on arrive par cette marche systématique sont très compliquées.

Veut-on, par exemple, déterminer l'heure sidérale s, en un lieu de colatitude φ, par l'observation du passage d'une étoile ayant une ascension droite α et une distance polaire δ, et veut-on de plus tenir compte de l'erreur i d'inclinaison, de l'erreur c de collimation, de l'erreur a d'azimut, de l'erreur η du zéro du limbe

méridien et de l'erreur constante ϵ de lecture; on arrive aux formules

$$(1)\left\{\begin{aligned}
&\sin\delta\sin\varphi\cos(s-\alpha)+\cos\delta\cos\varphi\\
&\quad=\cos i\cos c\cos(q+\epsilon+\eta)+\sin c\sin i\\
&\sin\delta\cos\varphi\cos(s-\alpha)-\cos\delta\sin\varphi\\
&\quad=\cos c\,[\cos a\sin(q+\epsilon+\eta)-\sin i\sin a\cos(q+\epsilon+\eta)]\\
&\quad+\sin c\cos i\sin a\\
&\sin\delta\sin(s-\alpha)\\
&\quad=-\cos c\,[\sin a\sin(q+\epsilon+\eta)+\sin i\cos a\cos(q+\epsilon+\eta)]\\
&\quad+\sin c\cos i\cos a
\end{aligned}\right.$$

On peut, il est vrai, rendre ces formules pratiques, en développant l'inconnue en série en fonction des petites erreurs i, c, a, η; et en évaluant une limite de l'erreur que l'on commet en supprimant dans la série les termes de degrés supérieurs au premier, de manière à pouvoir remplacer les relations (1) par des relations linéaires dans le cas où les termes supprimés sont négligeables. Mais les développements en séries relatifs aux formules telles que les relations (1) exigent toujours qu'on distingue deux ou plusieurs cas particuliers; et, quoique ces cas se présentent naturellement dans la suite des calculs, on pourrait cependant s'en prévaloir pour reprocher au second procédé de présenter un inconvénient analogue à l'un de ceux que nous avons signalés pour le premier procédé.

Le but de notre travail est d'arriver par une généralisation des conventions relatives aux coordonnées polaires, à supprimer l'obligation de considérer plusieurs cas particuliers dans les développements en séries, et à rendre par conséquent ces développements incontestablement préférables, dans un grand nombre de cas, aux raisonnements basés sur l'emploi de croquis.

II

Généralisation des coordonnées polaires

On sait que les coordonnées polaires; par exemple le rayon vecteur r, la distance zénithale ξ, la hauteur h et l'azimut u; sont liées aux coordonnées rectangulaires correspondantes par les relations

$$(2)\quad \begin{cases} x = r \sin \xi \cos u \\ y = r \sin \xi \sin u \\ z = r \cos \xi \end{cases} \qquad (3)\quad \begin{cases} x = r \cos h \cos u \\ y = r \cos h \sin u \\ z = r \cos h \end{cases}$$

Si l'on s'en tient aux conventions généralement admises, r est pris positivement, ξ a une valeur intermédiaire entre 0 et 2 *droits*, h peut varier de -1 *droit* à $+1$ *droit* et u de 0 à 4 *droits;* et chaque point n'a qu'un seul système (r, ξ, h, u) par rapport à des axes donnés. Mais, si l'on remarque qu'on peut remplacer r par $(-1)^m r$, ξ par $(-1)^n \xi + 2m$ *droits*, h par $(-1)^n h + 2(m+n)$ *droits* et u par $u + 2(n + 2p)$ *droits*, m, n et p étant des nombres entiers arbitraires, on est conduit à attribuer à chaque point des coordonnées polaires plus générales R, Ξ, H et U définies par les relations

$$(4)\quad \begin{cases} \mathrm{R} = (-1)^m r \\ \Xi = (-1)^n \xi + 2m \text{ droits} \\ \mathrm{H} = (-1)^n h + 2(m+n) \text{ droits} \\ \mathrm{U} = u + 2(n + 2p) \text{ droits} \end{cases}$$

et qui permettent d'englober tous les cas particuliers relatifs à (r, ξ, h, u) en un seul.

Mais il ne suffit pas, pour les besoins de l'astronomie, qu'une généralisation soit justifiable en théorie, il faut encore qu'elle s'harmonise avec l'emploi des instruments astronomiques.

Examinons la question à ce point de vue, et considérons par exemple un théodolite. Lorsqu'on dirige la lunette vers un point M

de la manière usuelle, le cercle vertical et le cercle horizontal fournissent respectivement les lectures ξ et u. Il est facile de s'assurer qu'on peut viser une seconde fois le même point en faisant tourner le limbe vertical de $\pm$ 2 *droits*, et en donnant à la lunette la position symétrique de sa position première par rapport à la verticale; ou, en d'autres termes, en changeant respectivement les indications ξ et u en $-\xi$ ou (4 *droits* $-\xi$), et u en $u \pm 2$ *droits*. Ces nouvelles valeurs, qui peuvent être obtenues en faisant $m = 0$ ou $2n = \pm 1$ et $p = 0$ dans les formules (4), sont les seules que l'instrument peut fournir. Par conséquent la seule généralisation qui s'harmonise avec l'emploi des instruments correspond aux systèmes

$$(m = 0,\ n = 0,\ p = 0),\quad (m = 0 \text{ ou } 2,\ n = \pm 1,\ p = 0),$$

ou aux égalités

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{R} = r \\ \Xi = (-1)^n \xi + 4m \textit{ droits} \\ \mathrm{H} = (-1)^n h + 2(n + 2m) \textit{ droits} \\ \mathrm{U} = u + 2n \textit{ droits} \end{array}\right.$$

Nous donnerons parfois le nom de *coordonnées restreintes* à ξ, h et u.

Une généralisation analogue est applicable aux autres coordonnées polaires :

Φ représentera une colatitude générale		$= (-1)^n \varphi + 4m$ *droits*.
Ψ	id.	lat. gén. $= (-1)^n \psi + 2(n + 2m)$ *droits*.
Δ	id.	distance polaire $= (-1)^n \delta + 4m$ *droits*.
D	id.	déclinaison $= (-1)^n d + 2(n + 2m$ *droits*).
Λ	id.	longitude $= \lambda + 2n$ *droits*.
P	id.	angle horaire $= p + 2n$ *droits*.
A	id.	ascension droite $= \alpha + 2n$ *droits*.

Nous examinerons dans les pages qui vont suivre le parti qu'on peut tirer de ces généralisations. Comme nous prendrons pour exemple les formules (1), nous indiquerons préalablement comment nous sommes arrivé à ces formules.

III

Exemple relatif aux instruments méridiens

1° DESCRIPTION DE L'INSTRUMENT THÉORIQUE

Une lunette tourne autour d'un axe de rotation horizontal cylindrique, dont les génératrices sont perpendiculaires au méridien.

Le réticule se compose d'une série de fils parallèles au méridien et traversés par un ou plusieurs croisillons.

Un limbe vertical est placé parallèlement au méridien. La lecture sur ce limbe fait connaître l'angle de la verticale avec la projection du rayon vecteur sur le méridien.

La lunette sera supposée pointée de manière que l'image du point visé se forme à l'intersection d'un des fils parallèles du réticule et du croisillon.

2° SYSTÈME DE COORDONNÉES

L'image du point visé parcourant, par hypothèse, le croisillon du réticule, les fils parallèles sont assimilables aux traits de division d'un limbe gradué. Comme ce limbe tourne autour de l'axe de la lunette, on est amené tout naturellement à le considérer comme un limbe mobile, et à prendre l'axe OZ sur l'axe de rotation horizontal de la lunette. Nous prendrons la direction positive OZ vers l'ouest (*). Les directions positives OX et OY seront prises respectivement sur la verticale dirigée vers le zénith et sur l'horizontale dirigée vers le sud.

Nous désignerons les coordonnées susceptibles d'être fournies par le limbe mobile par G ou K selon que le zéro se trouve sur OZ

(*) Lorsque l'instrument sera muni d'un micromètre, on prendra OZ du côté vers lequel on doit déplacer le fil modèle du micromètre, pour que les indications du tambour aillent en croissant.

ou dans le plan XOY. La coordonnée fournie par le limbe du plan XOY, c'est-à-dire par le limbe méridien, sera désignée par Q.

3° RECTIFICATION DES INSTRUMENTS MÉRIDIENS

Il est impossible de donner exactement à un instrument méridien la position décrite ci-dessus, mais on peut en approcher de très près. L'emploi de l'instrument comporte donc : 1° l'évaluation des petits écarts subsistant entre les axes OXYZ qui correspondent à l'instrument, et la position OX'Y'Z' que ces axes devraient occuper; 2° les calculs nécessaires pour corriger les observations en fonction de ces écarts.

Il importe, dans des calculs de ce genre, de bien préciser les conventions relatives aux signes à attribuer aux petits écarts dont il y est question. Voici les conventions que nous adopterons dans cet ordre d'idées. L'axe OZ devrait être dirigé horizontalement vers l'ouest. Par conséquent, si on le rapportait au système zénithal usuel, il aurait un azimut $u = 90°$ et une hauteur $h = 0$. Nous désignerons respectivement par $90° - a$ et par i les valeurs restreintes de l'azimut et de la hauteur de l'axe OZ.

Les fils réticulaires parallèles devraient être équidistants et leur écartement angulaire devrait être connu. De plus, la ligne de visée correspondant à l'intersection d'un des fils et du croisillon, devrait être perpendiculaire à l'axe OZ, et avoir par conséquent une coordonnée $k = 0$. Nous désignerons par c la valeur de cette coordonnnée restreinte pour un des points d'intersection, appelé centre du réticule, et nous nous bornerons à faire les calculs pour ce point. Les mêmes calculs peuvent être répétés textuellement pour chacun des autres points d'intersection.

Le rayon horizontal sud du limbe immobile devrait rencontrer la graduation 90°. Nous désignerons par $90° - \eta$ la graduation rencontrée réellement par ce rayon.

Enfin, la projection de la ligne de visée sur le plan du limbe méridien devrait coïncider avec le rayon à l'extrémité duquel se fait la lecture. Nous supposerons que cette coïncidence n'existe pas et nous désignerons par ϵ la correction à ajouter à la lecture q.

4° PROBLÈMES SUSCEPTIBLES D'ÊTRE RÉSOLUS A L'AIDE DE L'INSTRUMENT

Lorsqu'on veut résoudre, par le procédé qui a nos préférences, c'est-à-dire par l'application systématique des formules de transformation, les problèmes qui rentrent dans le champ d'application de l'instrument, on doit établir les formules de transformation entre les coordonnées fournies par cet instrument et les divers systèmes de coordonnées polaires usitées en astronomie.

Lorsqu'on établit ces formules pour les coordonnées zénithales, c'est-à-dire pour les coordonnées correspondant à un axe OZ dirigé vers le zénith, à un axe OX″ dirigé horizontalement vers le sud, et à un axe OY″ dirigé horizontalement vers l'ouest, on trouve les formules suivantes :

$$(5)\quad \left\{\begin{array}{l} z'' = \left\{\begin{array}{l} \ x \cos\eta \cos i \\ -\ y \sin\eta \cos i \\ +\ z \sin i \end{array}\right. \\ x'' = \left\{\begin{array}{l} \ x\ (\cos a \sin\eta - \sin i \sin a \cos\eta) \\ +\ y\ (\cos a \cos\eta + \sin i \sin a \sin\eta) \\ +\ z \cos i \sin a \end{array}\right. \\ y'' = \left\{\begin{array}{l} -\ x\ (\sin a \sin\eta + \sin i \cos a \cos\eta) \\ -\ y\ (\sin a \cos\eta - \sin i \cos a \sin\eta) \\ +\ z \cos i \cos a \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Mais on a

$$\left\{\begin{array}{l} x'' = r \sin\Xi \cos U \\ y'' = r \sin\Xi \sin U \\ z'' = r \cos\Xi \end{array}\right.$$

On a de plus pour l'instrument et pour le point réticulaire dont nous nous occupons

$$\left\{\begin{array}{l} x = r \cos c \cos (q + \epsilon) \\ y = r \cos c \sin (q + \epsilon) \\ z = r \sin c. \end{array}\right.$$

En introduisant ces relations dans les formules (5), on obtient

$$
(6)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\cos \Xi = \cos c \cos i \cos (q + \epsilon + \eta) + \sin c \sin i \\
&\sin \Xi \cos U = \\
&\quad \cos c\,[\cos a \sin (q + \epsilon + \eta) - \sin i \sin a \cos (q + \epsilon + \eta)] \\
&\quad + \sin c \cos i \sin a \\
&\sin \Xi \sin U = \\
&\quad - \cos c\,[\sin a \sin (q + \epsilon + \eta) + \sin i \cos a \cos (q + \epsilon + \eta) \\
&\quad + \sin c \cos i \cos a
\end{aligned}
\right.
$$

Les formules (6) permettent de trouver immédiatement celles qui relient l'instrument aux coordonnées équatoriales : ascension droite A et distance polaire Δ. On sait en effet que

$$
(7)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\cos \Xi = \sin \Delta \sin \varphi \cos (s - A) + \cos \Delta \cos \varphi \\
&\sin \Xi \cos U = \sin \Delta \cos \varphi \cos (s - A) - \cos \Delta \sin \varphi \\
&\sin \Xi \sin U = \sin \Delta \sin (s - A).
\end{aligned}
\right.
$$

d'où, en éliminant Ξ et U entre les formules (7) et (6) :

$$
(8)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\sin \Delta \sin \varphi \cos (s - A) + \cos \Delta \cos \varphi = \\
&\quad \cos c \cos i \cos (q + \epsilon + \eta) + \sin c \sin i \\
&\sin \Delta \cos \varphi \cos (s - A) - \cos \Delta \sin \varphi = \\
&\quad \cos c\,[\cos a \sin (q + \epsilon + \eta) - \sin i \sin a \cos (q + \epsilon + \eta)] \\
&\quad + \sin c \cos i \sin a \\
&\sin \Delta \sin (s - A) = \\
&\quad - \cos c\,[\sin a \sin (q + \epsilon + \eta) + \sin i \cos a \cos (q + \epsilon + \eta)] \\
&\quad + \sin c \cos i \cos a.
\end{aligned}
\right.
$$

Ces formules ne sont autres que les formules (1) généralisées.

Avant de traiter les développements en séries annoncés plus haut, et qui ont pour but de montrer le parti que l'on peut tirer de notre généralisation dans ces développements, nous tenons à signaler ici un avantage de cette généralisation au point de vue de la vérification des calculs.

Si l'on voulait obtenir une vérification, on pourrait traiter le cas

$$s_0 - A = \pm 2 \textit{ droits}$$

ou

$$s_0 = A \pm 2 \textit{ droits.}$$

On devrait trouver ainsi un résultat identique au précédent. Nous avons traité ce cas, et trouvé

$$(14) \quad \begin{cases} s = A + 2 \textit{ droits} + i \dfrac{\cos(\Delta + \varphi)}{\sin \Delta} - c \dfrac{1}{\sin \Delta} - a \dfrac{\sin(\Delta + \varphi)}{\sin \Delta} \\ q = -\Delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

Le système (13) comprend deux cas particuliers correspondant l'un à

$$A = \alpha, \qquad \Delta = \delta$$

et aux formules

$$(15) \quad \begin{cases} s = \alpha - i \dfrac{\cos(\delta - \varphi)}{\sin \delta} + c \dfrac{1}{\sin \delta} - a \dfrac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin \delta} \\ q = \delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

l'autre à

$$A = \alpha \pm 2 \textit{ droits}, \qquad \Delta = -\delta$$

et aux formules

$$(16) \quad \begin{cases} s = \alpha \pm 2 \textit{ droits} + i \dfrac{\cos(\delta + \varphi)}{\sin \delta} - c \dfrac{1}{\sin \delta} - a \dfrac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin \delta} \\ q = -\delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

Les formules (14) conduisent aux mêmes cas particuliers mais placés dans l'ordre inverse.

Par conséquent les résultats (13) et (14) sont identiques et la vérification désirée s'obtient.

Si l'on s'en tenait aux conventions usuelles, en vertu desquelles chaque astre n'a qu'une seule ascension droite, la dernière égalité conduirait aux deux cas particuliers

$$(12) \qquad \begin{cases} s_0 - A = 0 \\ s_0 - A = \pm\, 2 \textit{ droits} \end{cases}$$

et chacun de ces deux cas particuliers devrait être isolément traité jusqu'au bout. Grâce à notre généralisation qui consiste à attribuer à A la valeur $\alpha + 2n$ *droits* les deux égalités précédentes sont identiques, et il suffit par conséquent de traiter un des deux cas pour traiter en même temps l'autre.

Considérons donc

$$s_0 - A = 0$$

ou

$$s_0 = A.$$

Les formules (10) deviennent pour ce cas

$$\cos(\Delta - \varphi) = \cos(q_0 + \epsilon)$$

$$\sin(\Delta - \varphi) = \sin(q_0 + \epsilon)$$

d'où

$$\Delta - \varphi = q_0 + \epsilon$$

et

$$q_0 = \Delta - \varphi - \epsilon.$$

Le calcul des coefficients différentiels se fait d'une manière analogue et ne présente aucune difficulté.

Les coefficients $\left(\frac{ds}{d\eta}\right)_0$, $\left(\frac{dq}{di}\right)_0$, $\left(\frac{dq}{dc}\right)_0$ et $\left(\frac{dq}{da}\right)_0$ sont nuls et les développements (9) se réduisent à :

$$(13) \qquad \begin{cases} s = A - i\,\dfrac{\cos(\Delta - \varphi)}{\sin\Delta} + c\,\dfrac{1}{\sin\Delta} - a\,\dfrac{\sin(\Delta - \varphi)}{\sin\Delta} \\ q = \Delta - \varphi - \epsilon - \eta \end{cases}$$

Si l'on voulait obtenir une vérification, on pourrait traiter le cas

$$s_0 - A = \pm 2 \textit{ droits}$$

ou

$$s_0 = A \pm 2 \textit{ droits.}$$

On devrait trouver ainsi un résultat identique au précédent. Nous avons traité ce cas, et trouvé

$$(14) \quad \begin{cases} s = A + 2 \textit{ droits} + i \dfrac{\cos(\Delta + \varphi)}{\sin \Delta} - c \dfrac{1}{\sin \Delta} - a \dfrac{\sin(\Delta + \varphi)}{\sin \Delta} \\ q = -\Delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

Le système (13) comprend deux cas particuliers correspondant l'un à

$$A = \alpha, \qquad \Delta = \delta$$

et aux formules

$$(15) \quad \begin{cases} s = \alpha - i \dfrac{\cos(\delta - \varphi)}{\sin \delta} + c \dfrac{1}{\sin \delta} - a \dfrac{\sin(\delta - \varphi)}{\sin \delta} \\ q = \delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

l'autre à

$$A = \alpha \pm 2 \textit{ droits}, \qquad \Delta = -\delta$$

et aux formules

$$(16) \quad \begin{cases} s = \alpha \pm 2 \textit{ droits} + i \dfrac{\cos(\delta + \varphi)}{\sin \delta} - c \dfrac{1}{\sin \delta} - a \dfrac{\sin(\delta + \varphi)}{\sin \delta} \\ q = -\delta - \varphi - \epsilon - \eta. \end{cases}$$

Les formules (14) conduisent aux mêmes cas particuliers mais placés dans l'ordre inverse.

Par conséquent les résultats (13) et (14) sont identiques et la vérification désirée s'obtient.

Les formules (6) peuvent être traitées d'une manière analogue en posant

$$(17)\quad \begin{cases} \Xi = (\Xi)_0 + i\left(\frac{d\Xi}{di}\right)_0 + c\left(\frac{d\Xi}{dc}\right)_0 + \eta\left(\frac{d\Xi}{d\eta}\right)_0 + a\left(\frac{d\Xi}{da}\right)_0 \\ U = U_0 + i\left(\frac{dU}{di}\right)_0 + c\left(\frac{dU}{dc}\right)_0 + \eta\left(\frac{dU}{d\eta}\right)_0 + a\left(\frac{dU}{da}\right)_0 \end{cases}$$

En effet, annulant les variables indépendantes, on trouve :

$$(18)\quad \begin{cases} \cos(\Xi)_0 = \cos(q+\epsilon) \\ \sin(\Xi)_0 \cos U_0 = \sin(q+\epsilon) \\ \sin(\Xi)_0 \sin U_0 = 0 \end{cases}$$

La première de ces formules donne le cas unique mais général

$$(\Xi)_0 = (-1)^n(q+\epsilon) + 4m \textit{ droits}$$

d'où

$$U_0 = 2n \textit{ droits} + 4m \textit{ droits.}$$

En poursuivant les calculs on trouve les développements

$$(19)\quad \begin{cases} \Xi = (-1)^n(q+\epsilon) + (-1)^n\eta + 4m \textit{ droits} \\ U = 2n \textit{ droits} - i \operatorname{cotg}(q+\epsilon) + c \operatorname{cosec}(q+\epsilon) - a + 4m \textit{ droi} \end{cases}$$

Rien n'empêche de supprimer les multiples de 4 *droits* qui figurent dans les seconds, et de les rétablir chaque fois que le besoin s'en fait sentir. C'est un artifice de calcul familier à tous les observateurs.

Conclusion. Les deux exemples précédents suffisent, nous semble-t-il, pour prouver que notre généralisation peut rendre des services dans les raisonnements mathématiques qu'on rencontre en astronomie, et mérite par conséquent de fixer l'attention.

6° EXEMPLES PRATIQUES

1er Exemple. Appliquer les formules (13) à une observation de passage supérieur.

Lorsqu'on observe un passage supérieur, s est très voisin de α. On posera donc

$$A = \alpha$$

dans les formules, et conséquemment

$$\Delta = \delta$$

et on trouvera le cas particulier (15).

2e Exemple. Appliquer les mêmes formules à un passage inférieur.

Lorsqu'on observe un passage inférieur, s est très voisin de

$$\alpha \pm 2 \textit{ droits}$$

On posera donc

$$A = \alpha \pm 2 \textit{ droits}$$

et conséquemment

$$\Delta = -\delta,$$

et on trouvera le cas particulier (15).

Remarque. Le calcul des coefficients différentiels suppose implicitement qu'on adopte l'unité angulaire usitée dans le calcul différentiel. Seulement, comme les formules auxquelles nous sommes arrivé sont homogènes en s, A, i, c, a, q, Δ, φ, ϵ, η, on peut adopter l'unité qu'on préfère, par exemple l'heure ou le degré.

3e Exemple. Détermination du méridien.

Pour déterminer le méridien d'un lieu, on peut y installer un instrument méridien comme il a été expliqué plus haut, placer le

limbe aussi près que possible de sa position théorique, et calculer l'azimut u de la ligne de visée dans la position

$$q + \epsilon = 90^\circ \qquad \text{ou} \qquad q = 90^\circ - \epsilon.$$

Connaissant u on peut installer une mire à une distance connue de l'instrument et calculer le déplacement à imprimer au point visé pour l'amener dans le méridien. On peut faire la même opération vers le nord pour la position

$$q + \epsilon = 270^\circ \qquad \text{ou} \qquad q = 270^\circ - \epsilon.$$

L'azimut u peut être calculé par la deuxième formule (19).

Par hypothèse, le limbe méridien a le zéro au zénith, et 90° vers le sud. De plus la lunette est pointée dans la position

$$q + \epsilon = 90^\circ.$$

Donc, si ϵ est petit, la ligne de visée est dirigée vers le sud, et on doit faire

$$n = 0$$

dans la formule (19). On trouve ainsi par les formules (19)

$$u = c - a.$$

Pour la position

$$q + \epsilon = 270^\circ,$$

on trouverait

$$u = 180^\circ - c - a.$$

On doit donc connaître ϵ, c et a pour pouvoir trouver u.

Les quantités ϵ et c peuvent être déterminées par des observations directes. La quantité a peut être déterminée par des observations astronomiques en s'aidant d'une pendule ou d'un chronomètre, et en appliquant la première des formules (14). Nous supposerons que dans cette recherche la correction C de la pendule soit inconnue. Nous supposerons en outre que l'erreur d'inclinaison i qui figure dans la formule ait été déterminée par des observations directes.

Soient s_1' et s_1'' les heures indiquées par la pendule aux instants respectifs de deux observations.

On a, en vertu de la formule (14),

$$(20)\quad \begin{cases} C + s_1' = A' - i\,(\cot\Delta'\cos\varphi + \sin\varphi) \\ \quad + c\,\operatorname{cosec}\Delta' - a\,(\cos\varphi - \sin\varphi\cot\Delta') \\ C + s_1'' = A'' - i\,(\cot\Delta''\cos\varphi + \sin\varphi) \\ \quad + c\,\operatorname{cosec}\Delta'' - a\,(\cos\varphi - \sin\varphi\cot\Delta'') \end{cases}$$

Retranchant ces relations membre à membre, résolvant par rapport à a et remplaçant a, par sa valeur ainsi trouvée, par exemple dans la relation

$$u = 180^\circ - c - a$$

on obtient

$$(21)\quad u = \frac{(s_1'' - A'') - (s_1' - A')}{\sin\varphi\,(\cot\Delta' - \cot\Delta'')} - i\cot\varphi - c\left\{1 - \frac{1}{\sin\varphi}\,\frac{\cos{}^1\!/_2\,(\Delta + \Delta')}{\cos{}^1\!/_2\,(\Delta'' - \Delta')}\right\}$$

Les formules (20) indiquent quelles valeurs il convient de prendre pour A′ et A″.

Le problème de la détermination de u est donc résolu.

Nous nous permettrons cependant d'ajouter à ce sujet quelques remarques qui nous fourniront l'occasion de montrer une dernière fois l'utilité de l'emploi de nos généralisations.

Dans les observations de précision ordinaire, on néglige parfois les termes en i et en c. Il y a donc lieu d'examiner comment on doit choisir les étoiles observées pour que les erreurs soient le plus petites possible.

On voit d'abord, par la formule (21), que l'erreur résultant de la suppression du terme en i est indépendante du choix des étoiles observées.

L'examen du premier terme montre que pour une même valeur absolue δ' de Δ' et une même valeur absolue δ'' de Δ'' le dénominateur est le plus grand, et par conséquent l'erreur la plus petite lorsqu'on prend Δ' et Δ'' de signes contraires. On voit en outre que le même dénominateur augmente à mesure que Δ' et Δ'' se rapprochent de zéro, ou, en d'autres termes, à mesure que les étoiles choisies sont plus voisines du pôle nord.

Il y a lieu de remarquer toutefois que si l'on se rapproche trop près du pôle, le mouvement des images dans le champ de la lunette devient trop lent pour permettre d'évaluer s_1' et s_1'' avec une précision suffisante. M. Gonnessiat de l'Observatoire de Lyon s'est occupé du choix des étoiles à ce point de vue, et a publié un remarquable mémoire à ce sujet dans les TRAVAUX DE L'OBSERVATOIRE DE LYON, 1892. Nous n'insisterons donc pas sur ce côté de la question, qui est du reste étranger au but de notre travail. Mais nous supposerons qu'on ait choisi Δ'' négativement, c'est-à-dire qu'on ait décidé d'observer la deuxième étoile à son passage inférieur, et nous nous proposerons d'examiner quelle valeur positive il convient de donner à Δ' pour que le terme en c, qu'on a supprimé, ait la plus faible valeur absolue possible.

Pour $\Delta' = 0$ le terme vaut $c\left(1 - \frac{1}{\sin\varphi}\right)$. Par conséquent, si nous supposons pour fixer les idées $c > 0$, ce terme est négatif.

La dérivée du terme par rapport à Δ' est $\frac{c}{\sin\varphi} \frac{\sin\Delta''}{2\cos^2 {}^1/_2 (\Delta'' - \Delta')}$

Comme Δ'' est négatif, cette dérivée l'est également, et la fonction décroît à mesure que Δ' s'éloigne de zéro.

Mais nous avons vu que la fonction est négative pour $\Delta' = 0$.

La valeur absolue augmente donc avec Δ' et, pour que cette valeur absolue soit aussi petite que possible, on doit prendre Δ' aussi près que possible de zéro. Cette conclusion concorde, fortuitement bien entendu, avec ce que nous avons dit plus haut du choix de Δ' et Δ'' en tenant compte du premier terme.

FIN DE LA SECONDE PARTIE

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

DOCUMENTS ET COMPTES RENDUS

PAGES

Statuts 5
Règlement arrêté par le Conseil pour l'encouragement des recherches scientifiques 8
Questions de concours 10
Lettre de S. S. le Pape Léon XIII au Président et aux Membres de la Société scientifique de Bruxelles 11
Listes des membres de la Société scientifique de Bruxelles 14
Liste des membres fondateurs . . . . . *Ib*
— des membres honoraires 15
— générale 17
— des membres décédés 37
— des membres inscrits dans les sections. 38
Membres du Conseil 1898-1899. 43
— — 1899-1900. 44

PAGES

Bureaux des sections 1898-1899 45
— — 1899-1900 46
Sessions de 1899-1900. Extraits des procès-verbaux 47
Session du samedi 11 novembre 1899 à Lille. 47
Séances des sections : Première section . . . . . *Ib*
Deuxième — 58
Troisième — 66
Quatrième — 73
Cinquième — 78
Assemblée générale : Discours de M. Charles Lagasse-de Locht 80
Réponse de Mgr Baunard, recteur magnifique de l'Université catholique de Lille. 81
Conférence de M. Denys 83
Session du jeudi 25 janvier 1900 à Bruxelles. 85
Séances des sections : Première section . . . . . *Ib*
Deuxième — 91
Troisième — 97
Quatrième — 103
Cinquième — 107
Assemblée générale : Conférence du R. P. Lucas, S. J. 108
Session des 24, 25, 26 avril 1900 111
Séances des sections : Première section . . . . . *Ib*
Deuxième — 126
Troisième — 131
Quatrième — 145
Cinquième — 150
Assemblée générale du mardi 24 avril 1900 151
Rapport du Secrétaire général . . . . . *Ib*
Conférence de M. Witz 157
Assemblée générale du mercredi 25 avril 1900 . . . . . *Ib*
Rapport de M. le Marquis de Beaucourt sur la Société bibliographique de Paris 158
Conférence du R. P. Delattre, S. J. 162
Toast prononcé par M. Lagasse-de Locht au banquet de la Société scientifique de Bruxelles 164
Assemblée générale du jeudi 26 avril 1900. 166
Discours de M. Lagasse-de Locht à Son Exc. Mgr Granito di Belmonte, Nonce apostolique à Bruxelles . , ... *Ib*

PAGES

Réponse de S. Exc. le Nonce apostolique. 167
Rapport du Trésorier 168
Conférence de M. Leplae 169
Membres du Conseil pour l'année 1900-1901 . . . . . *Ib*
Liste des ouvrages offerts à la Société scientifique de Bruxelles du 1er mai 1899 au 1er mai 1900 171

COMMUNICATIONS DIVERSES

Sur le commentaire d'Anaritius relatif aux éléments d'Euclide, par M. Mansion. 47
Sur la surface de révolution minimum, par M. Ch.-J. de la Vallée Poussin 49
Sur la différence de la Philosophie naturelle et des Mathématiques d'après Aristote, par M. Dutordoir 52
Sur l'enseignement de la théorie des fonctions elliptiques, par M. Mansion 54
Les expériences du professeur Dewar et les théories capillaires, par M. G. Van der Mensbrugghe. 58
Sur la fluorescence, par M. Alex. de Hemptinne 60
Des victimes de l'électricité, par M. A. Witz. 62
Sur la variation de la conductibilité calorifique lors de la fusion, par M. Van Aubel 63
Sur les indices de réfraction des métaux, par M. Van Aubel 64
Rapport de M. Meessen sur le travail de M. Marcel Monier intitulé : La fermentation alcoolique 66
Rapport du R. P. Deschamps, S. J., sur le même travail 67
Quelques remarques de M. Monier à propos du rapport de M. Meessen 68
La *Haementeria officinalis*, par le R. P. H. Bolsius, S. J. 69
L'iode réactif de l'albumine, par M. Monier 70
Quelques notes sur la famille des Notodontes et sur la Cicindèle germanique, par M. Proost 72
Quelques statistiques relatives au travail industriel des femmes, par M. Ernest Dubois 78
Rapport de M. Mansion sur la note de M. Goedseels relative à la simplification de la méthode des plus grands coefficients de Tobie Mayer 85

PAGES

Démonstration élémentaire de la formule de Cauchy relative aux résidus, par M. Mansion 88
Sur les deux manuscrits du livre des Révolutions de Copernic, par M. Mansion. 90
Rapport de M. Delemer sur le travail de M. Goedseels intitulé : Étude sur les prismes à réflexions intérieures 91
Sur la mesure des indices de réfraction des solides fondus et surfondus, par M. l'abbé De Muynck 92
Influence du magnétisme sur les solutions saturées, par M. A. de Hemptinne. 94
Quelques réactions du méthanal, par M. L. Henry 95
Observations faites sur un amibe, par le R. P. Bolsius, S. J. 97
Considérations au sujet de la place qu'il convient d'assigner à l'homme dans la classification des êtres organisés, par M. Marcel Monier 98
A propos d'un ouvrage de M. Jorissenne intitulé : *Les Types ethniques dans les nations civilisées et spécialement en Belgique*, par le R. P. Van den Gheyn, S. J. . . . . *Ib*
A propos de l'ouvrage du R. P. Leray : *La Constitution de l'Univers*, par M. C. de Kirwan. 100
Aperçu sur quelques recherches relatives à la stabilité des caractères acquis chez les Phanérogames et les Cryptogames, par le R. P. Dierckx, S. J. 102
Présentation d'un insecte névroptère du Copal du Landénien de Léau, par M. Fernand Meunier. . . . . *Ib*
L'eau de boisson, par M. le Dr Laruelle 103
Remarques concernant l'hystérie, par M. le Dr Cuylits 104
L'entrée en scène du Tiers État espagnol, par M. Aristide Dupont . . 107
Rapport de M. d'Ocagne sur le mémoire de M Goedseels intitulé : Étude sur le niveau à bulle 111
Rapport de M. Dusausoy sur le travail de M. Goedseels intitulé : Remarques critiques sur certaines théories astronomiques 114
Sur les transversales réciproques, par M. Neuberg. 119
Rapport du R. P. Thirion, S. J. sur le mémoire de M. Pasquier intitulé : La décimalisation du temps et de la circonférence . . . 123
Rapport de M. Le Paige sur le travail intitulé : Le degré du méridien terrestre, mesuré par la distance des parallèles de Berg-op-Zoom et de Malines par W. Snellius, publié par le R. P. Bosmans 124

PAGES

Sur une expérience permettant de remplacer subitement la pression exercée sur une masse liquide par une autre pression notablement moindre, par M. Van der Mensbrugghe. 126
Le Glycol succinique normal, par M. L. Henry 127
La valeur relative des diverses unités d'action chimique des éléments plurivalents, par M. L. Henry 128
Rapports sur le mémoire portant la devise : *In varietate unitas* et envoyé en réponse à la question de concours posée par la section : Étude comparée du rein (néphridie) chez les Gastéropodes Prosobranches et Pulmonés.
Rapport de M. le Dr Henseval 131
Rapport du R. P. Dierckx, S. J.. 133
La fixation de l'azote atmosphérique par les plantes cultivées, par M. Proost 136
Les rites funéraires des Égyptiens préhistoriques, par M. Jean Capart 141
Présentation d'un malade atteint d'arrachement partiel de l'iris avec cataracte, par M. le Dr De Lantsheere 145
Quelques observations relatives à un cas d'avortement médical, par le R. P. Deschamps, S. J. . . . . *Ib*
Le diagnostic de la syphilis, par M. le Dr Matagne 147
Sur l'emploi des machines en agriculture, par M. Leplae 150

CONFÉRENCES

Essais de traitement de la tuberculose par les produits du bacille, par M. Denys 83
La photographie des couleurs, par le R. P. Lucas, S. J.. 108
Les victimes de l'électricité, par M. Witz 157
La civilisation assyrio-babylonienne, par le R. P. Delattre, S. J.. . . 162
La culture des déserts par M. Leplae 169

VISITES

Visite à l'Institut Pasteur de Lille 73
Visite aux installations scientifiques, cliniques, hospitalières de la Faculté libre de médecine de Lille 77

AUTEURS

Bolsius, 69, 97. — Bosmans, 124. — Capart, 141. — Cuylits, 104. — Dr De Lantsheere, 145. — Delattre, 162. — Delemer, 91. — De Muynck, 92. — Denys, 83. — A. Deschamps, S. J., 67, 145. — Dierckx, 102, 133. — Ernest Dubois, 78. — Aristide Dupont, 107. — Dusausoy, 114. — Dutordoir, 52. — Goedseels, 85, 91, 111, 114. — de Hemptinne, 60, 94. — L. Henry, 95, 127, 128. — Henseval, 131. — de Kirwan, 100. — Laruelle, 103. — Le Paige, 124. — Leplae, 150, 169. — Lucas, 108. — Mansion, 47, 54, 85, 88, 90. — Matagne, 147. — Meessen, 66. — Meunier, 102. — Monier, 66, 68, 70, 98. — Neuberg, 119. — d'Ocagne, 111. — Pasquier, 123. — Proost, 72, 136. — Thirion 123. — Ch.-J. de la Vallée Poussin, 49. — Van Aubel, 63, 64. — Van den Gheyn, 98. — Van der Mensbrugghe, 58, 126. — Witz, 62, 157.